Aprender matemática en el siglo XXI

A SUMAR CON TECNOLOGÍA

EDITORES

Elena Arias Ortiz

Julián Cristia

Santiago Cueto

BID

Aprender matemática en el siglo XXI

A SUMAR CON TECNOLOGÍA

EDITORES
Elena Arias Ortiz
Julián Cristia
Santiago Cueto

BANCO INTERAMERICANO DE DESARROLLO

Catalogación en la fuente proporcionada por la
Biblioteca Felipe Herrera del
Banco Interamericano de Desarrollo

Aprender matemática en el siglo XXI: a sumar con tecnología / editores, Elena Arias Ortiz, Julián Cristia, Santiago Cueto.

p. cm.
Incluye referencias bibliográficas.
978-1-59782-386-9 (Rústica)
978-1-59782-385-2 (Digital)

1. Mathematics-Study and teaching (Elementary)-Latin America. 2. Mathematics-Study and teaching (Elementary)-Caribbean Area. 3. Educational technology-Latin America. 4. Educational technology-Caribbean Area. 5. Computer-assisted instruction-Latin America. 6. Computer-assisted instruction-Caribbean Area. 7. Educational innovations-Latin America. 8. Educational innovations-Caribbean Area. I. Arias Ortiz, Elena, editora. II. Cristia, Julián P., editor. III. Cueto, Santiago, 1960-, editor. IV. Banco Interamericano de Desarrollo. Departamento de Investigación y Economista Jefe. V. Banco Interamericano de Desarrollo. Sector Social.

QA14.L29 A75 2020 spa.ed.
IDB-BK-204

Contenido

Lista de cuadros

Lista de gráficos

Lista de recuadros

Prólogo

Corre el año 2020 y en América Latina y el Caribe 154 millones de alumnos se encuentran aprendiendo desde sus casas por el cierre de los centros educativos impuesto por la COVID-19. De un día para el otro, docentes con 20 o 30 años de experiencia han tenido que aprender a dar clases virtuales. Junto con ellos, todos los actores del sistema educativo han debido dar un salto hacia la educación en línea, dejando en evidencia el bajo nivel de integración tecnológica y las brechas de acceso a conectividad y dispositivos de los alumnos en sus hogares.

Fuera de las aulas de la región, hace años que el mundo está en ebullición tecnológica. Mientras los docentes y alumnos de nuestros países se adaptan a su nuevo entorno digital, un ejército de robots danza sin música en Baltimore, Estados Unidos, preparando pedidos que acaban de llegar por Internet a uno de los 177 centros de distribución de Amazon. Al mismo tiempo, en Colonia, Alemania, un grupo de expertos en ciencias de la computación imprime los ajustes finales a una nueva versión del traductor DeepL que está revolucionando el campo de la traducción basada en inteligencia artificial. En Zhongwei, China, el sol comienza a despuntar y los 43 kilómetros cuadrados de paneles solares ubicados en el desierto de Tengger entran en funcionamiento produciendo suficiente energía eléctrica para satisfacer las necesidades de millones de personas.

Los cambios tecnológicos están revolucionando los mercados de bienes, de servicios y de energía a nivel mundial. La gran pregunta es: ¿cómo afectarán estos cambios tecnológicos a los mercados laborales? Los expertos en el área no se ponen de acuerdo, pero sí tienden a converger en una recomendación de política: es fundamental preparar a las generaciones presentes y futuras para las transformaciones de la Cuarta Revolución Industrial que ya está en marcha.

En América Latina y el Caribe la buena noticia es que la educación ha tenido logros notables durante las últimas décadas. Los bajos niveles de acceso y altos niveles de analfabetismo han dado paso a una cobertura en educación básica casi total y a un creciente acceso al nivel de educación superior. Sin embargo, una y otra vez se ha constatado que asistir a la escuela no implica necesariamente adquirir los conocimientos y habilidades básicas. Las evaluaciones nacionales, regionales e internacionales de aprendizaje indican que en muchos países de la región al menos la mitad de los alumnos no comprende un texto sencillo o no puede resolver un problema matemático básico. Esto es claramente un problema en sí mismo, pero además estas deficiencias dificultan el desarrollo de las habilidades del siglo XXI, las cuales son necesarias para que las personas puedan desempeñarse como ciudadanos comprometidos y trabajadores eficientes en el nuevo entorno económico y social.

En este contexto, el imperativo que enfrentan los ministerios de Educación en la región es doble. Por un lado, es preciso resolver la crisis de aprendizaje en áreas tradicionales como la matemática. Por otro, se deben promover nuevas maneras de enseñar y aprender para desarrollar las habilidades críticas con que las personas deberán contar. Las preguntas clave que emergen son: ¿cómo deben los niños aprender matemática? ¿Cuáles son las nuevas prácticas docentes que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos y no la simple transmisión de conocimientos? ¿Cuáles son las áreas en las que nuestra región enfrenta mayores desafíos? ¿Qué modelos de innovación tecnológica parecen ser más prometedores? El presente libro aborda estas y otras preguntas con el objetivo final de servir como una guía para los países que deseen usar la tecnología de forma efectiva en la educación.

Estas preguntas cobran aún más relevancia dado el actual contexto de la pandemia de la COVID-19. Para educar a nuestros jóvenes pese al confinamiento y para darles los conocimientos que necesitarán en el mercado de trabajo del futuro, el nuevo imperativo es acelerar la transformación digital de nuestros sistemas educativos guiados por la evidencia. El desarrollo de modelos de educación híbrida efectivos —en parte desde el hogar y en parte desde las aulas—, durante los meses posteriores a la apertura, será crítico para mantener la continuidad pedagógica mientras encontramos una solución permanente a la crisis sanitaria. Avanzar en este sentido no solo contribuirá a mejorar los aprendizajes sino que también ayudará a promover sistemas educativos más robustos y flexibles.

Marcelo Cabrol
Gerente del Sector Social
Banco Interamericano de Desarrollo

Eric Parrado
Economista Jefe y Gerente General del Departamento de Investigación
Banco Interamericano de Desarrollo

Agradecimientos

Aprender matemática en el siglo XXI: a sumar con tecnología es una publicación conjunta de la División de Educación del Sector Social y del Departamento de Investigación del Banco Interamericano de Desarrollo (BID). Este proyecto fue concebido con el objetivo de ofrecer a los gobiernos un conocimiento sólido sobre cómo aprovechar la tecnología para mejorar el rendimiento educativo en matemática de todos los alumnos. Esta publicación no hubiera sido posible sin el trabajo y apoyo de muchas personas.

Queremos agradecer especialmente a los autores de los capítulos, por compartir con nosotros en esta publicación su pasión y conocimiento técnico sobre la matemática y la tecnología.

Agradecemos también el apoyo de las autoridades del BID: Marcelo Cabrol, gerente del Sector Social; Eric Parrado, gerente del Departamento de Investigación; Sabine Rieble Aubourg, jefa interina de la División de Educación; y Emiliana Vegas, ex jefa de la División de Educación. También queremos agradecer el apoyo financiero del Fondo Especial de Banda Ancha que nos permitió desarrollar este estudio, en particular a Antonio García Zaballos.

Agradecemos los comentarios y observaciones del revisor externo Jeremy Roschelle, así como los miembros del comité de expertos que nos asesoraron durante todo el estudio: Robert Slavin y Carmen Strigel.

También queremos dar las gracias a quienes participaron en la edición, la traducción y la revisión de los capítulos: Steven Ambrus, David Einhorn, Claudia M. Pasquetti y su equipo de colaboradores, Juan Ignacio Pereira y Jimena Romero. Agradecemos a Pablo Bachelet, Rita Funaro, Andrea Piñero y Tom Sarrazin por su apoyo con la publicación y difusión del libro.

Los comentarios y opiniones que se expresan en esta publicación pertenecen a los autores y no reflejan necesariamente la visión del Banco Interamericano de Desarrollo ni de su Directorio Ejecutivo.

Colaboradores

Dor Abrahamson es profesor asociado en la Escuela de Educación de la Universidad de California, Berkeley, donde dirige el Laboratorio de Investigación de Diseño Personalizado.

Roberto Araya es investigador del Centro de Investigación Avanzada en Educación de la Universidad de Chile, donde está a cargo del área de Enseñanza y Aprendizaje de STEM.

Elena Arias es especialista senior de sector en la División de Educación del Banco Interamericano de Desarrollo.

Kreshnik N. Begolli es profesor en la Universidad Estatal de California, Long Beach y Dominguez Hills.

Douglas Clements es titular de la Cátedra Kennedy en Aprendizaje Infantil y profesor universitario distinguido de la Universidad de Denver.

Julián Cristia es economista principal del Departamento de Investigación del Banco Interamericano de Desarrollo.

Santiago Cueto es el Director Ejecutivo del Grupo de Análisis del Desarrollo (GRADE), con sede en Perú.

Ana Díaz es profesora y actualmente trabaja en la división de preescolar del Ministerio de Educación de Chile.

Karen Fuson es profesora emérita de Ciencias del Aprendizaje, Escuela de Educación y Política Social, y del Departamento de Psicología de la Universidad de Northwestern.

Nicholas Jackiw es investigador científico principal del Centro de Investigación e Innovación Educativa de SRI International.

Jeffery H. Marshall es consultor independiente y director ejecutivo de EdCaminos, una ONG que ofrece servicios de tutoría gratuita extraescolar en México.

Aki Murata es profesor asociado de educación matemática en la Universidad de Florida.

Emma Näslund-Hadley es especialista en educación del Banco Interamericano de Desarrollo.

Miguel Nussbaum es profesor de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Lindsey Engle Richland es profesora de educación en la Universidad de California, Irvine.

Julie Sarama es titular de la Cátedra Kennedy de Tecnologías Innovadoras de Aprendizaje y profesora universitaria distinguida de la Universidad de Denver.

M. Alejandra Sorto es profesora del Departamento de Matemáticas de la Universidad Estatal de Texas.

Gilbert A. Valverde es profesor asociado en la Escuela de Educación de la Universidad de Albany, Universidad Estatal de Nueva York.

Introducción: mejorar la educación en matemática a través de la tecnología

Elena Arias Ortiz (Banco Interamericano de Desarrollo),
Julián Cristia (Banco Interamericano de Desarrollo)
y Santiago Cueto (GRADE y Pontificia Universidad Católica del Perú)

El inicio del siglo XXI ha sido testigo de cambios tecnológicos a una velocidad exponencial, provocados particularmente por el incremento del acceso a Internet. Estos cambios están abriendo oportunidades en áreas como la industria, el comercio, los medios de comunicación y la salud. Las innovaciones en la tecnología de la información y las comunicaciones (TIC) han despertado un interés particular en el sector educativo. En los países de América Latina y el Caribe (ALC), este interés se ha materializado en importantes inversiones públicas para aumentar el acceso de los alumnos a las computadoras y a Internet con el fin de mejorar los resultados académicos. Las inversiones en dicha tecnología también apuntan a disminuir o eliminar la "brecha digital", entendida como la diferencia que se crea entre aquellos que tienen acceso a la tecnología y quienes no lo tienen. Los investigadores sugieren que hay otro nivel de esta brecha que implica no solo el acceso sino también las habilidades aprendidas para usar la tecnología (Sunkel, Trucco y Espejo 2013).

En principio, el uso de la tecnología puede mejorar significativamente el proceso educativo, al aumentar la motivación de los alumnos, personalizar la enseñanza, facilitar el trabajo en grupo, permitir una retroalimentación inmediata para los alumnos y posibilitar el monitoreo en tiempo real por parte de los docentes y otros actores.[1] Sin embargo,

[1] Hay muchos otros usos de la tecnología en la educación, incluida la mejora del sistema de gestión escolar y educativo. Por ejemplo, la tecnología se puede utilizar para

las grandes inversiones en tecnología en el sector educativo en ALC han sido objeto de un acalorado debate. Existe un abismo entre el impacto esperado de la tecnología y los resultados reales. De hecho, las pocas evaluaciones rigurosas realizadas hasta la fecha sugieren que los programas de tecnología educativa han tenido efectos limitados en el aprendizaje de los alumnos (Lubin 2018).

Un ejemplo típico del desajuste entre la expectativa y la realidad es el programa Una Laptop por Niño, que busca mejorar la educación en las regiones más pobres del mundo. El programa se implementó a nivel internacional, pero fue especialmente popular en ALC. De hecho, de las 2,4 millones de laptops distribuidas globalmente dentro del programa, alrededor del 80% se repartió en la región. Por ejemplo, en Uruguay todos los alumnos del país recibieron una laptop en el marco del programa. Perú también participó, y se compraron más de 800.000 laptops. Desafortunadamente, una evaluación rigurosa y a gran escala del Programa Una Laptop por Niño en Perú mostró que, a pesar de que el programa tuvo algunos efectos positivos en las habilidades cognitivas generales y digitales, no tuvo efectos medibles en matemática ni en comprensión lectora, que era uno de los objetivos del gobierno (Cristia et al. 2017).

Promoviendo el uso de programas guiados

La discusión pública generada a partir de Cristia et al. (2017) revela una fuerte demanda de evidencia rigurosa por parte de los gobiernos y otras partes interesadas. En particular, existe gran interés en saber cómo se pueden aumentar los beneficios educativos con el uso de la tecnología. Cristia y sus colegas utilizaron encuestas a alumnos y maestros, registros de computadora y una evaluación cualitativa paralela para demostrar que la falta de resultados académicos puede explicarse, parcialmente, por el uso limitado de computadoras en actividades directamente dirigidas al aprendizaje de matemática y comprensión lectora.

Hay pocas evaluaciones rigurosas de otros programas a gran escala en ALC, lo que cuestiona hasta qué punto las inversiones en tecnología mejoran los resultados académicos en la región. De hecho, los programas nacionales pioneros en TIC y educación, como Enlaces en Chile y Plan

mantener registros actualizados de los alumnos (incluidos la información personal, el registro de calificaciones y la asistencia diaria), la información sobre los maestros, el estado del equipo y las comunicaciones entre escuelas, padres y otras instituciones educativas, entre ellas, el ministerio de Educación. Sin embargo, el análisis de estos y otros usos potenciales excede el alcance de este libro. Para mas información sobre la transformación digital de la gestión educativa ver Arias Ortiz et al. (2019).

Ceibal en Uruguay, han dado grandes pasos para cerrar la brecha digital en sus países.[2] Sin embargo, son escasas las evaluaciones que explican cómo los diversos componentes de estos programas de TIC afectan el aprendizaje de los alumnos. Aunque las políticas nacionales para apoyar las TIC en la educación pueden no tener un impacto directo en el aprendizaje de los alumnos en sus primeras fases, es crucial establecer un efecto causal, dadas las importantes inversiones involucradas. Además, las evaluaciones ofrecen lecciones fundamentales, que pueden usarse para mejorar el diseño de los programas en toda la región.

Una revisión de las evaluaciones de tecnología educativa (Arias Ortiz y Cristia 2014) contribuye a esclarecer este debate. En particular, esta revisión encuentra que los programas que guían claramente a los participantes sobre cómo usar los recursos tecnológicos disponibles fomentan mejores resultados académicos que aquellos que no guían el uso de la tecnología. Un programa se considera como "guiado" si define específicamente el tema objetivo, el *software* que se usará y la duración semanal de su utilización. Es decir, un programa guiado define claramente las tres "S", en inglés: s*ubject* (tema), s*oftware* y s*chedule* (horario/calendario). En contraste, los programas "no guiados" brindan acceso a recursos tecnológicos, pero el usuario (maestro o alumno) debe definir el objetivo de aprendizaje, el *software* involucrado y la frecuencia de uso.

Según esta definición, el Programa Una Laptop por Niño en Perú no era de tipo guiado. A través de este programa, el gobierno de Perú distribuyó de manera entusiasta laptops personales para alumnos de escuelas primarias de zonas rurales. Los maestros recibieron capacitación durante una semana, pero se les brindó poca orientación sobre cómo integrar las

[2] Enlaces, el Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación, fue lanzado en 1992 para promover la calidad educativa en Chile mediante: i) la mejora del acceso a la tecnología en las escuelas públicas, ii) la capacitación de los maestros en el uso de TIC en el aula, y iii) el ayudar a los alumnos a desarrollar habilidades del siglo XXI. El Plan Ceibal fue creado en 2007 para apoyar las políticas educativas uruguayas a través de la tecnología, con el objetivo de fomentar la inclusión y la igualdad de oportunidades. Desde su implementación, cada niño que ingresa al sistema de educación pública en todo el país ha podido acceder a una computadora para uso personal con una conexión gratuita a Internet desde la escuela. Además, el Plan Ceibal ofrece una serie de otros servicios, que incluyen recursos educativos y capacitación docente. Las iniciativas recientes del Plan Ceibal buscan apoyar el aprendizaje de los alumnos de manera más directa y utilizar las evaluaciones para guiar la toma de decisiones. En particular, el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) aprobó un préstamo de US$30 millones para el Plan Ceibal en 2017, destinado a mejorar el aprendizaje de los alumnos en educación básica mediante la promoción de un mejor uso de la tecnología en el aula, la creación de contenido educativo digital y la capacitación de maestros.

computadoras en las prácticas pedagógicas. En contraste, en un programa implementado en escuelas primarias de la India (Banerjee et al. 2007), los alumnos usaban computadoras durante dos horas cada semana, y en este caso el nivel "difícil" de ejercicios matemáticos fue personalizado y el programa generó mejoras significativas en el rendimiento matemático de los alumnos.

Los efectos de los programas guiados también varían en una gama más amplia de resultados que los efectos de los programas no guiados (Arias Ortiz y Cristia 2014). Es decir, mientras que algunos programas guiados generan grandes efectos positivos, otros generan pocos o incluso negativos. Esta dispersión sugiere altos retornos de la experimentación con diferentes modelos de programas guiados para identificar los más efectivos. Además, la revisión también documenta que los programas guiados se encuentran entre los programas educativos con mayor impacto en el rendimiento académico, lo que demuestra el gran potencial de la tecnología para mejorar el aprendizaje de los alumnos. Esto es particularmente cierto en el caso de las habilidades matemáticas, donde los efectos parecen ser mayores que para la comprensión lectora.

Sin embargo, a pesar de la evidencia limitada de programas tecnológicos efectivos que se han implementado a gran escala, se debe reconocer que la tecnología en general y las computadoras en particular están aquí para quedarse. Los cambios tecnológicos del siglo XXI requieren que los jóvenes se gradúen del sistema educativo con un dominio tecnológico suficiente para desempeñarse bien en el mercado laboral. A medida que la presencia de computadoras e Internet se vuelve cada vez más primordial dentro del proceso educativo, los gobiernos continuarán invirtiendo en ello. Por lo tanto, la cuestión de cómo usar la tecnología de una manera costo-efectiva es de suma importancia.

Al mismo tiempo, cabe destacar los principales desafíos educativos que enfrentan los países de ALC. Para empezar, los niveles promedio de rendimiento académico son bajos en toda la región (Bos et al. 2016a). Esto es problemático porque el bajo desempeño en las pruebas estandarizadas está directamente relacionado con un desempeño económico deficiente a nivel país (Hanushek y Woessmann 2009, 2012). Además de eso, hay grandes brechas de habilidades entre los individuos provenientes de hogares de bajos y altos ingresos y de zonas urbanas y rurales (véase el capítulo 4).

La matemática es un área de aprendizaje particularmente crítica, y la mayoría de los alumnos de ALC no alcanza los niveles de competencia más básicos. En general, los alumnos de la región muestran un bajo rendimiento en matemática, lenguaje y ciencias y, de las tres asignaturas, el rendimiento en matemática es siempre el peor. El 63% de los alumnos de

15 años de la región no han alcanzado el nivel 2 (nivel básico) de competencia en matemática, en comparación con el 50% en ciencias y el 46% en lenguaje (Bos et al. 2016b). Sin embargo, el dominio de matemática es fundamental para las ocupaciones en ciencia, tecnología e ingeniería, campos que se espera que tengan una demanda creciente en los próximos años.

Cómo mejorar el aprendizaje de matemática en América Latina y el Caribe utilizando tecnología

En este contexto, este libro busca responder una pregunta: ¿Cómo pueden los gobiernos de ALC mejorar el aprendizaje de matemática utilizando la tecnología? Para responder la pregunta, el libro identifica, revisa y sintetiza conocimiento relevante para diseñar programas educativos que utilizan tecnología en la enseñanza de matemática en escuelas primarias de la región. En todo el mundo, investigadores, políticos y profesionales han estado experimentando y generando conocimiento sobre formas efectivas de usar la tecnología para mejorar el aprendizaje de matemática. Desafortunadamente, este conocimiento está disperso en una multitud de estudios e informes, conocidos solo por un rango de especialistas de los campos de educación, economía, psicología e informática. Al describir en detalle los programas y políticas prometedores que incorporan la tecnología en el aula y analizar su impacto, esta publicación proporciona una revisión profunda, y que se espera que sea útil, de la situación, lo cual es particularmente relevante para directores de tecnología y sus equipos técnicos en programas educativos de ALC, para especialistas en educación de organizaciones multilaterales y no gubernamentales, y para otros actores involucrados en la implementación de proyectos en esta área.

Al preparar este libro, se reconoció rápidamente un gran desafío: los programas efectivos pueden variar según el grado y el contexto. Por ejemplo, los programas que pueden ser efectivos en la escuela primaria pueden no funcionar bien en la secundaria. Además, aquellos capaces de funcionar bien en zonas urbanas pueden ser menos efectivos en áreas rurales. Este estudio se enfoca específicamente en programas que fomentan el aprendizaje de matemática en escuelas primarias de zonas urbanas de ALC.

El análisis de la educación primaria es fundamental para ayudar a los países a mejorar los resultados educativos de los alumnos desfavorecidos que con frecuencia carecen de las habilidades básicas necesarias para alcanzar los niveles de estudios secundario y superior. De hecho, la evidencia sugiere que las políticas para expandir la educación primaria en ALC han sido exitosas: la matrícula ahora es casi universal. Sin embargo, la calidad de la educación sigue siendo baja (Ganimian y Murnane 2016). Por lo tanto, explorar en profundidad cómo la tecnología educativa puede abordar mejor este desafío proporcionará una gran oportunidad a los países de la región para potenciar el uso de las inversiones recientes de acceso a la tecnología en la escuela primaria. El enfoque en matemática que propone este libro tiene una ventaja adicional: las expectativas de aprendizaje en esta materia, expresadas en los currículos nacionales y los marcos de evaluación internacionales, son bastante similares en todos los países de la región y del mundo, lo cual facilita la adaptación de soluciones de un país a otro.

El libro se centra en zonas urbanas, ya que ALC es una región altamente urbanizada y, por lo tanto, la gran mayoría de los alumnos se concentra en ciudades. No obstante, si bien evaluar los efectos de un mayor número de personas tiene sentido para las políticas, se espera que el alcance de estas páginas se amplíe en el futuro a estudios en zonas rurales. Muchos de los alumnos de menor rendimiento en la región viven en estas últimas. Ellos enfrentan desafíos educativos importantes relacionados con sus características socioeconómicas (por ejemplo, pobreza y etnicidad), y su acceso a infraestructura y recursos públicos (por ejemplo, electricidad e Internet) es reducido y desigual.

Finalmente, a lo largo del libro, el significado de la palabra “tecnología” está restringido a computadoras (de escritorio, laptops, netbooks) y tabletas. Estas son herramientas poderosas que facilitan una gran variedad de formas de buscar y procesar información. Las herramientas tecnológicas comúnmente utilizadas en los programas de educación a distancia, como la televisión y la radio, no fomentan interacciones tan ricas entre alumnos y maestros, por lo que no se incluyen en el análisis de esta publicación.

Una revisión de los desafíos de enseñar matemática

Este libro está dividido en dos partes. La primera comprende los capítulos del 1 a 4 y tiene como objetivo documentar los principales desafíos para el aprendizaje de matemática en ALC. En particular, estos capítulos buscan identificar procesos de enseñanza efectivos para el aprendizaje, pero que no prevalecen en la región. En otras palabras, la primera parte del libro procura proporcionar un diagnóstico exhaustivo de los principales desafíos para la enseñanza y el aprendizaje de matemática en la región. La segunda parte, que comprende los capítulos del 5 al 8, destaca cómo estos procesos educativos pueden fortalecerse mediante el uso de la tecnología, y describe los principales tipos de programas o modelos que utilizan tecnología y son relevantes para los desafíos en la enseñanza de la matemática que ALC enfrenta en la actualidad. Los modelos presentados en esta segunda parte tienen el potencial de producir grandes efectos en el aprendizaje de matemática. Asimismo, los efectos en los resultados socioemocionales, como la motivación, las actitudes y las habilidades de trabajo en equipo, también se considerarán como posibles factores mediadores para el logro académico en matemática.

Los siguientes párrafos resumen brevemente los contenidos y las ideas principales de cada capítulo. La mayoría de los capítulos incluye un resumen de recomendaciones de políticas en su sección final.

En el **capítulo 1**, Lindsey E. Richland, Kreshnik N. Begolli y Emma Näslund-Hadley sintetizan diversas investigaciones educativas con el fin de proveer una definición y objetivos fundamentales para la competencia matemática en el siglo XXI. Este capítulo proporciona una base teórica para el libro al describir los principales cambios de desarrollo que se producen en el pensamiento matemático de los niños a lo largo del tiempo, y al proporcionar una definición contemporánea del dominio de la competencia matemática. Los autores destacan cómo las mentes de los niños están preparadas de manera única para desarrollar conceptos matemáticos, pero también cómo la enseñanza adaptada a su edad y al contexto puede generar un mayor impacto. El mensaje principal para los educadores es diseñar programas en los que la enseñanza y la tecnología se basen en cómo piensan los niños, en lugar de enfocarse en técnicas pedagógicas. Si bien esto suena sencillo, implica un cambio importante en la orientación, al dejar de centrarse en la enseñanza (es decir, en lo que hace el maestro o la tecnología), y en cambio hacerlo en cómo responder mejor y fomentar el pensamiento de los niños.

El capítulo también proporciona una guía sobre cómo usar estándares para alcanzar objetivos de desarrollo en matemática. Los estándares de aprendizaje proporcionan normas comunes para todos los involucrados en el proceso de diseño e implementación de tecnología educativa matemática. El capítulo considera como ejemplo las reformas educativas de Estados Unidos y el desarrollo de estándares de alta calidad para la competencia matemática en la escuela primaria, que se conocen como los Estándares Estatales Básicos Comunes para Matemática de los Estados Unidos (CCSS Initiative 2010, por sus siglas en inglés). Esta experiencia es relevante para ALC porque muchos países todavía están avanzando en esta área. A lo largo del capítulo, los autores argumentan que la efectividad de la tecnología en los programas de educación dependerá sobre todo de cómo su uso ayude a los niños a desarrollar habilidades fundamentales y a superar los desafíos de aprendizaje.

Sobre la base del capítulo 1 acerca de la importancia de la competencia matemática para el siglo XXI, Aki Murata, Karen C. Fuson y Dor

Abrahamson proporcionan en el **capítulo 2** un marco conceptual para comprender cómo los maestros pueden ayudar a los alumnos a desarrollar comprensión y fluidez en matemática. El modelo de enseñanza balanceado, que se trata en este capítulo, se compone de tres fases sobre cómo los maestros pueden ayudar a sus alumnos a avanzar desde (1) la exploración hacia (2) la comprensión hasta (3) la fluidez en cada nuevo tema de matemática. La fase 1 tiene como objetivo desarrollar la estructura de pensamiento y sentido común matemático, al alentar a los alumnos a usar su intuición para explorar nuevos conceptos. En la fase 2, el corazón del proceso, la clase se involucra en una discusión mientras los alumnos hablan sobre sus procesos de razonamiento matemático, con la ayuda de contenidos visuales. Una vez que se alcanza un cierto nivel de comprensión, los maestros introducen métodos formales y buscan desarrollar fluidez matemática en la fase 3.

Este capítulo presenta una visión alternativa para la dicotomía entre la enseñanza tradicional, que enfatiza la fluidez de procedimientos y práctica, frente a las nuevas tendencias de enseñanza que promueven la exploración. Los autores resaltan las conexiones entre los distintos tipos de pensamiento de los alumnos y las representaciones visuales para ilustrar cómo el proceso de aprendizaje se mueve a través de las tres fases, y utiliza la "conversación matemática" para apoyar dichas conexiones.[3] Finalmente, los autores describen las ventajas de usar tecnología para respaldar el modelo de enseñanza balanceado, al describir cómo este puede guiar las decisiones nacionales sobre enseñanza y aprendizaje, incluidas las opciones con respecto a qué tipo de tecnologías usar, y la consideración de aquellas que ya están disponibles.

Después de esta revisión de estrategias efectivas de enseñanza, Gilbert A. Valverde, Jeffery H. Marshall y M. Alejandra Sorto, utilizando los resultados de las pruebas estandarizadas disponibles y contrastándolos los objetivos marcados por las políticas curriculares nacionales, brindan en el **capítulo 3** una evaluación detallada del contenido matemático que conocen los niños de ALC. Los autores se basan en los datos del Estudio de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés), una evaluación internacional de alumnos, y el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), una evaluación regional. Además, utilizan datos originales de los Archivos de Currículo Internacional y Libros

[3] Según el Consejo Nacional de Docentes de Matemáticas, la "conversación matemática" es una charla pedagógica dirigida por el maestro, pero con la mayor participación posible de los alumnos. La idea subyacente es que explicar el razonamiento matemático aumenta la comprensión matemática en los alumnos.

de Texto (*International Curriculum and Textbook Archive*) de la Universidad de Albany. Estos datos incluyen los temas descritos en el currículo de matemática (y lenguaje) de la escuela primaria de países en desarrollo, definidos como las expectativas oficiales con respecto al aprendizaje de matemática promovidas por los ministerios y los organismos nacionales de educación.

¿Qué dicen los datos y los resultados de las investigaciones en ALC sobre el estado actual del desempeño académico en matemática? Los autores muestran que los alumnos de la región tienen un rendimiento promedio sistemáticamente bajo en matemática en comparación con los de otras regiones del mundo. La evidencia de las evaluaciones regionales de alumnos también sugiere que los niveles promedio de rendimiento en matemática son muy bajos en ALC. De acuerdo con el TERCE, el rendimiento de los alumnos de tercer grado en matemática fue críticamente bajo (UNESCO-OREALC 2016), incluso en áreas de contenido específicamente cubiertas en los currículos nacionales. Los autores también encuentran evidencia de brechas persistentes en el desempeño educativo entre subpoblaciones de alumnos a favor de los alumnos de zonas urbanas de escuelas privadas.

Finalmente, los autores encuentran vacíos en los currículos nacionales de matemática en ALC. En algunos casos, falta de objetivos específicos en cuanto a contenidos clave como números enteros, números racionales y reales; problemas de proporcionalidad; patrones, relaciones y funciones; razonamiento matemático. Los autores consideran que estos vacíos son motivo de preocupación; a menos que estos temas se aborden explícitamente en un plan de estudios nacional, pocos alumnos tendrán la oportunidad de aprenderlos. Más allá de la política curricular, los autores destacan persistentes factores estructurales y de implementación que requieren ser atendidos. De hecho, aun en los países con los rendimientos educativos más altos y donde el contenido clave está cubierto en el currículo nacional, la mayoría de los alumnos puede resolver solo los problemas más rutinarios y en los niveles más bajos de demanda cognitiva.

En el **capítulo 4**, a partir de las bases de datos del TERCE y el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), Jeffery H. Marshall y M. Alejandra Sorto exploran qué insumos y prácticas en el aula están asociados con el rendimiento académico más alto. Los autores revisan estudios empíricos que describen las oportunidades educativas disponibles para niños en países o lugares específicos. En particular, analizan tres factores: 1) características observables del maestro y de la escuela, 2) capacidad o conocimiento del maestro y 3) procesos de enseñanza. Sus resultados revelan que existe una gran diferencia entre el aspecto que debería tener una clase de matemática efectiva y el de las clases que se observan en ALC. Existen deficiencias significativas en los entornos de enseñanza y aprendizaje: los maestros muestran bajos niveles de conocimiento del contenido pedagógico y los alumnos pasan mucho tiempo memorizando y aplicando algoritmos en lugar de participar en tareas cognitivas de alto nivel. Además, se documentan grandes brechas en cuanto a los insumos y las prácticas utilizadas en el aula entre las escuelas a las que asisten alumnos de bajos ingresos y aquellas a las que concurren alumnos de altos ingresos. Por otra parte, pocas aulas utilizan objetos didácticos, lo que indica falta de materiales. En resumen, las aulas de la región imparten clases de baja demanda cognitiva, que no desafían a los alumnos a aprender conceptos de manera profunda para lograr una buena competencia matemática.

¿Qué explica la falta general de calidad en las aulas de matemática de las escuelas primarias de toda la región? Los autores identifican y analizan diversos factores, entre ellos: limitados materiales de enseñanza, poco apoyo para los alumnos fuera del aula y conocimiento inadecuado de matemática entre los maestros. En este contexto, el aprendizaje asistido por computadoras podría ayudar tanto a alumnos como a maestros. Sin embargo, los autores advierten sobre los peligros de una confianza simplista en soluciones tecnológicas que no mejorarán automáticamente el aprendizaje. Las aulas de matemática de ALC necesitan exponer a los alumnos a tareas de aprendizaje que promuevan el razonamiento y el pensamiento, y la tecnología puede servir como un catalizador para alcanzar esta meta, pero no debe ser una meta en sí misma.

Ejemplos del uso de la tecnología para mejorar el aprendizaje

A partir de los desafíos identificados en la primera parte del libro, la segunda parte proporciona modelos concretos de cómo se puede usar la tecnología para mejorar el aprendizaje de matemática en ALC. El objetivo es identificar programas que sean efectivos, o al menos prometedores, dadas sus características de diseño, para mejorar el aprendizaje de matemática en la escuela primaria. Con esta finalidad, el **capítulo 5** analiza los modelos alternativos de uso de tecnología hasta segundo grado. Por su parte, los **capítulos 6, 7** y **8** examinan los usos potenciales de la tecnología para el aprendizaje de matemática entre los grados tercero y sexto.

En el **capítulo 5**, Julie Sarama y Douglas H, Clements proporcionan una visión general de los modelos para aprender matemática utilizando tecnología entre los años de educación preprimaria y el segundo grado de primaria, incluida la enseñanza asistida por tecnología que alienta a los alumnos a practicar para ganar fluidez; tutoriales y juegos de aprendizaje; herramientas de gestión con tecnología mejorada para seguir el progreso de los niños e individualizar la enseñanza; tecnología didáctica que fomenta el juego cognitivo.

Su fundamento teórico se sirve de trayectorias de aprendizaje que ofrecen un marco conceptual para el aprendizaje y la enseñanza basados en la construcción. Cada trayectoria de aprendizaje tiene tres partes: 1) una meta, 2) una progresión del desarrollo y 3) actividades de enseñanza. En este marco, para alcanzar la competencia matemática en un tema o dominio matemático dado (la meta), los alumnos dominan cada nivel sucesivo (la progresión del desarrollo), ayudados por tareas (actividades de enseñanza) que facilitan el pensamiento en ese nivel. Los autores describen cómo la tecnología puede hacer contribuciones sustanciales a la educación matemática de la primera infancia si sus aplicaciones son consistentes con las progresiones de aprendizaje esperadas.

Los autores también discuten los requisitos de la capacitación docente y los recursos necesarios para que estos modelos tengan éxito en ALC. Por ejemplo, aunque los beneficios de la programación son prometedores, especialmente en una era tecnológica cada vez más compleja, existen requisitos importantes para el uso efectivo de la programación. Si el *hardware* es escaso y si el perfeccionamiento y apoyo profesional de los maestros no ha sido suficiente, este puede ser un modelo improductivo y frustrante de implementar. En contextos de recursos limitados, los autores recomiendan aplicaciones simples, como tutoriales de enseñanza asistida por tecnología y aplicaciones de práctica explícitamente alineadas con los estándares (objetivos) existentes y los currículos. Pero incluso para estas aplicaciones más simples, los maestros deben recibir capacitación y apoyo en clase, y el *software* elegido debe cumplir ciertos requisitos, como ayudar a los niños a través de las trayectorias de aprendizaje, presentar actividades exploratorias introductorias e incluir objetos didácticos tecnológicos.

En el **capítulo 6**, Roberto Araya y Julián Cristia analizan los programas guiados que buscan promover la práctica matemática de los alumnos. Estos tipos de programas instan a los alumnos a realizar ejercicios en computadoras y promueven su participación a través de juegos y torneos para motivarlos a practicar. Este tipo de modelos se puede implementar como complemento de la enseñanza regular de matemática, y no requiere una estrecha coordinación entre las actividades de enseñanza basadas en la tecnología y las tradicionales. A partir de la experiencia de un proyecto piloto llevado a cabo en Santiago de Chile, el capítulo analiza 10 decisiones de diseño clave que maximizan los impactos. Estas decisiones de diseño se centran en definir claramente el objetivo del programa (es decir, qué habilidades matemáticas se desarrollarán), cómo se espera que se usen las computadoras durante las sesiones de tecnología y qué aportes son proporcionados directamente por el programa, incluyendo cómo se debe capacitar y apoyar a los maestros y coordinadores del laboratorio. Para cada una de estas decisiones clave, se analizan diferentes opciones mediante argumentos teóricos y evidencia empírica, y también considerando las elecciones reales de una serie de programas eficaces que guían el uso de tecnologías y se centran en promover la práctica de los alumnos.

Dos conclusiones principales surgen del análisis presentado en este capítulo. Primero, muchas de las decisiones analizadas implican difíciles *trade-offs* que deben considerarse, pero que a priori quizá no se reconozcan. Para tomar decisiones sobre cómo abordar estas disyuntivas es importante analizar las opciones de manera cuidadosa tomando en cuenta no solo los beneficios potenciales de cada opción sino también los posibles desafíos a enfrentar durante la implementación. En segundo lugar, las decisiones que deben tomarse al diseñar estos modelos deben tener sentido cuando se consideran no solo de forma aislada, sino también junto con todas las demás decisiones que se tomen o hayan tomado. Es decir, el capítulo enfatiza la necesidad crítica de garantizar la coherencia en todo el diseño.

El **capítulo 7** está dedicado a analizar un modelo integral que enfatiza la ventaja comparativa de la tecnología en la visualización y exploración de conceptos matemáticos complejos. En este capítulo, Nicholas Jackiw examina en detalle las tecnologías de aprendizaje matemáticamente abiertas (MOLT, por sus siglas en inglés) que involucran a los alumnos en la búsqueda y construcción activa del conocimiento de temas matemáticos y las mejores prácticas que se pueden utilizar en todos los grados. Estas tecnologías se definen en virtud de tres características: 1) un diseño centrado en el alumno y un modelo de usuario, 2) una estructura de actividad abierta y 3) una aplicación innovadora de la tecnología a las representaciones y prácticas matemáticas. Se resaltan dos experiencias prácticas: objetos didácticos de geometría dinámica y entornos numéricos. El capítulo recomienda que los responsables de las políticas públicas se centren en el desarrollo profesional de los maestros (en matemática y pedagogía más que en tecnología), así como en implementaciones incrementales por etapas de adopción efectiva y a escala de tecnologías de aprendizaje matemáticamente abiertas.

Finalmente, en el **capítulo 8**, Ana Díaz y Miguel Nussbaum revisan el concepto de orquestación en el contexto de la enseñanza de matemática utilizando la tecnología. La orquestación es la coordinación de la pedagogía, el currículo y la tecnología en un entorno centrado en el alumno. Los autores argumentan que los niños no están aprendiendo y que en los sistemas educativos las computadoras no se están usando de manera efectiva debido a la falta de apoyo pedagógico para que los maestros integren la tecnología y las necesidades de los alumnos en sus prácticas de enseñanza. Por lo tanto, para hacer efectivo el uso de la tecnología en el aula, bajo el modelo de orquestación, los maestros reciben un conjunto detallado de pautas sobre cómo implementar nuevas estrategias de enseñanza.

Una orquestación puede ser proporcionada desde el exterior o desarrollada internamente por las escuelas, pero en ambos casos es necesario cumplir ciertas condiciones sociales y de infraestructura para ayudar a los maestros a superar los desafíos que enfrentan. Una serie de preguntas guía y un diagnóstico del contexto específico de la escuela pueden contribuir a que las comunidades escolares desarrollen sus propias orquestaciones. Las clases pueden ser total o parcialmente orquestadas, según las herramientas, los conocimientos y las habilidades del maestro. Los autores demuestran que una orquestación puede resultar una herramienta eficaz, no solo para enseñar matemática, sino también en otras áreas del currículo.

Una gama de opciones prometedoras y advertencias de políticas

En resumen, el análisis que se propone en este libro subraya algunas de las opciones que los responsables de las políticas públicas y los educadores pueden explorar al decidir qué modelo de tecnología educativa implementar en un contexto específico. Por lo tanto, en lugar de generar una única recomendación sobre cómo incorporar las computadoras a las clases de matemática, los autores del libro consideran varios modelos de programas que se ha encontrado que tienen impacto en las prácticas de enseñanza y, con suerte, en el conocimiento y el pensamiento matemático de los alumnos. Sobre la base de las discusiones, los materiales y las referencias presentadas a lo largo de estas páginas, se considera que los programas efectivos tienen varias características clave:

1. La tecnología, incluido el acceso a computadoras e Internet, no es el objetivo principal, sino simplemente un instrumento utilizado para introducir prácticas pedagógicas efectivas que pueden desarrollar el conocimiento y el pensamiento matemático de los alumnos. La tecnología no está aquí para reemplazar a los maestros.

2. Todos los modelos requieren que los maestros puedan desarrollar su carrera y reciban capacitación profesional para tener éxito. En particular, para que un programa sea efectivo, es fundamental que los maestros sean guiados en el uso pedagógico de la tecnología, y no solo se los instruya en lo relacionado con la operación del equipo.
3. No es necesario proporcionar computadoras a cada alumno; los recursos físicos pueden ser compartidos.
4. Los programas deben adaptarse al contexto de la escuela y al sistema educativo en el que se implementan. Por ejemplo, en contextos donde la experiencia o las habilidades de los maestros con la tecnología son limitados, o donde las condiciones de infraestructura no son ideales, se deben implementar enfoques relativamente simples.
5. Los programas exitosos requieren que los actores interesados, incluidos los directores de escuela y los maestros, así como los padres y los alumnos, tengan una actitud positiva acerca del programa, a fin de fomentar y llevar a cabo su implementación y así superar las restricciones o críticas inevitables que a menudo surgen cuando se comienza un nuevo programa.
6. Las escuelas deben contar con un sistema de apoyo para resolver cualquier problema en la operación, reparación o reemplazo de equipos, obtener acceso a Internet y brindar apoyo pedagógico sobre los recursos disponibles y la mejor manera de usarlos en el ámbito local.
7. Las intervenciones que requieren tecnología deben estar alineadas con otras intervenciones a nivel nacional o regional, incluidos el currículo y las políticas docentes (tanto antes del servicio como en el marco del crecimiento profesional), así como intervenciones en otros sectores (en particular, infraestructura escolar y acceso a la electricidad e Internet).

Se espera que estos principios de diseño, así como las lecciones presentadas aquí, contribuyan a la toma de mejores decisiones de políticas sobre cómo utilizar la tecnología para mejorar el aprendizaje de matemática en ALC. Los países de la región han realizado grandes inversiones en tecnología educativa, y el acceso a computadoras y tabletas está bastante extendido en las escuelas públicas urbanas. Es importante diseñar e implementar modelos que puedan hacer un uso efectivo de las tecnologías disponibles, generando beneficios significativos a un bajo costo. Además, los gobiernos de la región son cada vez más receptivos ante la evidencia como un aporte para las decisiones de políticas, especialmente cuando esta puede informar cómo estructurar de manera óptima un programa, en lugar de informar acerca del lanzamiento o no de un programa en primer lugar. Sin embargo, ha habido ejemplos de gobiernos de la región que se embarcaron en un acceso masivo a programas de tecnología solo para darse cuenta más delante de que estos programas no se habían desarrollado completamente en cuanto a sus objetivos y procedimientos (por ejemplo, programas que no tuvieron en cuenta la teoría del cambio) o que no contaban con los recursos profesionales o monetarios suficientes para su implementación en el tiempo. Como se sugirió anteriormente, es fundamental contar con sistemas eficientes para monitorear la implementación de los programas y tener planes de evaluación cualitativa y cuantitativa integrados en el diseño de la intervención. Sin embargo, por lo general este no ha sido el caso en la región.

Las organizaciones multilaterales como el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) promueven el uso de evidencia en el diálogo operativo y de políticas, por lo que existen canales claros para difundir el conocimiento generado. El BID espera seguir siendo un actor relevante en esta área y continuar apoyando a una red de especialistas en el desarrollo, la implementación, la evaluación, el refinamiento y la ampliación de las intervenciones que utilizan tecnología para mejorar el aprendizaje de matemática (y eventualmente otras áreas). Por lo tanto, este libro puede considerarse un paso adicional en una iniciativa integral y continua que involucra a múltiples actores y puntos de vista de diferentes disciplinas, como la psicología, la educación y la economía, y que aprovecha las experiencias de distintas regiones alrededor del mundo que pueden proporcionar perspectivas múltiples y complementarias. El objetivo final es que estos esfuerzos contribuyan a hacer realidad la promesa de la tecnología en la educación para todos los alumnos de ALC.

Referencias

Arias Ortiz, E. y J. Cristia. 2014. The IDB and Technology in Education: How to Promote Effective Programs? Nota técnica del BID No. 670. Washington, D.C.: BID.

Arias Ortiz, E.; J. Eusebio, M. Pérez Alfaro, M. Vásquez and P. Zoido. 2019. Del papel a la nube: cómo guiar la transformación digital de los sistemas de informacion y gestión educativa (SIGED). IDB-TN-1660. Washington D.C.: BID.

Banerjee, A. V., S. Cole, E. Duflo y L. Linden. 2007. Remedying Education: Evidence from Two Randomized Experiments in India. *Quarterly Journal of Economics* 122 (3): 1235–264.

Bos, S., A. Elías, E. Vegas y P. Zoido. 2016a. ¿Cómo le fue a la región? Nota del BID 1. Washington, D.C.: BID.

———. 2016b. ¿Cuántos tienen bajo desempeño? Nota del BID 3. Washington, D.C.: BID.

CCSS (Common Core State Standards Initiative). 2010. Common Core State Standards for Mathematics. Washington, D.C.: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Disponible en http://corestandards.org/.

Cristia, J., P. Ibarrarán, S. Cueto, A. Santiago y E. Severín. 2017. Technology and Child Development: Evidence from the One Laptop per Child Program. *American Economic Journal: Applied Economics* 9 (3): 295–320.

Ganimian, A. J. y R. J. Murnane. 2016. Improving Education in Developing Countries: Lessons from Rigorous Impact Evaluations. *Review of Educational Research* 86 (3): 719–55.

Hanushek, E. A. y L. Woessmann. 2009. Schooling, Cognitive Skills, and the Latin American Growth Puzzle. Documento de Trabajo del NBER No. 15066. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.

———. 2012. Do Better Schools Lead to More Growth? Cognitive Skills, Economic Outcomes, and Causation. *Journal of Economic Growth* 17 (4): 267–321.

Lubin, I. (ed.). 2018. *ICT Supported Innovations in Small Countries and Developing Regions: Perspectives and Recommendations for International Education*. Cham, Suiza: Springer.

Sunkel, G., D. Trucco y A. Espejo. 2013. La integración de las tecnologías digitales en las escuelas de América Latina y el Caribe: Una mirada multidimensional. Santiago de Chile: CEPAL.

UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) y OREALC (Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe). 2016. Informe de resultados Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo TERCE: Logros de Aprendizaje. Santiago de Chile: UNESCO y OREALC.

CAPÍTULO 1

El desarrollo del pensamiento matemático en los niños

Lindsey E. Richland (Universidad de Chicago), Kreshnik N. Begolli (California State University) y Emma Näslund-Hadley (Banco Interamericano de Desarrollo)

Los objetivos sobre el dominio de la matemática en el siglo XXI han cambiado, llevando a reformas educativas en la enseñanza de matemática en todo el mundo. El éxito económico depende cada vez más de la formación de una fuerza laboral competente en esta disciplina, capaz de aplicar la matemática aprendida a problemas del mundo real, de innovar, pensar creativamente y participar de manera adaptativa en las economías en continuo cambio. Este tipo de competencia matemática requiere una comprensión más conceptual y flexible en comparación con la matemática tradicional que se enseña en las aulas de América Latina y el Caribe (ALC), y se argumenta que la falta de esa competencia tiene consecuencias económicas directas (Hanushek y Woessmann 2012). Por ello, las reformas educativas son esenciales. También son complejas, ya que la mayoría de los educadores tiende a enseñar de la forma en que aprendió, y los padres de los alumnos tienden a sentirse incómodos frente a nuevas maneras de enseñanza. Reformar la enseñanza de la matemática implica un cambio cultural importante, tanto en los objetivos de aprendizaje de los alumnos (es decir, decidir qué cuenta como una competencia matemática) como en las técnicas pedagógicas.

En este capítulo se sintetiza un gran conjunto de investigaciones relativas a la educación matemática, que ofrece a los educadores y administradores de ALC un panorama de cómo se desarrolla el pensamiento matemático de los niños, un marco para los objetivos de la competencia matemática para la economía del siglo XXI, e ideas clave para tener en cuenta al adoptar tecnologías educativas destinadas a apoyar el pensamiento matemático.

El capítulo comienza con una descripción de cómo el cerebro en desarrollo de los niños hace que estos estén abiertos y listos para aprender conceptos matemáticos, y también cómo la enseñanza (tanto a través de los maestros como de la tecnología) debe considerar las diversas maneras en que los niños pueden necesitar apoyo adicional debido a su edad o a sus conocimientos previos. Al mismo tiempo, la ansiedad y los sentimientos de presión —o estereotipos discriminatorios— pueden contribuir a generar graves brechas en el rendimiento académico, como las que se observan entre los alumnos de ALC. Estos estereotipos pueden llevar a que, debido a la percepción social de que son peores en matemática, las niñas o los niños de grupos minoritarios aprendan menos o se desempeñen por debajo de sus habilidades reales en las pruebas. A lo largo de estas páginas, los cuadros resumen los puntos clave que, si bien no son exhaustivos, constituyen algunas de las principales consideraciones sobre los programas de estudio y el desarrollo del cerebro a tomar en cuenta en el momento de evaluar tecnologías educativas o métodos de enseñanza.

El capítulo gira en torno a un mensaje clave: el punto de partida para diseñar la enseñanza y las herramientas debe basarse en cómo piensan los niños, y no en las técnicas pedagógicas per se. Si bien esto parece sencillo, en realidad representa un cambio importante: en lugar de centrarse en la enseñanza y en lo que el maestro o la tecnología está haciendo, se trata de centrarse en la mejor manera de responder y fomentar el pensamiento de los niños. Esto significa organizar la enseñanza alrededor de lo que los niños ya saben, aquello para lo cual están preparadas sus mentes y el cómo se pueden sentir en ese momento (por ejemplo, ansiosos, curiosos, comprometidos o aburridos). El éxito o el fracaso de la educación en matemática y la forma en que se selecciona e implementa la tecnología educativa dependen de la capacidad de ayudar a los niños a desarrollar habilidades fundamentales y superar desafíos.

1.1 Una comprensión conceptual de la matemática

Desde la primera infancia, las mentes de los niños interpretan el mundo a través de cantidades, espacio, formas y patrones: los componentes básicos del pensamiento matemático complejo. Los niños hacen esto naturalmente. Por ejemplo, la mayoría de los bebés presta atención a las cantidades y grupos de números pequeños antes de aprender a caminar o hablar (Dehaene 1997; Gallistel y Gelman 1992; Lipton y Spelke 2003). Por lo tanto, pese a que muchos niños en edad escolar (y adultos) se sienten incomodos con la matemática, el pensamiento matemático es una parte innata de la vida humana.

Las mentes de los niños están biológicamente organizadas de una manera que les permite hacer matemática, pero sin la enseñanza no pueden aprender más que comparaciones básicas de cantidad. El entorno para el aprendizaje de la matemática es sumamente importante, y hay mucho que debe enseñarse explícitamente. Para que los niños logren adquirir niveles superiores de matemática, deben conectar su pensamiento matemático inicial con símbolos matemáticos, como números y operadores. Este es el primer obstáculo al que se enfrentan los niños cuando aprenden matemática formal, y que es de fundamental importancia para la capacidad de razonar utilizando cálculos matemáticos y de pensar en términos matemáticos, en lugar de ver a la matemática como un conjunto de principios abstractos a memorizar para una futura prueba.

¿Cómo se les presentan los símbolos matemáticos a los niños por primera vez? ¿Y cómo se pone a prueba el uso de estos símbolos? Este capítulo aboga por una nueva definición de competencia matemática, una que va más allá de simplemente garantizar que los niños conozcan las respuestas correctas a los problemas para asegurarse de que lo hacen con comprensión. Considérense los siguientes problemas (adaptados NRC 2009) como una analogía de la forma en que un niño podría aprender a usar símbolos numéricos ya memorizados como una lista y no como un conjunto de cantidades.

Usa el alfabeto para resolver los siguientes problemas (por ejemplo, "A = 0, B = 1, etc."):

1. Cuenta a partir de "J"
2. F + D = ____?
3. E x C = __?
4. ¿Cuántos dedos tiene "H"?

A pesar de nuestra comprensión de lo que significa sumar, restar, multiplicar o comparar cantidades y nuestro fácil conocimiento del orden alfabético, la novedad de usar símbolos alfabéticos de esta manera compromete significativamente nuestra capacidad para resolver estos problemas. Este ejemplo demuestra cuán difícil puede ser la matemática si se la conoce solo como un conjunto de reglas que deben memorizarse. De la misma manera en que muchos de nosotros luchamos con el uso de símbolos alfabéticos para resolver problemas de matemática, alentar a los niños a memorizar las sumas o los productos de los cálculos puede llevarlos a simplemente responder de manera correcta las preguntas. Pero si no se garantiza primero su comprensión, pensar detenidamente en cálculos más complejos será igual de incómodo y abstracto. Parte del desafío para los maestros es reconocer que, a fin de compartir su propio conocimiento desarrollado de la matemática con los alumnos, deben asegurarse de que estos últimos desarrollen un sentido profundo de los números, fundamentado en experiencias concretas, antes de enseñarles cómo manipular los símbolos numéricos en formas más abstractas.

La enseñanza tradicional de matemática espera que los alumnos memoricen procedimientos y sigan reglas para manipular estos símbolos sin proporcionarles conexiones conceptuales de cantidad, forma, espacio o patrones. Los maestros pueden haber aprendido estos símbolos tan bien que no se dan cuenta de lo difícil que es para los alumnos hacer estas conexiones. Su expectativa es que, al lograr que los alumnos practiquen el uso de procedimientos, símbolos o reglas, estos establecerán las conexiones necesarias para resolver problemas cotidianos. Desafortunadamente, los alumnos a menudo comienzan a ver a la matemática como una disciplina de cálculos con un conjunto de procedimientos y reglas desconectados que deben memorizarse. Si bien la fluidez en el uso de símbolos matemáticos, junto con los procedimientos y las reglas, es esencial para desarrollar un pensamiento matemático complejo, la capacidad de calcular los procedimientos rápidamente no equivale a la competencia matemática.

Los niños deben desarrollar una comprensión de la matemática que esté conectada a un modelo interno de cantidad, y que les permita razonar a través de ideas matemáticas de manera generativa y de nuevas formas, en lugar de memorizar un conjunto de reglas desconectadas. Para lograr esto, deben entender a la matemática como una disciplina basada en el pensamiento y la resolución de problemas (no solo la memorización) y los conceptos matemáticos deben presentarse a ellos de una manera holística e integral (en lugar de conformar una lista de temas separados y disociados). Esto les proporcionará los fundamentos necesarios para resolver problemas en todos los sectores laborales, y para una amplia gama de propósitos, desde la gestión contable y financiera hasta la toma de decisiones de políticas (basadas en datos) y la tecnología de programación. Por lo tanto, es esencial que las decisiones en cuanto al uso de la tecnología en educación comiencen con una definición clara de competencia matemática: a saber, ¿qué es lo que queremos que nuestros alumnos sepan cuándo ingresen en la fuerza laboral?

La siguiente sección describe el desarrollo de las habilidades matemáticas y cognitivas de los niños para proporcionar un marco para pensar cómo apoyar la competencia matemática a lo largo del tiempo.

1.2 Cómo aprenden los niños

La enseñanza a lo largo de la escuela primaria debe considerar el desarrollo de la mente de los niños. Debe ser apropiada para la edad y construir sobre la capacidad de crecimiento. Piaget (1970, 1977) revolucionó la investigación sobre desarrollo infantil al descubrir que los niños pequeños no son menos inteligentes que los adultos a pesar de que pueden ver e involucrarse con el mundo de diferentes maneras. Luego Piaget describió un conjunto de etapas a lo largo de las cuales todos los niños progresan. Diversas investigaciones contemporáneas (Demetriou et al. 2013; Fischer 2008; Weiten 1992) han revelado que estas etapas no son universales en todas las culturas, y que el desarrollo de un niño no siempre se estabiliza en un hito específico. Aun así, la percepción básica de Piaget es primordial: los adultos deben ser conscientes de que las mentes de los niños no funcionan de la misma manera que las suyas y, a fin de reconocer el pensamiento de los niños e identificar sus necesidades de aprendizaje, deben realizar un trabajo explícito. La tecnología puede facilitar el proceso de identificación de las progresiones del desarrollo de los niños con el fin de proporcionar el apoyo que mejor se adapte a sus necesidades, en función de la etapa de desarrollo y del entorno cultural de cada niño.

El apoyo de los adultos para el desarrollo cognitivo de los niños es importante. Según lo descrito por Vygotsky (1978), los adultos desempeñan un papel fundamental en la orientación del desarrollo de los niños y deben ser sensibles al estado actual de su conocimiento y capacidad, para ayudarlos a llegar al siguiente nivel posible dentro del alcance de su capacidad actual. Esto se describe como la zona de desarrollo próximo: el rango entre lo que un niño ya sabe y lo que puede lograr con el apoyo de un adulto. La tecnología también puede desempeñar un papel de respaldo similar. De acuerdo con esta teoría, lo ideal es que la tecnología pueda satisfacer a los niños de manera adaptativa en función a sus conocimientos previos y brindarles soporte para que puedan tener éxito en el siguiente nivel de habilidades. Por lo tanto, el apoyo externo, ya sea humano o basado en la tecnología, primero debe prestar atención al pensamiento actual de los niños antes de que pueda ayudarlos a avanzar. A continuación, se describen aspectos clave del desarrollo de los niños basados en la maduración.

1.2.1 Maduración cerebral y limitaciones cognitivas

Un gran número de investigaciones indica que el cerebro de los niños continúa desarrollándose durante la infancia y la adolescencia, y en algunas regiones incluso en la tercera década de la vida (Mungas et al. 2014). Por lo tanto, incluso en la escuela primaria, el cerebro de los niños aún es maleable, y cambia con la edad y los aportes de su entorno, como los vecindarios y las escuelas (NRC e Instituto de Medicina 2000).

Un área en particular que continúa desarrollándose es el lóbulo frontal, la parte del cerebro ubicada detrás de la frente, que tiene serias implicaciones para el aprendizaje matemático de los niños. El lóbulo frontal está involucrado en muchos actos cognitivos superiores; es en parte responsable de la resolución de problemas, el razonamiento y la planificación de soluciones que requieren esfuerzo, así como también de la inhibición del comportamiento o de los pensamientos impulsivos (Stuss 2006).

Dentro del lóbulo frontal, una constelación de mecanismos, conocidos con el nombre de funciones ejecutivas, trabaja en conjunto para regular la atención y el procesamiento cognitivo de los humanos. Se trata de un sistema que toma un conjunto limitado de recursos de atención y los distribuye hacia una variedad de subprocesos cognitivos que a su vez regulan la dinámica de la cognición humana (Diamond 2013; Miyake et al. 2000). Una parte muy importante de este sistema es la memoria funcional, que implica la capacidad de mantener la información en la mente y usarla activamente para la resolución de problemas, el razonamiento u otros propósitos. Por ejemplo, en un salón de clases, si a los alumnos se les han dado instrucciones (por caso, "terminar este problema y luego escribir su solución en la página 7") y después un problema de palabras para resolver, ellos deben recordar las instrucciones, los números de los problemas y el objetivo de la tarea al mismo tiempo que intentan realizar los cálculos relevantes. Si un alumno no tiene suficiente memoria funcional disponible para recordar todo esto, es probable que pierda partes del problema y parezca que no sabe cómo resolverlo, o puede que no escriba la solución donde el maestro lo solicitó, cuando en realidad la dificultad puede haber sido la capacidad del alumno para recordar simultáneamente todos los detalles.

El segundo subcomponente principal de las funciones ejecutivas en los niños es el control inhibitorio, también llamado control cognitivo, de acuerdo con el cual se ejerce el control sobre los impulsos inmediatos y se trabaja para ignorar la información irrelevante (Diamond 2013). Por ejemplo, si un alumno está sumando dos fracciones en una clase, su impulso será sumar los numeradores y luego los denominadores, ya que esa es la forma en que la aritmética siempre ha funcionado con los números enteros. Sin embargo, el alumno ejerce un control inhibitorio para resistir esta tentación y, en su lugar, busca en su espacio mental el procedimiento correcto y lo ejecuta.

El razonamiento matemático requiere una gran cantidad de memoria funcional y de control inhibitorio, por lo que los entornos de aprendizaje que reducen estos recursos tienden a restringir la capacidad de los alumnos para dar saltos inferenciales, atender relaciones abstractas y en general realizar un pensamiento de orden superior (Tohill y Holyoak 2000; Cho, Holyoak y Cannon 2007). Por lo tanto, los maestros/profesores y la tecnología educativa no deben sobrecargar los recursos de la función ejecutiva de los niños, a fin de que estos dejen de lado la información irrelevante y puedan retener en su mente la información para resolver problemas. Además, sobrecargarlos hará que los alumnos memoricen procedimientos en lugar de establecer conexiones y desarrollar el conocimiento conceptual necesario.

La sobrecarga de la memoria funcional y los recursos de control inhibitorio pueden ocurrir cuando los niños tienen que hacer muchos cálculos en sus cabezas, como cuando los maestros proporcionan largas listas de instrucciones, o cuando hay gran cantidad de distracciones a las que se debe ignorar o no responder. En las plataformas tecnológicas, deben evitarse estas distracciones, como las imágenes irrelevantes, los ruidos o los pasos de un juego que un niño necesita recordar o ignorar. De manera similar, puede haber distracciones en la clase cotidiana, como tener que rechazar ideas erróneas que resultan atractivas, recordar problemas sin poder escribir o ver los pasos, o tener que acordarse de una larga lista de instrucciones de actividades que son externas a los conceptos matemáticos en sí mismos.

La razón por la que la memoria funcional es importante en el pensamiento matemático es porque desempeña un papel clave en la recolección de información matemática y en el darle sentido, transformándola (por ejemplo, llevarla de un problema verbal a una ecuación simbólica) y, en general, permitiendo que los niños piensen a través de los problemas. Imagínese que un alumno está escuchando a otros dos alumnos que describen diferentes maneras en que resolvieron un problema. Esta puede ser una manera extremadamente beneficiosa de ayudar a los alumnos a darse cuenta de que la mayoría de los problemas de matemática pueden ser resueltos de muchas maneras distintas, y por lo tanto deben tratar de pensar la matemática a través de problemas, no solo usar un método enseñado por el maestro. Sin embargo, para beneficiarse de este tipo de discusión matemática que compara soluciones a problemas, cada alumno debe crear dos modelos mentales de estas soluciones y luego alinearlos en su cabeza para considerar si ambos son correctos, cuán similares (o divergentes) realmente son, y si se podrían usar en otro problema nuevo.

El control inhibitorio es clave para suprimir conceptos erróneos irrelevantes, pero potencialmente importantes (Cho, Holyoak, y Cannon 2007; Richland, Morrison y Holyoak 2006; Begolli et al. 2018). En matemática, esto podría incluir la idea errónea de que dividir por una fracción debería llevar a un número menor (como lo hace en enteros), o que 6/10 debería ser mayor que 3/5, ya que los números de la primera fracción son más grandes. Por lo tanto, las variaciones en la capacidad cognitiva de la función ejecutiva pueden explicar por qué algunos alumnos se dan cuenta y se benefician de las oportunidades de aprendizaje matemático, mientras que otros no lo hacen a menos que se les brinde más apoyo en la enseñanza.

Por ejemplo, en los problemas mencionados anteriormente, cuando A = 0, B = 1, C = 2, etc., resolver el problema de equivalencia F + B = ___ + D requiere que en la memoria funcional se mantenga activa cada letra (o símbolo numérico en el caso de niños pequeños), que se recupere su correspondencia con el símbolo numérico (magnitud) de la memoria a largo plazo, y que esta información se manipule en la memoria funcional para obtener la respuesta. Por lo tanto, comprender esta solución en términos de las magnitudes que representan F, J y D, mientras nos centramos en los pasos necesarios para obtener la respuesta correcta (D), representa un esfuerzo considerable incluso para los adultos. De esta forma, es poco probable que un niño tenga recursos mentales adicionales adecuados para considerar por qué y cómo está haciendo este procedimiento y si la respuesta parece correcta. Sin embargo, en ALC el método primario de enseñanza de la matemática sigue siendo el ejercicio, la práctica y la memorización de procedimientos (Näslund-Hadley, Loera Varela y Hepworth 2014). Aunque se necesita algo de memorización, un enfoque casi exclusivo en procedimientos y mecanismos deja al niño con menos recursos para el pensamiento crítico y creativo.

Los educadores y diseñadores de tecnología para educación deben ser conscientes de que si los recursos de la función ejecutiva están sobrecargados (incluso por mecanismos matemáticamente irrelevantes, como el requisito de recordar instrucciones complicadas o a través de un juego que requiere prestar atención a características que no son matemáticamente relevantes), los niños no pueden disponer de recursos adecuados para la resolución de problemas, el razonamiento matemático, la comprobación de soluciones o el recuerdo de conceptos complejos. Por ejemplo, se ha considerado que identificar similitudes y diferencias entre problemas o soluciones matemáticas es útil para desarrollar el conocimiento conceptual de la matemática (NRC 2001; CCSS Initiative 2010). Sin embargo, la forma en que se presentan estos problemas o soluciones puede tener un gran efecto en el pensamiento de los alumnos, generando los mayores beneficios cuando los alumnos no tienen que recordar lo que sus compañeros de clase o el maestro dijeron, sino más bien cuando pueden ver todo eso a la vez en una pizarra, una pantalla o el papel (Begolli y Richland 2016; Richland y McDonough 2010). Si un maestro afirma que un nuevo problema “usa la misma estrategia que el último problema”, pero los alumnos tienen que esforzarse mentalmente para recordar cuál fue la estrategia en cuestión, tendrán menos tiempo para pensar en cómo se puede aplicar esa solución al nuevo problema. La tecnología educativa debe tener consideraciones similares, por ejemplo, mediante la visualización de ejemplos a los que se haya hecho referencia anteriormente, para garantizar que los recursos de los niños no estén sobrecargados. El cuadro 1.1 destaca los puntos del desarrollo cognitivo de los niños que hay que considerar cuando se utiliza la tecnología en el aula.

CUADRO 1.1
PUNTOS CLAVE DEL DESARROLLO QUE SE DEBEN CONSIDERAR AL EVALUAR UNA TECNOLOGÍA EDUCATIVA

Factor curricular o cognitivo	Implicación para el aprendizaje	Qué buscar
El cerebro de los niños en la escuela primaria aún está desarrollando la capacidad de controlar su atención, enfocarse en las partes relevantes de la información entrante y no prestar atención a la información irrelevante. Esta capacidad se conoce con el nombre de función ejecutiva.	Los diseñadores educativos pueden sorprenderse de que los niños tengan problemas para identificar la información clave a la que se supone que deben prestar atención en una clase o exposición informativa, y se distraigan fácilmente. Esta distracción puede llevar a ignorar el contenido crucial de la clase, o a recordar información irrelevante o a veces engañosa.	La exposición debe limitar la información irrelevante (incluso si se pretende aumentar el interés), usar el movimiento con moderación pero intencionalmente, y al mismo tiempo recurrir a señales para llamar la atención sobre información clave (por ejemplo, aclarar información o mostrar múltiples representaciones del mismo concepto).
El cerebro de los niños también está desarrollando la capacidad de mantener varios datos activos de manera simultánea. Esto se llama memoria funcional.	Retener los múltiples pasos de los problemas en su memoria, recordar cómo un problema está relacionado con otro, pensar en las consignas de la tarea mientras se planifica una solución de varios pasos, todos estos son desafíos para los niños de la escuela primaria.	Las actividades no deben requerir que se recuerden muchas instrucciones o pasos al planificar, pensar o ejecutar la resolución de problemas complejos. Si los niños trabajan para controlar su atención (véase el tema de las funciones ejecutivas en el casillero superior izquierdo de este cuadro), tendrán menos memoria funcional disponible para pensar al mismo tiempo en muchos pasos, datos o planes.

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 1.1 *(continuación)*
PUNTOS CLAVE DEL DESARROLLO QUE SE DEBEN CONSIDERAR AL EVALUAR UNA TECNOLOGÍA EDUCATIVA

Factor curricular o cognitivo	Implicación para el aprendizaje	Qué buscar
Transferencia: los niños que aprenden un concepto o una estrategia de resolución de problemas para un problema a menudo no se dan cuenta de que pueden usarlo para otros problemas o en nuevos contextos.	El conocimiento matemático de los niños se vuelve inflexible y es poco probable que se use en contextos cotidianos, o que se establezcan conexiones entre conceptos. Esto requiere volver a aprender y memorizar muchos temas separados en lugar de dar sentido a la matemática de una manera más coherente.	Las ideas matemáticas deben enseñarse en relación con otras formas en que se pueden utilizar. Las actividades deben ser muy explícitas sobre las conexiones entre ideas o conceptos matemáticos, empleando el lenguaje de comparación o contraste.

Fuente: Elaboración propia.

1.3 Una nueva definición y estándares para el dominio de la matemática

Las recomendaciones de investigaciones e informes internacionales sobre ALC son evidentes: las mejoras educativas en la región requieren estándares claros y de alta calidad para el aprendizaje de los alumnos, y pasos alcanzables para lograr estos objetivos (ICSU-LAC 2010; Board 2006; Puryear y Goodspeed 2011). Los estándares de aprendizaje proporcionan normas comunes para todos los involucrados en la toma de decisiones sobre el diseño y la implementación de tecnología educativa para la matemática. Los estándares deben incluir objetivos alcanzables para el pensamiento de los alumnos, en lugar de una lista de temas a cubrir o teorías generales de aprendizaje que son difíciles de implementar para los maestros (Zimba 2014). ALC se ha centrado en gran medida en ampliar el acceso a la educación, pero pocos países han focalizado sus esfuerzos de reforma en la creación de estándares nacionales de aprendizaje (Junta 2006). Muchos de estos estándares aún se están desarrollando, pero las inversiones en las escuelas hasta ahora no se han traducido en una mejora de los resultados de aprendizaje (Puryear y Goodspeed 2011).

Al igual que en otros países de alto rendimiento, las reformas educativas en Estados Unidos han adoptado el enfoque según el cual la presencia de estándares de alta calidad para la competencia matemática constituye un primer paso indispensable para crear experiencias de aprendizaje coherentes y efectivas para los jóvenes del país. Los estándares de Estados Unidos se derivan de una base de investigación exhaustiva y están alineados con los estándares educativos de otros países de alto rendimiento (Cobb y Jackson, 2011). Si bien el Programa Básico Común (*Common Core Curriculum*) de Estados Unidos ha generado controversia y no está exento de fallas, proporciona un modelo sólido sobre cómo utilizar las asociaciones de investigadores y profesionales para crear un conjunto coherente de objetivos estandarizados para el aprendizaje de los alumnos. Cabe destacar que estos objetivos no abarcan solo temas curriculares. También incluyen estándares de práctica, que son objetivos para los comportamientos de los alumnos y enfoques de matemática, como se describe con más detalle a continuación.

Los Estándares Básicos Comunes (*Common Core Standards*) de Estados Unidos se instituyeron con el doble objetivo de: 1) proporcionar orientación a los educadores sobre temas y prácticas clave en los cuales enfocarse y 2) establecer una base común para la realización de pruebas a nivel del distrito, del estado y federal, y comparar los avances de los alumnos. Los Estándares Básicos Comunes son controvertidos y a la vez elogiados y criticados en términos de estos dos objetivos. Con respecto al primer objetivo, los estándares están bajo presión para asegurar que las áreas de contenido matemático clave estén adecuadamente cubiertas y que se proporcione suficiente orientación a los maestros para garantizar que el objetivo pueda implementarse en acuerdo al plan. El segundo objetivo ha sido más controvertido aún; por un lado, porque las pruebas se han expandido, reemplazando muchos días de enseñanza, y por otro, porque a menudo estas pruebas están vinculadas a decisiones de financiamiento. Los educadores argumentan que hay numerosas razones no vinculadas a la calidad educativa por las cuales algunos alumnos pueden tener un rendimiento inferior al de sus compañeros, como la inversión de los padres o la seguridad financiera. Al mismo tiempo, las pruebas pueden proporcionar información sobre dónde deben dirigirse los recursos para mejorar el aprendizaje de los alumnos, incluido el desarrollo profesional de los maestros.

Dado que aquí se pone énfasis en la importancia de desarrollar estándares para la enseñanza de la matemática, los Estándares Básicos Comunes de Estados Unidos se usan como un ejemplo que plantea algunos temas clave para su consideración a medida que los países de ALC desarrollan sus propias versiones de los estándares.

1.3.1 Un ejemplo de estándares basados en la investigación: los Estándares Básicos Comunes de Estados Unidos

El desarrollo de los Estándares Estatales Básicos Comunes para Matemática (*Common Core State Standards*, CCSS) de Estados Unidos surge de los esfuerzos de colaboración y de la experiencia de 73 especialistas involucrados en reformas educativas (Zimba 2014). Se tuvieron en cuenta los estándares de aprendizaje de los países con mejor desempeño internacional en las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) y del Estudio Internacional de Tendencias de Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés) (Cobb y Jackson, 2011). Si bien muchos países tienen sus propios estándares curriculares, los CCSS tienen propiedades únicas que proporcionan recomendaciones sobre cómo formular objetivos de enseñanza que se basan en la teoría y apuntan a formar alumnos profundamente reflexivos, pero también son prácticos en el contexto del aula. El CCSS no es prescriptivo, ya que estos objetivos pueden alcanzarse utilizando diferentes técnicas de enseñanza. Pero sí brinda a los maestros/profesores objetivos para las prácticas, así como una estructura para decidir qué temas cubrir y cuándo. Tener a todos los maestros alineados con estas secuencias temáticas ayuda a asegurar la integración vertical (coherencia entre los planes de estudio que abarcan varios años de la escuela primaria), de modo que los maestros sepan lo que sus alumnos aprendieron el año anterior. Los estándares se instituyeron a partir de los siguientes criterios rigurosos (Iniciativa CCSS 2010):

- Menos estándares, pero más altos y más claros para impulsar de la mejor manera posible una política y una práctica eficaces.
- Alineación con las expectativas universitarias y laborales para que todos los alumnos estén preparados para tener éxito al graduarse de la escuela secundaria.
- Incorporación de contenido riguroso y aplicaciones de conocimiento a través de habilidades de orden superior para que todos los alumnos estén preparados para el siglo XXI.
- Alineación internacional para que todos los alumnos estén preparados para triunfar en la economía y la sociedad globales.
- Fundamentación en la investigación y en la evidencia.

Estos criterios resultaron en la creación de un modelo de estándares basados en dos componentes clave: el desarrollo del contenido curricular (estándares de contenido) y las prácticas de enseñanza que conducen a la competencia en matemática (estándares de práctica), tal como se resume en el cuadro 1.2. Los estándares de práctica incluyen las habilidades particulares que se esperan de los alumnos, mientras que los de contenido se desarrollan sobre la base de estas expectativas. La relación es recíproca: las expectativas de conocimiento y habilidades impulsan la naturaleza del contenido, y la selección del contenido restringe o fomenta el conocimiento y las habilidades esperadas. El diseño de la tecnología educativa debe basarse en los estándares y el contenido debe alimentar las expectativas. La siguiente sección se enfoca en los estándares para el contenido curricular y las prácticas matemáticas, atrayendo la atención no solo sobre el contenido sino también sobre objetivos específicos para el pensamiento matemático de los alumnos. Las secciones que se presentan a continuación resaltan algunas de las ideas centrales que se encuentran en los estándares clave para la matemática en la escuela primaria.

Estándares de práctica

Los estándares de práctica están diseñados para describir y codificar los "procesos y competencias" críticos necesarios para que los alumnos sean usuarios calificados de matemática dentro y fuera del aula. Los estándares de práctica se refieren a cómo los alumnos se involucran con las tareas y el contenido matemático, y son distintos y separados de los temas del currículo, que establecen el conocimiento del contenido matemático que los alumnos deben dominar. A nivel internacional, los estándares nacionales de matemática suelen incluir habilidades de contenido curricular, pero con menos frecuencia contienen habilidades de proceso como las que se describen en el panel A del cuadro 1.2. Las normas de práctica necesarias para los alumnos exitosos de Estados Unidos fueron identificadas por una organización prestigiosa e independiente que ha participado en la reforma escolar y el desarrollo de estándares desde 1920, el Consejo Nacional de Maestros de Matemática de Estados Unidos (NCTM, por sus siglas en inglés

CUADRO 1.2.
ESTÁNDARES BÁSICOS COMUNES DE ESTADOS UNIDOS

A. Estándares de práctica	B. Estándares de contenido
• Dar sentido a los problemas y perseverar en su solución. • Razonar de manera abstracta y cuantitativa. • Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás. • Modelar con matemática. • Utilizar de manera estratégica las herramientas. • Prestar atención a la precisión. • Buscar y usar la estructura. • Buscar y expresar la regularidad en el razonamiento repetido.	**Primaria** • Números enteros. • Adición y sustracción. • Multiplicación y división. • Fracciones y decimales. **Secundaria** • Números y cantidades. • Álgebra. • Funciones. • Modelaje. • Geometría. • Estadística y probabilidad.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la Iniciativa CCSS (2010).

[*National Council of Teachers of Mathematics*]). El NCTM publica cuatro revistas de investigación en educación matemática, incluida la más influyente del mundo: *Journal for Research in Mathematics Education* (Índice H, 60, 2017). La síntesis de investigación del NCTM dio como resultado la creación de las líneas de "proceso" en la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, la representación y las conexiones (NCTM 2000).

Estos aspectos derivan de una definición de competencia matemática desarrollada por el Consejo Nacional de Investigación de Estados Unidos (NRC, 2001), al cual el Departamento de Educación de dicho país le encargó que determinara qué se debe esperar de los alumnos que egresan de la escuela secundaria. El informe de referencia de 2001 del Consejo contiene un gran conjunto de investigaciones educativas sobre matemática para definir la competencia matemática y una guía sobre cómo usar dicho material para enmarcar los objetivos educativos. El NRC definió la competencia matemática como un conjunto de cinco pilares conectados:

- *Comprensión conceptual.* Comprensión de conceptos matemáticos, operaciones y relaciones.
- *Fluidez procesal.* Habilidad para llevar a cabo los procedimientos de manera flexible, precisa, eficiente y adecuada.
- *Competencia estratégica.* Capacidad para formular, representar y resolver problemas matemáticos.
- *Razonamiento adaptativo.* Capacidad para el pensamiento lógico, la reflexión, la explicación y la justificación.
- *Disposición productiva.* Inclinación habitual a ver a la matemática como sensata, útil y valiosa, junto con una creencia en la diligencia y la propia eficacia (NRC 2001).

Los estándares de práctica de CCSS se desarrollaron sobre la base de las definiciones del NCTM de las competencias matemáticas ("procesos y competencias"). A continuación, se describen con más grado de detalle las expectativas de cada alumno:

1. *Da sentido a los problemas y persevera en su solución*. La resolución de problemas comienza cuando los alumnos se explican a sí mismos el significado del problema y analizan los múltiples puntos de entrada para encontrar soluciones. Las soluciones en sí se verifican con diferentes métodos para asegurar su validez.
2. *Razona de manera abstracta y cuantitativa*. El alumno debe tener la capacidad de descontextualizar un problema representándolo solo

mediante símbolos abstractos, como números y/o formas (por ejemplo, Juan tuvo algunas manzanas; le dio 42 a María y se quedó con 34; $x - 42 = 34$), y la capacidad de pausar y contextualizar los símbolos abstractos. Los niños deben razonar sobre la cantidad a través de unidades y mediante la comprensión del significado de la cantidad, no solo siguiendo los cálculos.

3. *Construye argumentos viables y critica el razonamiento de los demás*. Los alumnos deben comunicarse mediante la construcción de argumentos lógicos y justificar las críticas dividiendo las situaciones en casos. Deben razonar inductivamente sobre los datos y evaluar la plausibilidad en función del contexto de los mismos. Los alumnos matemáticamente competentes deben ser capaces de evaluar la efectividad y la plausibilidad para reconocer argumentos defectuosos, así como los dominios donde se aplican los argumentos correctos, y hacer preguntas.
4. *Modela con matemática*. Los alumnos deben razonar acerca de los eventos cotidianos y usar la matemática para describir estos eventos. Deben ser capaces de cuantificar situaciones prácticas y conectarlas o representarlas a través de gráficos, tablas, diagramas, diagramas de flujo y fórmulas, a la vez que pueden desplazarse de manera flexible entre los datos y el contexto.
5. *Utiliza de manera estratégica las herramientas apropiadas*. Los alumnos deben estar familiarizados con las herramientas matemáticas que están disponibles para resolver problemas, como lápiz y papel, calculadora, hojas de cálculo, compás, regla, *software* de geometría dinámica o un paquete estadístico. Es importante destacar que deben poder reconocer qué herramienta es apropiada para cada situación o problema.
6. *Presta atención a la precisión*. Los alumnos matemáticamente competentes deben ser capaces de comunicarse con precisión (por escrito y verbalmente, según el contexto), determinar las unidades de medida y las etiquetas, comprender los símbolos que usan y calcular con eficiencia.
7. *Busca y hace uso de la estructura*. Los alumnos deben ser conscientes de las propiedades estructurales de los números y formas. Deben entender cómo hacer uso de la propiedad conmutativa ($A + B = B + A$ y $A \times B = B \times A$), la propiedad asociativa ($A + (B + C) = (A + B) + C$ y $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$) y la propiedad distributiva ($A \times (B + C) = A \times B + A \times C$). Los alumnos matemáticamente competentes notarán patrones y podrán dividir los problemas en partes que tengan sentido. Por ejemplo, en el siguiente problema, $5 * (x + 3) = 30$, se debe guiar a los alumnos para que noten que 5 * "algo" = 30, es decir $(x + 3)$ se podría considerar como una cantidad abstracta, y si los alumnos saben que

5 x 6 = 30, luego "algo" o x + 3 = 6. Los alumnos pueden simplificar el problema utilizando su conocimiento de estructura matemática para resolverlo en un nivel conceptual sin necesariamente seguir un procedimiento. De manera similar, al saber que una caja se compone de seis lados, los alumnos deben reconocer que el área de un cubo es igual al área de seis cuadrados.

8. *Busca y expresa la regularidad en razonamientos repetidos*. Se debe guiar a los alumnos matemáticamente competentes a fin de que comprendan operaciones matemáticas y/o resultados repetitivos para derivar conocimientos abstractos, incluidas las generalizaciones, como fórmulas y atajos matemáticos. Por ejemplo, un maestro podría pedir a los alumnos que encuentren varias formas de representar el número 32 a través de fracciones. Algunos pueden representar 32 como 64 ÷ 2, 96 ÷ 3, 128 ÷ 4, mientras que otros pueden representar 32 como 320 ÷ 10, 3.200 ÷ 100, 32.000 ÷ 10.000, y así sucesivamente. El maestro puede llevarlos a descubrir que 32 podría ser cualquier número, por ejemplo, "x" y que el patrón general es nx / n = x para todos n> 0.

Estándares de contenido

Una segunda contribución importante de los CCSS ha sido especificar grandes ideas que se ejecutan a través de múltiples áreas temáticas, pero que dan coherencia al currículo. Muchos estándares nacionales han sido criticados por tener "un kilómetro de ancho y un centímetro de profundidad" (Schmidt, Houang y Cogan 2002), lo que significa que fomentan un currículo con demasiados temas, de manera que los maestros no pueden ayudar a los alumnos a lograr una comprensión conceptual profunda de todos ellos.

En cambio, el CCSS propone que el contenido curricular se concentre y sea coherente en fomentar que los alumnos logren los conocimientos y habilidades de acuerdo con las expectativas. El enfoque curricular es fundamental para centrar la atención de todos en temas que son esenciales para la competencia matemática. La coherencia entre los temas es clave para que el contenido se presente de una manera lógica alineada con la estructura de la matemática como disciplina (Zimba 2014). El enfoque y la coherencia del contenido matemático es comparable entre los países con mejores resultados en las evaluaciones internacionales de matemática, y los Estándares Básicos Comunes de Estados Unidos tienen una sorprendente similitud con los observados en estos países (Schmidt, Houang y Cogan 2002; Schmidt y Houang 2012). Los estándares buscan aprovechar el contenido necesario fundamental para que los alumnos desarrollen un pensamiento matemático complejo centrado en el dominio de los procedimientos, la comprensión conceptual y la aplicación de la matemática a situaciones del mundo real. Si bien aquí no se puede cubrir todo el plan de estudios, las ideas matemáticas principales para la matemática de la escuela primaria se pueden resumir en (1) el número y (2) la geometría y la medición. Los administradores que evalúan *software* educativo podrían considerar si el contenido que se enseña se alinea con estas áreas de conocimiento fundacional. El cuadro 1.3 proporciona una lista de áreas del currículo cubiertas por los estándares de contenido para la matemática de la escuela primaria.

CUADRO 1.3
ÁREAS CURRICULARES CLAVE PARA LA MATEMÁTICA DE LA ESCUELA PRIMARIA

Conteo y números cardinales
Operaciones y pensamiento algebraico
Numeración y operaciones en base 10
Numeración y operaciones-fracciones
Medición y datos
Geometría
Razones y relaciones proporcionales
El sistema numérico
Expresiones y ecuaciones
Funciones
Estadísticas y probabilidad

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la Iniciativa CCSS (2010).

1.4 El desarrollo del pensamiento matemático

Esta sección describe con más detalle las dos categorías de las habilidades matemáticas presentadas anteriormente en el panel B del cuadro 1.2: 1) habilidades numéricas y 2) habilidades geométricas/de medición/espaciales. Para ambas se encuentra disponible un amplio espectro de *software* de matemática inicial.

1.4.1 Habilidades numéricas

En el corazón del plan de estudios de matemática de la educación preprimaria, primaria y secundaria está el concepto de números (NRC 2001). La investigación sobre el desarrollo numérico abarca una amplia gama de habilidades matemáticas, desde conocimientos rudimentarios que emergen en la primera infancia hasta la matemática compleja de la edad adulta, examinadas a partir de diversas perspectivas y disciplinas de desarrollo, incluidas las culturales, lingüísticas, cognitivas y neurológicas, entre otras.

Si bien uno puede estar acostumbrado a pensar en la matemática como una disciplina precisa centrada en los números, el ejemplo de los números sustituidos con símbolos alfabéticos muestra que los números son herramientas que ayudan a pensar en conceptos matemáticos más profundos relacionados con la cantidad, la forma y la medida. Antes de que los bebés tengan formas de hablar explícitamente acerca de los números (e.g., con palabras, “uno”, “dos” y más adelante, con símbolos, “1, 2”), tienen en su cerebro un sistema que les ayuda a discriminar las magnitudes y formas gruesas. Por ejemplo, los niños de 6 meses pueden distinguir entre proporciones de 2:1 (e.g., ver ocho patos frente a cuatro patos), lo cual está respaldado por datos neurológicos. Los bebés no cuentan, pero en cambio tienen una representación aproximada que puede discriminar que ocho patos son más que cuatro. Sin embargo, los niños no comienzan a hacer la conexión entre estas cantidades elementales separadas 1–4 y los símbolos para describir esos tamaños de conjuntos hasta que tienen 3 o 4 años, o más tarde para los niños de orígenes pobres. Esta progresión que va de las formas no simbólicas de pensar en números (tamaño, cantidad, monto) a las formas simbólicas (números en palabras o convenciones acordadas para formas que representan cantidades como “1” y “2”) ocurre aproximadamente a los 3 o 4 años. A medida que los niños crecen, esta correspondencia entre los símbolos y los sentidos de la cantidad se expande para dar cuenta de un rango más amplio de números enteros. Esta progresión es lenta y gradual, comenzando con 0–10 cuando tienen alrededor de 4 o 5 años, luego de 0–100, hasta que comprenden 0–1.000 cuando tienen 8 o 9 años. En el núcleo de la trayectoria evolutiva de los números subyacentes se encuentran los conceptos matemáticos de ordinalidad, cardinalidad y correspondencia uno a uno, que presentan un desafío particular para los niños, y se describen a continuación.

Números: ordinalidad, cardinalidad y correspondencia uno a uno

Es difícil pensar en un concepto que pueda coincidir con la naturaleza versátil de los números. Los números pueden considerarse como una lista infinitamente larga y ordenada de numerales diferenciados, es decir, la ordinalidad (por ejemplo, 1, 2, 3, 4, etc. a la que aquí se hará referencia como la “lista de números” para facilitar la lectura), y también como la cuantificación de un conjunto de cosas, es decir, la cardinalidad (por ejemplo, “tengo cuatro manzanas”). Como adultos, podemos pensar en la lista de números y la cardinalidad como un sistema único de números, pero los niños necesitan hacer una conexión entre los dos. Estos conceptos son familiares para los adultos, y para recordar al lector lo difícil que pueden ser estas conexiones cuando se trabaja con símbolos abstractos, nos remitimos a la muestra utilizada al principio del capítulo (por ejemplo, ¿cuántos dedos son “H”?). Para usar los números para el pensamiento matemático, las personas necesitan una representación física, ya sea en forma oral o escrita (NRC 2001). Los símbolos numéricos son arbitrarios: por ejemplo, la cantidad de tres podría estar representada por el símbolo 3, pero se podría haber adoptado un símbolo diferente (por ejemplo, III o D como en el ejemplo). La conexión entre la lista de números y la cardinalidad subyace a todo pensamiento matemático.

A medida que los niños comienzan a comprender la correspondencia de uno a uno entre ciertos elementos y una lista de números y cardinalidad (un conjunto de elementos), empiezan a darse cuenta de que contar es una forma de suma. Si un alumno tiene 4 manzanas y el maestro le da 1 más, no necesita contar las 4 manzanas desde el principio para darse cuenta de que tiene 5 manzanas, si el alumno se da cuenta de que 5 viene después de 4 en la lista. Sin embargo, los niños a los que se les enseña a seguir un procedimiento de adición a menudo volverán a contar su conjunto desde el principio (es decir, contar el conjunto de 4 manzanas y luego contar 1 manzana más para llegar a 5 manzanas) porque se les ha enseñado a seguir tales procedimientos para la "adición". Por lo tanto, a los niños se los debe guiar para que observen que contar es una forma de sumar, mientras que restar es contar hacia atrás. Sin embargo, los educadores deben tener en cuenta que estos conceptos están conectados a través de símbolos que los niños aún están en proceso de dominar (por ejemplo, imagínese si uno tuviera que contar a partir de "J"). A menudo, los niños podrán "agregar" al contar sin comprender el aumento de magnitud, de la misma manera que un adulto intentaría realizar el procedimiento de contar hacia adelante (es decir, recitar las letras) desde "J", sabiendo que después de "J" vienen K, L, M, etc., pero es posible que no pueda pensar de inmediato en el aumento cuantitativo general o en la cantidad total, indicada por el último símbolo del conjunto. Con demasiada frecuencia, la enseñanza y la tecnología refuerzan la recitación de números, no la comprensión. En cambio, los símbolos deben ir acompañados de representaciones de magnitud, como las líneas numéricas que aumentan/disminuyen la cantidad en alineación con la lista de símbolos (Siegler y Ramani 2008). A medida que los niños dominan la correspondencia de uno a uno, deben ser guiados hacia la comprensión de nuestro sistema numérico como un sistema de valor de posición de base 10, lo que los lleva a ser más fluidos al hacer correspondencias de 1 a 10, de 1 a 100, de 1 a 1.000, etc., ya que los niños piensan en cada valor de posición como una sola unidad.

Base 10 y valor de posición

Un elemento clave para obtener sentido numérico en la escuela primaria es desarrollar una comprensión del patrón de base 10 y el valor de posición, y usarlos para cálculos aritméticos de suma, resta, multiplicación y división con números cada vez más grandes. Las habilidades tempranas de valor de posición predicen las habilidades aritméticas en el segundo ciclo de la escuela primaria (Moeller et al. 2011), y los datos experimentales revelan que una capacitación de alta calidad en la comprensión de base 10 conduce a ganancias en la comprensión general de los números (Mix et al. 2017). Curiosamente, para Mix et al. (2017), todos los alumnos que recibieron instrucciones dirigidas acerca de cómo descomponer los números en su estructura de base 10 utilizando símbolos (por ejemplo, 112 = 100 + 10 + 1), así como aquellos que lo hicieron con ambos símbolos y con bloques de base 10, mejoraron la habilidad de representación de magnitudes en la línea numérica, que constituye un indicador clave de las habilidades numéricas. También para estos autores resultó interesante el hecho de que, si bien todos los alumnos obtuvieron ventajas, los objetos didácticos concretos funcionaron mejor para aquellos que habían comenzado con un nivel de comprensión más bajo, mientras que la versión simbólica resultó más efectiva para quienes habían empezado con un grado de comprensión más alto.

En aritmética, los niños primero deben entender los conceptos matemáticos que subyacen a los cálculos. La comprensión se puede evidenciar por su capacidad para agrupar y descomponer los números de manera flexible (por ejemplo, entendiendo fácilmente que 4 + 3 = 7, que también es igual a 2 + 5 o 1 + 6 o 6 + 1 o el número de galletas que tiene un niño con 4 galletas que obtiene 3 más). Al agrupar y reagrupar de esta manera, los niños pueden comenzar a aprender qué sucede cuando la suma supera los 9, lo que lleva a un segundo 10, lo que introduce el valor de posición. La reagrupación de números en decenas y unidades (por ejemplo, 121 = 100 + 20 + 1), y sobre esa base el agregado de números sumando las unidades, las decenas y las centenas por separado, se puede usar para obtener una sólida comprensión del papel del valor de posición.

Una consideración importante al enseñar cualquier regla matemática o algoritmo es que los niños busquen eficiencia. Por lo tanto, si se les enseña un algoritmo, como “llevar” o “tomar prestado” para la suma o resta de varios dígitos, es muy probable que intenten usar esa regla independientemente de si realmente la entienden. Los principales problemas que se derivan de esto son que: 1) los niños cometen errores en la ejecución de la regla, pero su falta de comprensión indica que no reconocen sus respuestas como inverosímiles o 2) no entienden los límites para aplicar una regla, lo que lleva a una aplicación excesiva o insuficiente. Cabe destacar que, una vez que los alumnos comienzan a usar un algoritmo, el maestro tendrá que trabajar muy duro para motivarlos para que presten atención a las discusiones o actividades más conceptuales que demuestran la regla. Por lo tanto, es esencial garantizar que los alumnos tengan una base sólida para comprender una regla, como “llevar” o “pedir prestado” para sumas o restas de varios dígitos, antes de que se introduzca.

Fluidez

Una vez que la comprensión del valor de posición es sólida, solo entonces, adquiere importancia la memorización fluida de los hechos matemáticos. Los niños deben lograr fluidez en estos cálculos, lo que significa que deben practicar la memorización acelerada de los cálculos rutinarios de suma, resta, multiplicación y división de números enteros entre 0 y 12. Esto les permite liberar recursos conceptuales para pensar en problemas cada vez más complejos. De esta forma, tanto la comprensión conceptual como la memorización son esenciales para desarrollar un fuerte sentido numérico, pero es poco probable que la memorización que se produce sin comprensión conlleve al dominio de la matemática. La tecnología puede proporcionar una herramienta excelente para dicha práctica de memorización, con una eficiencia óptima al crear un espacio de tiempo entre cada repetición de un hecho numérico que se debe memorizar, pero haciendo intervalos más cortos entre repeticiones para los ítems que fueron contestados de manera incorrecta, e intervalos más largos para los ítems respondidos correctamente (Kang 2016).

Fracciones

Las fracciones constituyen un área adicional del currículo básico de matemática de la escuela primaria. Sin embargo, son altamente complejas, en parte porque implican una comprensión de los números diferente de la que se desprende de la experiencia al realizar cálculos aritméticos con números enteros. Por ejemplo, los números más grandes en el denominador de una fracción significan una cantidad cada vez más pequeña, lo cual es contrario a la intuición, a menos que los niños entiendan completamente el papel de las fracciones como cantidades parciales. La comprensión de los niños de las representaciones de fracciones parece desarrollarse alrededor del segundo grado, pero algunos adultos nunca alcanzan niveles elevados de competencia en la materia (DeWolf et al. 2014). Se cree que el conocimiento fundamental de las fracciones es crítico para que los niños avancen con éxito al álgebra. De hecho, la evidencia sugiere que el conocimiento de las fracciones a la edad de 10 años predice el conocimiento del álgebra a la edad de 16 años, después de tener en cuenta otros tipos de conocimientos matemáticos (por ejemplo, suma, multiplicación), medidas de capacidad cognitiva e ingreso y educación familiar (Siegler et al. 2012).

Hay varias teorías que compiten entre sí por describir cómo los niños avanzan desde una etapa rudimentaria de distinguir magnitudes a la competencia en fracciones. Un hilo común entre estas teorías sugiere que el desarrollo del conocimiento de los niños sobre los conceptos de fracciones es distinto del de los números enteros. Esto implica que una comprensión de los números enteros interfiere con el aprendizaje posterior de las fracciones (Wynn 2002; Gelman y Williams 1998; Vosniadou, Vamvakoussi y Skopeliti 2008; Geary 2007). Estas teorías han proporcionado formas fructíferas para pensar cómo los niños aprenden números enteros, pero en general han brindado información incompleta en cuanto al pensamiento en desarrollo de los niños, lo que sugiere que existen relaciones sólidas entre la comprensión de los números enteros y de las fracciones.

Estudios más recientes indican que los niños que pueden poner un número con mayor precisión en una recta numérica y comprender mejor la estructura de la base 10 y la descomposición numérica pueden desarrollar más rápidamente la comprensión de las fracciones (Ischebeck, Schocke y Delazer 2009; Bailey, Siegler y Geary 2014; Meert, Grégoire y Noël 2009; Siegler y Lortie-Forges 2014). Esto tiene implicaciones importantes para los educadores y diseñadores de tecnología educativa, porque sugiere que se debe enseñar a los niños a integrar su conocimiento sobre magnitudes de números enteros con su comprensión de las magnitudes de fracciones. De manera similar a los problemas de la correspondencia uno a uno con números enteros, los niños necesitan entender la correspondencia con respecto a la relación entre dos números en una fracción y la magnitud que representan. Una intervención exitosa que podría traducirse en tecnología educativa consiste en enseñar a los niños a representar fracciones en una línea numérica para que puedan comprender la magnitud relacionada con la fracción y conectarse con su conocimiento de los números (Fuchs et al. 2013, 2014). Esto también se ve respaldado por la reciente teoría del desarrollo de los números de Siegler y sus colegas, conocida como la teoría integradora del desarrollo numérico, que sugiere que el desarrollo conceptual de los niños sobre el conocimiento de las fracciones se basa en una progresión continua en cuanto a su desarrollo conceptual de los números enteros (Siegler, Thompson, y Schneider 2011; Siegler y Lortie-Forges 2014). Sobre la base de esta teoría, el desarrollo numérico de los niños se compone de cuatro pasos que se construyen uno a partir del otro:

1. Representaciones no simbólicas de la cantidad.
2. Pasar de representaciones no simbólicas a representaciones simbólicas de la cantidad.
3. Ampliar las representaciones simbólicas a cantidades mayores.
4. Ampliar el conocimiento de números enteros a números racionales (fracciones)

Estas etapas son útiles para tratar el desarrollo numérico a través de la escuela primaria. Las investigaciones respaldan la idea de que mejorar el conocimiento de los números enteros repercute en las fracciones y, posteriormente, en la aritmética de fracciones (Fuchs et al. 2013, 2014). Por lo tanto, pasar de representaciones no simbólicas a simbólicas entre magnitudes y símbolos numéricos de números cada vez más grandes o fraccionados no es un proceso rutinario de memorización. Más bien, es la progresión clave del desarrollo de la comprensión infantil de los números y debe considerarse en el diseño del programa de estudios de la escuela primaria. También es crucial que en cada etapa el maestro guíe a los alumnos para que reconozcan las relaciones entre cada uno de estos cuatro pasos; por ejemplo, que muestre cantidades no simbólicas junto a representaciones simbólicas. Si bien esto se implementa más comúnmente para números pequeños en los primeros grados, también es importante para números más grandes y fracciones. Esto podría lograrse con objetos didácticos, un ábaco, o incluso dibujando y contando marcas como las cuentas.

1.4.2 Geometría, medición y pensamiento espacial

Más allá de los números, la matemática de la escuela primaria se basa en las habilidades geométricas y espaciales fundamentales de los niños. Desde las complejas estructuras naturales de los pétalos de las flores hasta la intrincada arquitectura de los rascacielos construidos para resistir los terremotos, los humanos perciben los objetos en el mundo como formas de varias medidas existentes en el espacio. La geometría se puede definir como el estudio de las formas y el espacio, y la medición como una manera de especificar el tamaño de los objetos. Juntas, ambas desempeñan un papel vital en el desarrollo de las sofisticadas habilidades que necesitan los niños en muchos ámbitos modernos, como la ciencia, la ingeniería, la arquitectura y el arte. El propósito de las formas geométricas (triángulos, círculos, cilindros, etc.) es análogo al propósito de los números. Son objetos abstractos que se aproximan a los del mundo real y sirven como herramientas de pensamiento que nos ayudan a representar, medir y manipular los objetos que nos rodean.

Los objetos abstractos, como el cubo, nos brindan la libertad de concentrarnos en sus atributos variables de espacio bidimensional (2-D) y tridimensional (3-D). Por ejemplo, los niños pueden atender la longitud y el área en 2-D y el volumen en 3-D. Trabajar con estos atributos requiere la comprensión de que se pueden usar varias unidades para medir un cubo. Se podría utilizar un palo de un metro para medir la longitud de los lados, azulejos de un metro cuadrado para medir el área o bloques de un metro en cubos para medir el volumen. Estas medidas son extensiones de una manera de comprender que el tamaño de cada unidad siempre se suma de tal manera que el número final significa el número total de unidades (por ejemplo, 3 metros de largo, 3 metros cuadrados o 3 metros cúbicos). Esta es la misma noción de cardinalidad descrita anteriormente, en cuyo caso los niños primero deben entender que el valor final al contar una lista de objetos se refiere a la totalidad del conjunto. Por lo tanto, la medición y la geometría pueden proporcionar un contexto de apoyo para el aprendizaje de la cardinalidad, un concepto matemático clave, así como para entender cómo usar la cardinalidad para comprender la medición.[1]

Hay propiedades de los objetos que se pueden observar/descubrir al componer/descomponer formas y/o moverlas a través del espacio. De manera análoga a los beneficios conceptuales de descomponer y combinar números en conjuntos, las formas más pequeñas se pueden combinar para dar lugar a una forma grande, o una forma grande única se puede descomponer para dar paso a formas más pequeñas. La composición y descomposición son importantes manipulaciones geométricas que ayudarán a los niños a comprender los conceptos de área en el espacio 2-D y de volumen en el espacio 3-D. El razonamiento acerca de la matemática en el dominio numérico y en el dominio de geometría y medición está profundamente entrelazado, de modo que la comprensión en un dominio se puede utilizar para facilitar la comprensión en el otro.

Las habilidades de pensamiento espacial incluyen cómo se posiciona un objeto en el espacio, las alineaciones entre los objetos y las relaciones entre ellos (arriba, abajo, en el medio, etc.), formas de representar ideas entre sí (por ejemplo, 1/2 o 1:2), y el vocabulario utilizado para describir las relaciones espaciales ("arriba", "debajo", "atrás"; véase NRC 2006). Los seres humanos y los animales utilizan el pensamiento espacial para navegar en su entorno, así es como encontramos nuestro camino a casa después de una larga caminata. Si bien la navegación tiene implicaciones importantes para encontrar nuestro camino a través del espacio, también —según la teoría— hay otros aspectos del pensamiento espacial que resultan fundamentales para la educación matemática.

Las habilidades de pensamiento espacial ofrecen al alumno una forma de conceptualizar problemas antes de resolverlos (Clements y Sarama 2007) y de categorizar y representar formas y objetos, y manipularlos mediante transformaciones (por ejemplo, rotar, trasladar o mover objetos, acercarlos o alejarlos y plegarlos; véase NRC 2009). Todas las especies de animales que se mueven a través del espacio utilizan alguna forma de pensamiento espacial, pero solo los humanos pueden extender

[1] Para una teoría más completa de la trayectoria de aprendizaje de los niños para habilidades de medición, véase Szilágyi, Clements y Sarama (2013).

su conocimiento espacial a través de sistemas de representación simbólica y figuras tales como símbolos numéricos y geométricos, lenguaje, unidades de medida, mapas, diagramas y gráficos (NRC 2009). Por lo tanto, los humanos tienen la ventaja de poder aprender y construir sobre representaciones mediante el razonamiento. La sofisticación de las habilidades de pensamiento espacial requiere que los humanos utilicen los tres aspectos del pensamiento espacial (espacio, representación y razonamiento espacial) en conjunto. Si bien los niños tienen habilidades de pensamiento espacial rudimentarias desde la primera infancia, su desarrollo del pensamiento espacial sofisticado parece depender en gran medida de sus experiencias con representaciones y figuras simbólicas, incluidos rompecabezas, bloques y entornos digitales. Esto sugiere que las habilidades de pensamiento espacial pueden y deben enseñarse formalmente en las escuelas con el uso de planes de estudio y tecnología diseñados de manera estratégica (NRC 2006).

La evidencia de la investigación sobre el pensamiento espacial sugiere que los bebés pueden reconocer y categorizar formas, objetos y distancias en un nivel aproximado antes de que puedan hablar (NRC 2009). Pero habrá que esperar hasta el segundo año de vida para que comiencen a hacer conexiones entre sus habilidades espaciales y el uso del lenguaje espacial. Por ejemplo, los niños de 3 meses pueden diferenciar categorías espaciales como arriba versus abajo e izquierda versus derecha (Quinn 2004). A los cinco meses, pueden usar señales geométricas como señales para aprender la ubicación espacial de los objetos (Newcombe, Huttenlocher y Learmonth 1999). Estas habilidades avanzan entre los 12 y los 16 meses para ayudarlos a buscar objetos ocultos (Hermer y Spelke 1994). A los 4–5 años, los niños comienzan a mostrar habilidades para realizar transformaciones: mover objetos en el espacio y aplicar la rotación mental (es decir, girar un objeto en un eje vertical u horizontal al visualizarlo en el espacio). En esta etapa, las habilidades no siempre son confiables, pero las habilidades de pensamiento espacial necesarias para transformar los objetos en la mente (por ejemplo, imaginar cómo se vería un papel si se plegara), la rotación mental y la visualización de objetos desde diferentes perspectivas continúan aumentando con el tiempo. Cabe destacar que el desarrollo del pensamiento espacial depende de las habilidades relacionadas con la experiencia.

Las diferencias de género constituyen una parte importante de la literatura sobre habilidades espaciales y relacionadas con la matemática. En Estados Unidos se han observado claras diferencias de género a los 4½ años, y las diferencias basadas en el ingreso y la educación de los padres surgen en segundo grado (Levine et al. 2005). Si bien algunos han planteado la posibilidad de que estas diferencias sean genéticas, hay muchos estudios que sugieren que la socialización de las diferencias de género en habilidades matemáticas y espaciales clave comienza de forma prematura (Levine et al. 2016). Un estudio longitudinal que examina cómo los padres estadounidenses juegan con sus hijos indica que los padres usaron más palabras y juegos espaciales cuando jugaban con sus hijos que con sus niñas (Levine et al. 2012). La cantidad de términos espaciales utilizada por parte de los padres predice el uso del lenguaje espacial propio de los niños (Pruden y Levine 2017), y la conversación espacial de los padres predice las habilidades espaciales posteriores de los niños (Levine et al. 2012). El uso del lenguaje espacial por parte de los padres y las experiencias de juego de los niños (por ejemplo, jugar con bloques y rompecabezas) también varía según el estatus socioeconómico, lo que puede llevar a diferencias en el pensamiento espacial entre los niños de alto y bajo nivel socioeconómico al ingresar a la escuela. Esto a su vez puede conducir a divergencias en las habilidades matemáticas, como en el pensamiento geométrico (Lourenco et al. 2011). Esta maleabilidad es una oportunidad para mejorar las habilidades que sustentan un aspecto de la matemática de la escuela primaria. Otro aspecto fundamental con respecto a las diferencias de género es que estas diferencias identificadas en los dominios de habilidades matemáticas y/o espaciales son impulsadas por la socialización de los adultos, y no se trata de diferencias genéticas o de sexo (Levine et al. 2016). Si bien no hay estudios comparables realizados en ALC, es importante tomar conciencia del potencial de las diferencias de género en las experiencias educativas, y esto podría ayudar a mitigar cualquier tendencia a la diferenciación por sexo.

La rotación y las transformaciones mentales representan la base para desarrollar habilidades de pensamiento espacial más sofisticadas. Se trata de habilidades simples que están altamente correlacionadas con logros matemáticos más amplios (Mix et al. 2016). Además, las representaciones simbólicas del espacio, como el lenguaje espacial, parecen desempeñar un papel clave en la configuración del desarrollo de la geometría de los niños en años posteriores. El lenguaje ayuda a los niños a retener conceptos espaciales (Gentner 2003). Los maestros y educadores pueden utilizar más lenguaje espacial y términos de medición (unidades, declaraciones de cardinalidad) para aumentar el conocimiento y el uso por parte de los niños. La comprensión de estos últimos depende en gran medida de sus experiencias.

Las habilidades espaciales tempranas junto con los factores ambientales representan el conocimiento fundamental para el desarrollo posterior de la geometría y la medición. La medición es importante porque representa la intersección entre la geometría y los números: es decir, la medición puede adjuntar "un número a las dimensiones espaciales" (NRC 2009). La capacidad de los niños para medir parece surgir de su capacidad para comparar longitudes de objetos, lo que comienza alrededor de los 4 a 6 meses de edad (Baillargeon y DeVos 1991). Si bien estas discriminaciones en cuanto a la longitud son aproximadas, se tornan más precisas entre los 2 y los 4 años. Mientras tanto, las unidades plantean un desafío que los niños no superan sin una instrucción explícita. Esto es particularmente cierto para las transformaciones entre unidades (por ejemplo, 1 metro = 1.000 milímetros). A pesar del importante papel que desempeña el pensamiento espacial en el desarrollo de la medición y la geometría, no se lo ha integrado con éxito en los currículos educativos. Sin embargo, la base de investigación que apoya el pensamiento espacial ha despertado el interés de las comunidades educativas porque se puede entrenar y se ha relacionado con logros en las carreras de ciencias e ingeniería. En ALC, la enseñanza del razonamiento espacial ya se ha puesto a prueba y se ha observado que aumenta el aprendizaje temprano en matemática (Näslund-Hadley, Loera Varela y Hepworth 2014).

En las últimas dos décadas, los científicos han descubierto intervenciones prometedoras que podrían cerrar la brecha entre los alumnos con un mayor y un menor nivel de habilidades en cuanto al pensamiento espacial. Un meta-análisis de más de 200 estudios reveló beneficios significativos después de la capacitación explícita (Uttal et al. 2013b), lo que sugiere que esta es un área importante de enfoque para la matemática en la escuela primaria. El meta-análisis sugiere que la capacitación funciona para varones y mujeres por igual, y los que tienen menor rendimiento adquieren más habilidades espaciales que los de mayor rendimiento. Las intervenciones del pensamiento espacial se clasificaron en tres categorías: cursos de capacitación (por ejemplo, cursos de ingeniería), videojuegos y tareas espaciales. No hubo diferencias significativas en los resultados observados a través de estos tres métodos; todos condujeron a mejoras (Uttal et al. 2013b). Hay dos razones por las cuales el entrenamiento espacial podría ser efectivo. Primero, interactuar con las tareas espaciales hace que las personas se sientan más cómodas al intentarlas en situaciones sociales, reduciendo la ansiedad por el rendimiento y el miedo a los estereotipos de género y, por lo tanto, fomentando la confianza (Ramirez et al. 2012; Estes y Felker 2011; Campbell y Collaer 2009). En segundo lugar, estas tareas pueden mejorar las habilidades cognitivas necesarias para el pensamiento espacial; por ejemplo, la memoria funcional requerida para dominar un videojuego podría llevar a mejoras en el pensamiento espacial (Dye, Green y Bavelier 2009). El pensamiento espacial es efectivo, probablemente debido a habilidades cognitivas y factores sociales. Los maestros/profesores y la tecnología educativa tienen un papel esencial que cumplir al conectar estas habilidades más intuitivas y rudimentarias con conceptos matemáticos a través de representaciones espaciales, como líneas numéricas, medidas, bloques, etc.

El pensamiento espacial en educación y en carreras específicas
Una serie de estudios proporciona evidencia de que estas habilidades espaciales tempranas no solo pueden impactar en el aprendizaje de la matemática en el corto plazo, sino que también pueden tener efectos a largo plazo en la persistencia de los alumnos en la escuela y en las carreras relacionadas con ciencia y matemática. Super y Bachrach (1957) examinaron las características personales de los científicos e ingenieros y encontraron una fuerte relación entre la capacidad espacial de las personas y su potencial para avanzar en las carreras de ciencia, tecnología, ingeniería y matemática (STEM, por sus siglas en inglés). En décadas posteriores, muchos otros estudios han examinado si las habilidades espaciales podrían predecir carreras futuras (Benbow y Stanley 1982; Shea, Lubinski y Benbow 2001). Los hallazgos de un conjunto de 50 años de investigación con datos de más de 400.000 participantes muestran constantemente que la capacidad espacial tanto en los primeros años de secundaria como en los últimos predice el acceso a empleos en los campos STEM (Wai, Lubinski y Benbow 2009). Cabe destacar que la capacidad espacial es predictiva más allá de la matemática general y las habilidades verbales de los alumnos.

Las habilidades espaciales pueden ser más importantes cuando los alumnos están ingresando en las disciplinas STEM y están lidiando con el contenido básico (Uttal y Cohen 2012). Son necesarias para rotar las estructuras moleculares y para comprender los mapas y gráficos (Hegarty 2010), y aquellos que se sienten incómodos con estas prácticas iniciales pueden no persistir en las trayectorias profesionales de STEM. Por lo tanto, desde una etapa temprana, los alumnos con habilidades espaciales más débiles pueden dejar a un lado los temas STEM (Wai, Lubinski y Benbow 2009; Uttal et al. 2013b).

En general, el desarrollo de la matemática en los niños a lo largo de la escuela primaria requiere que apliquen habilidades de razonamiento matemático específicas que giren en torno a la comprensión de unidades, la composición/descomposición de formas y cantidades, las relaciones y el orden, la búsqueda de patrones y estructuras, y la organización de información en múltiples dominios y en cada grado. El contenido de los estándares de aprendizaje matemático debe cambiar de manera apropiada con cada nivel de grado en función de lo que los niños puedan

CUADRO 1.4
PUNTOS A TENER EN CUENTA AL EVALUAR LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA O LA ENSEÑANZA RELACIONADA CON EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Factor curricular	Implicación para el aprendizaje	Qué se debe buscar
La enseñanza debe estar claramente relacionada con un objetivo para una competencia matemática amplia, en lugar de un rendimiento adecuado en las prácticas individuales o áreas de contenido.	La enseñanza será más efectiva para formar alumnos competentes si los maestros tienen un conjunto de estándares hacia los cuales pueden apuntar, y particularmente si estos estándares abordan tanto los objetivos curriculares como los objetivos para la práctica matemática.	Materiales que delineen las metas para el logro del currículo y el pensamiento de los alumnos, y evidencia de estas metas en la enseñanza.
Los niños nacen con un interés en las cantidades y los números pequeños.	La enseñanza de símbolos y cálculos numéricos debe basarse en estas habilidades e intereses.	Actividades que alternan entre interacciones con cantidades reales y símbolos que las representan.
Los niños deben comprender la estructura de los números en base 10 para entender por completo el valor de posición.	Muchos alumnos de la escuela primaria aprenden reglas para la aritmética con múltiples dígitos sin entender el valor de posición.	Actividades con patrones de números, por ejemplo: contar por 2, 3, 4, etc.; dividiendo números en unidades, decenas, centenas; usar objetos didácticos o tecnología para manejar unidades, decenas, centenas, etc.
Las habilidades espaciales se pueden entrenar y son fundamentales para la medición, la geometría y muchas carreras futuras que se basan en la matemática o la ciencia.	Lograr que los alumnos adquieran experiencia en la construcción de habilidades espaciales mientras aprenden el contenido del currículo relacionado con números, medidas o geometría puede desarrollar la comprensión de esos temas así como las habilidades espaciales en sí mismas.	Experimentar con mapas, la rotación mental de objetos, la resolución de rompecabezas o el uso de palabras espaciales para describir información.

Fuente: Elaboración propia.

aprender a cada edad respectiva.[2] En cada grado y en todo el contenido, los niños necesitan mostrar habilidades de razonamiento matemático delineadas como competencia matemática en los estándares de práctica. El cuadro 1.4 describe las implicaciones para el aprendizaje y para el aula de diferentes objetivos del currículo matemático.

[2] Véase, por ejemplo, el sitio web público de CCSS: http://www.corestandards.org/Math/.

1.5 Desafíos para el proceso de aprendizaje

Mientras que los diseñadores educativos se benefician de estándares y objetivos claros, también lo hacen al tomar conciencia de los desafíos clave que enfrentarán sus alumnos cuando adquieran competencia en matemática en la escuela primaria. Si bien un catálogo de todos los desafíos está más allá del alcance de este capítulo, es importante señalar primero que los esfuerzos para mejorar los resultados educativos se simplificarán si se atienden y conocen los conceptos comúnmente erróneos de los alumnos y las áreas de potencial dificultad. Esta sección primero resalta algunas de las ideas erróneas clave que los alumnos desarrollan durante el período de la escuela primaria, y alienta a los educadores a asegurarse de que sus alumnos eviten o corrijan dichas ideas. Suele creerse que los alumnos a los que no se les permite cometer errores tendrán más éxito a largo plazo, a pesar de que los errores pueden en realidad mejorar el aprendizaje futuro a través de una mayor motivación y curiosidad, así como una mejor memoria (Richland, Kornell y Kao 2009; Butterfield y Metcalfe 2006). Luego, esta sección resalta un factor que exacerba las brechas de rendimiento dentro de las regiones: sentimientos de presión y estereotipos que pueden afectar a las niñas y las minorías en particular, y que disminuyen sistemáticamente el desempeño en matemática y la voluntad de continuar trabajando en esta área de contenido.

1.5.1 Los conceptos erróneos más comunes

Como complemento para determinar los estándares óptimos del currículo y la práctica, la investigación también ha demostrado la utilidad de identificar áreas comunes donde es probable que los niños tengan dificultades y desarrollen conceptos erróneos persistentes. Los educadores que son conscientes de posibles conceptos erróneos en un área determinada de contenido pueden evaluar a sus alumnos para comprobar si exhiben estos conceptos erróneos y luego guiarlos hacia su corrección. Esta es una estrategia más efectiva que enseñar la información correcta y no involucrarse con el concepto erróneo. En ese caso, el alumno a menudo recurrirá a los procedimientos correctos, pero después de un retraso, o al enfrentarse a un problema distinto de tipo similar, el concepto erróneo resurgirá. Si esto nunca se abordó bien en primer lugar, las representaciones mentales de los alumnos no habrán cambiado. Si bien este capítulo no puede abarcar todas las áreas de conceptos erróneos en matemática de la escuela primaria, destaca dos de ellas: fracciones y aritmética de fracciones, y equivalencias y ecuaciones, para demostrar la importancia de documentar y reorientar los conceptos erróneos en apoyo del aprendizaje de los alumnos. Es importante estar atento para identificar el tipo de enseñanza (o tecnología educativa) que crea o refuerza los conceptos erróneos en comparación con las condiciones pedagógicas que ayudan a los alumnos a perfeccionar su comprensión para ser más precisos.

Fracciones y aritmética de fracciones
Como se señaló anteriormente, los niños a menudo desarrollan conceptos erróneos en fracciones y aritmética de fracciones, al no entender cómo los conceptos de cantidad de números enteros no se pueden traducir directamente a la cantidad en fracciones. Por ejemplo, los niños suelen añadir dos fracciones sumando el numerador con el denominador (por ejemplo, 2/7 + 3/4 = 5/11) y/o creen que multiplicar dos fracciones conduce a una cantidad mayor y dividir a una menor cantidad. Estos conceptos erróneos pueden deberse a una mala interpretación de las operaciones de multiplicación y división.

La división se enseña principalmente como el hecho de repartir o compartir una cantidad, y es difícil conceptualizar que uno puede dividir o compartir una cantidad y el resultado será un número mayor (por ejemplo,). En estos casos, puede ser más útil conceptualizar la división como una medida o como una investigación de cuántas *x* encajan en una *y*, a saber, cuántas veces un divisor (por ejemplo,) entra en el dividendo (por ejemplo, 2), donde el resultado es un cociente (por ejemplo, 8), que proviene de la palabra latina *quot* que se refiere a "cuántos".

De manera similar, se piensa que la multiplicación es una suma repetida, pero esto resulta difícil de simular mentalmente, incluso para los adultos, cuando involucra fracciones (por ejemplo,). Por otro lado, los conceptos erróneos acerca de las fracciones también pueden deberse a una falta de comprensión de la magnitud representada por los símbolos utilizados para representar las fracciones, lo cual es evidente cuando se les pide a los niños que comparen fracciones (y decimales), y piensan que el número más grande también representa la mayor cantidad (por ejemplo, 1/12 es mayor que 1/2 o 0,452 es mayor que 0,51). Estos errores constituyen un indicador claro de que los niños piensan que la matemática es seguir procedimientos sin entender el significado que subyace a los símbolos u operaciones. Cabe tener en cuenta que estos errores también son comunes en los alumnos que cursan carreras terciarias de dos años. Las intervenciones exitosas han girado en torno a enseñar a los alumnos a establecer relaciones entre fracciones y amplias diferencias en porcentajes (por ejemplo, 50% es "la mitad", 100% es "todo", 99% es "casi todo", 1% es “casi nada”; véase Moss y Case 1999) y enfatizar las magnitudes de las fracciones (Fuchs et al. 2013, 2014).

Equivalencia y ecuaciones
Una segunda área en la que los niños de la escuela primaria desarrollan con frecuencia conceptos erróneos se refiere a la comprensión de las equivalencias y las ecuaciones. A los niños se les muestran regularmente solo ecuaciones con los cálculos a la izquierda del signo igual, y un espacio en blanco a la derecha en el que se debe ingresar la respuesta al cálculo de la izquierda. Esto también coincide con las nociones cotidianas no matemáticas del signo igual como intermediario entre causa y efecto, u operación y resultado, que de hecho, no son relaciones de equivalencia (por ejemplo, “compre uno = obtenga uno gratis”, pero no “obtenga uno gratis = compre uno”; véase Hofstadter y Sander 2013). Esto lleva a la creencia de que un signo igual significa “poner la respuesta aquí a la derecha” (por ejemplo, para el problema 2 + 5 = __). Si bien esto a menudo lleva a los alumnos a resolver un problema correctamente, si está en el formato estándar, estos niños no desarrollan una comprensión más completa y flexible de la equivalencia. Por ejemplo, pueden ingresar un “7” para el espacio en blanco en la siguiente ecuación: 2 + 5 = ___ + 3, sin saber qué hacer con el 3 adicional. Además, pueden experimentar problemas con el mismo problema reescrito como ___ = 2 + 5. Este concepto erróneo se agrega a los desafíos particulares de los alumnos cuando se trata del álgebra, donde deben tomar la relación de equivalencia como punto de partida para muchos cálculos. Este problema se puede mitigar proporcionando a los alumnos mucha práctica en la resolución de ecuaciones de formas no estándar.

1.5.2 Ansiedad y estereotipos

Otro desafío significativo para ciertos niños que aprenden matemática es su miedo y ansiedad por esta asignatura y los sentimientos de presión por lograr un buen desempeño. La ansiedad acerca de la matemática puede tener una base cultural y se ha encontrado que es más común entre las mujeres que entre los hombres (Hembree 1990). Dicho estado de ánimo en relación con esta materia lleva a los alumnos a desempeñarse por debajo de sus capacidades matemáticas reales. Por ejemplo, los niños pueden sentirse ansiosos cuando realizan cálculos matemáticos en una pizarra y el resto de la clase los observa, durante un examen de matemática, o incluso cuando consideran si tienen suficiente dinero para comprar una barra de dulce (Ashcraft y Kirk 2001). Los maestros que padecen ansiedad por la matemática pueden transmitirla a sus alumnos, en particular a las niñas en sus aulas (Beilock et al. 2010).

El temor de que uno confirme los estereotipos de los demás sobre uno mismo también puede hacer que las personas sobrecarguen su sistema de memoria funcional con pensamientos de preocupación. Por ejemplo, una alumna puede experimentar un discurso interno que diga algo así: “Todos esperarán que me vaya mal en esta prueba ya que soy una chica, pero realmente no quiero hacerlo mal, tengo que hacerlo bien, oh no, creo que me estoy equivocando con esta pregunta y eso va a confirmar sus estereotipos” (Steele y Aronson 1995). Tener este tipo de preocupación hace que los recursos cognitivos se alejen del problema matemático real, lo que significa que es probable que esto afecte el rendimiento de los alumnos a pesar de que tienen por objetivo tener un buen desempeño. Un conjunto de estudios ha demostrado que el simple hecho de recordar a las personas su ingreso familiar, raza, género u otras categorizaciones estereotipadas antes de una prueba puede llevar a un rendimiento diferencial si su grupo es estereotipado como de bajo rendimiento. Es interesante el hecho de que estos efectos pueden cambiar, de modo que las chicas asiático-americanas en un campus universitario de élite de Estados Unidos (donde el estereotipo es que los asiáticos-americanos son buenos en matemática) obtuvieron mejores resultados que el promedio al recordárseles su raza, pero más bajos que el promedio al recordárseles su género (Shih, Pittinsky y Ambady 1999). Junto con las diferencias de género en la socialización de las habilidades espaciales, las diferencias de género en matemática a nivel universitario tienen a su vez múltiples fuentes.

Por lo tanto, los educadores y los diseñadores de tecnología educativa deben tener en cuenta el uso de material sensible al género que deje a un lado los prejuicios y motive a los géneros y a todas las razas por igual. De manera similar, en el diseño de las evaluaciones tanto en papel como en línea, es importante incluir cualquier pregunta sobre las características personales de los alumnos al final, en lugar del comienzo, para asegurarse de que los alumnos no obtendrán una puntuación diferente según las creencias relacionadas con su identidad personal. Desafortunadamente, cuando los alumnos comienzan a sentir ansiedad o una amenaza en función de sus características personales, tienen un desempeño más bajo y esto perpetúa las creencias basadas en estereotipos. Es menester interrumpir este ciclo vicioso. El cuadro 1.5 describe los desafíos habituales en la enseñanza de matemática que deben abordarse para garantizar el uso efectivo de las tecnologías educativas para todos los alumnos.

CUADRO 1.5
POSIBLES DESAFÍOS A CONSIDERAR AL EVALUAR FORMAS DE ENSEÑANZA O TECNOLOGÍA EDUCATIVA

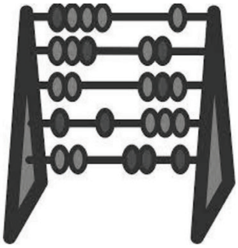
Factor cognitivo o curricular	Implicación para el aprendizaje	Qué se debe buscar
Los conceptos erróneos de los niños deben aclararse y abordarse directamente, en lugar de ignorarse, y en su lugar debe emplearse una nueva estrategia. Al mismo tiempo, centrarse en una idea errónea puede llevar a algunos alumnos a reforzar esa idea errónea.	Los conceptos erróneos resurgirán si no se abordan directamente. Pero tratarlos también implica el riesgo de dirigir la atención de los niños con poca capacidad a estos conceptos erróneos.	Realizar actividades que llevan a conceptos erróneos haciendo que los niños extiendan sus procesos de pensamiento o los expresen de otra manera no estándar; comparar un concepto erróneo con una solución correcta, o instar a los niños a cometer errores para que puedan ser corregidos y discutidos. Utilizar contraejemplos para mostrar por qué un error que no siempre funciona puede ser útil, y demostrar de forma explícita por qué y cómo un concepto erróneo es efectivamente erróneo.
Los alumnos y los maestros pueden sentirse ansiosos por el desempeño en matemática, ya sea porque la matemática en sí los hace sentir ansiosos o porque les preocupa que otros los vean como malos en matemática.	Los maestros deben estar atentos para no activar sentimientos de ansiedad o creencias basadas en estereotipos en sus alumnos.	Asegurarse de que la enseñanza no comience con recordatorios de antecedentes de raza/origen étnico/cultural o del idioma, estatus socioeconómico o género de los niños. Los materiales no deben contener un sesgo claro hacia una de estas categorías o contra otras. Al contrario, hay que asegurarse de transmitir un mensaje de que el éxito en matemática se logra gracias al esfuerzo, en lugar de la capacidad. Los niños que sufren ansiedad utilizan la función ejecutiva y los recursos de la memoria funcional con ese fin, por lo que son especialmente susceptibles a los problemas descritos anteriormente cuando estos recursos mentales están abrumados.

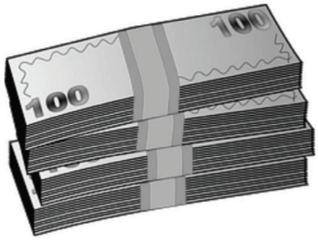
Fuente: Elaboración propia.

1.6 Herramientas para apoyar el desarrollo matemático de los alumnos

Muchas intervenciones de matemática han utilizado con éxito herramientas como objetos didácticos o representaciones visuales para ayudar a los niños a adquirir conceptos matemáticos, a menudo disminuyendo la ansiedad de los alumnos al alejarse de la manipulación de símbolos puros y hacer que la enseñanza en el aula sea más accesible para todos.

GRÁFICO 1.1
EJEMPLOS DE OBJETOS DIDÁCTICOS ABSTRACTOS (IZQUIERDA) Y PERCEPTUALMENTE RICOS (DERECHA)





1.6.1 Objetos didácticos

Los objetos didácticos suelen ser objetos concretos (como bloques), pero pueden tomar cualquier forma (como tecnología interactiva) con la intención de proporcionar a los niños una experiencia táctil cuantitativa para ayudarlos a aprender ideas simbólicas abstractas. El ábaco es un ejemplo de un objeto didáctico táctil concreto que recientemente ha recibido mucha atención (gráfico 1.1), pero incluso en esta categoría se podría incluir tecnología educativa, como la provisión de objetos didácticos virtuales.

Los objetos didácticos constituyen una guía para que los niños vayan más allá del pensamiento abstracto sobre la matemática que se describe en el ejemplo introductorio. Un meta-análisis reciente examinó los efectos de proporcionar este tipo de objetos para el aprendizaje en 55 estudios y encontró evidencia de sus beneficios (Carbonneau, Marley y Selig 2013). Sin embargo, es esencial considerar los detalles sobre cómo se utilizan en el contexto de enseñanza-aprendizaje. Si se usan objetos didácticos sin una instrucción sólida o tareas claras, los niños pueden participar en actividades con objetos didácticos, pero es posible que no conecten este aprendizaje con su comprensión matemática.

Hay varios elementos de la enseñanza que resultan ser importantes. Primero, para que los objetos didácticos sean efectivos, los niños deben entenderlos bien (y a veces necesitan capacitación en esto), mientras que los maestros deben resaltar las relaciones clave que se enseñan. La riqueza perceptiva de los objetos didácticos y el tiempo de enseñanza adecuado también son fundamentales para garantizar su utilidad (Carbonneau, Marley y Selig 2013).

En cuanto a las etapas de desarrollo, los niños más pequeños pueden encontrar dos obstáculos para trabajar exitosamente con objetos didácticos. Primero, pueden pensar que un bloque es simplemente un juguete, no una representación de un concepto matemático de cantidad. Considerar los objetos didácticos como símbolos matemáticos puede ser complicado desde el punto de vista perceptual. Esto no les quita su valor educativo, pero los maestros deben conocer el proceso de aprendizaje de los alumnos y apoyarlos explícitamente en el aprendizaje de cómo usar los objetos didácticos para conceptualizar la matemática.

Segundo, los niños pueden seguir o ser capaces de repetir procedimientos matemáticos demostrados con bloques, pero tener dificultades para ver la relación entre bloques y números escritos. Por lo tanto, los niños pequeños pueden aprender a corresponder entre la cantidad y los objetos didácticos, o pueden proporcionar la respuesta correcta a un problema que se les ha enseñado a resolver con los objetos didácticos. Pero es posible que no utilicen lo que han aprendido para resolver problemas de cálculo más adelante; en otras palabras, la actividad con los objetos didácticos resultó una interesante diversión para ellos, pero no fue algo central para su conceptualización de la matemática.

El éxito en el paso de representaciones concretas a abstractas, a cualquier edad, depende de la cantidad de apoyo del maestro. Los maestros deben ser explícitos y recordar a los alumnos que piensen en los objetos didácticos, incluso cuando resuelvan problemas sin ellos. Los objetos didácticos representan un sistema adicional de símbolos, pero en forma física, y se requieren recursos mentales adicionales para procesar y determinar su utilidad (Uttal et al. 2013a). Algunas investigaciones sugieren que los niveles más altos de orientación educativa promueven una mayor retención y resolución de problemas. Por otro lado, presentar objetos didácticos de manera estratégica a fin de complementar la enseñanza durante períodos más largos parece ayudar a los alumnos a obtener una comprensión conceptual más profunda cuando se los deja a su suerte o con poca orientación pedagógica (Carbonneau, Marley y Selig 2013). Esto no implica que el hecho de proporcionar objetos didácticos a los niños, por sí solo, conduzca a un mejor aprendizaje. Por el contrario, incluso cuando se pretende que los alumnos descubran cómo usar estos objetos por su cuenta con una guía limitada o nula por parte de los maestros, es imperativo que los educadores sean reflexivos y elijan estratégicamente cuándo y cómo integrar los objetos didácticos en la enseñanza diaria (Ball 1992). Los objetos didácticos pueden tomar muchas formas, y la intuición común puede inclinarse por aquellos que cuenten con las características perceptivas ricas de los objetos cotidianos (por ejemplo, una pizza en lugar de un objeto redondo de un solo color o dinero en lugar de bloques) como los más beneficiosos para los niños.

La evidencia de la investigación sugiere que hay que encontrar un equilibrio. Cuando los objetos didácticos parecen similares al fenómeno que se supone que representan, son más fáciles de usar para los alumnos de forma inmediata. Si son demasiado abstractos, pueden requerir un tiempo extra para que los alumnos aprendan a usarlos, aunque en realidad los estímulos abstractos pueden ser más útiles a largo plazo. Las características que no están relacionadas con los conceptos matemáticos pueden distraer a los alumnos del aprendizaje principal, mientras que los objetos simples ayudan a los niños a enfocarse en la estructura matemática (Carbonneau, Marley y Selig 2013). Esto sugiere que resulta más eficiente recurrir a formas abstractas, como cuadrados, círculos y líneas simples, que usar animales de juguete, flores o alimentos como objetos didácticos. Las formas abstractas pueden ayudar a los niños a generalizar los conceptos matemáticos en múltiples contextos, mientras que con los juguetes los niños parecen restringir su aprendizaje al contexto de jugar con el juguete.

Muchos en el campo de la psicología del desarrollo o la educación considerarán la investigación de Piaget (1977) al tomar decisiones sobre el uso de objetos didácticos. Piaget argumentó que existe una trayectoria de desarrollo tal que los niños más pequeños se beneficiarían del uso temprano de herramientas concretas para pensar acerca de la matemática, y pasarán a las abstracciones solo una vez que hayan alcanzado la adolescencia. En contraste, investigaciones más recientes muestran que todos los niños pueden beneficiarse de los objetos didácticos, pero que los objetos didácticos no son útiles simplemente porque son objetos concretos que los niños pueden manejar. Más bien, la clave para hacer que los objetos didácticos físicos (o los de un recurso tecnológico) sean útiles es asegurarse de que los niños puedan manejarlos adecuadamente y entender cómo se relacionan con la comprensión matemática que se supone deben apoyar, y luego pueden volver a la transición utilizando representaciones simbólicas. Si los alumnos disfrutan y se involucran en un tema matemático con un objeto didáctico, pero luego, otro día, no reconocen cómo resolver un problema de matemática sin dicho objeto, esto quiere decir que el aprendizaje no fue generalizado.

Un modelo para usar objetos didácticos y regresar lentamente a las representaciones simbólicas es el denominado “desvanecimiento de lo concreto” (Bruner 1964; Goldstone y Son 2005). La idea es que los alumnos primero utilicen objetos didácticos físicos, por ejemplo, pequeños guijarros para contar el número de galletas en un problema de división como el siguiente: si un niño tiene 12 galletas y las comparte de manera justa con su mejor amigo, ¿cuántas galletas recibiría el amigo? Ahora, ¿qué hay de compartirlos entre tres amigos? El maestro primero podría hacer que los alumnos usen guijarros para resolver problemas como este, dividiéndolos en pilas en un pedazo de papel. Luego, podrían escribir los símbolos matemáticos en ese papel, para mostrar el mismo proceso pero en un formato simbólico, reflejando la relación media de 1 entero (las 12 galletas) divididas en dos grupos iguales, registrando que este es el grupo total de galletas (1) divididas en dos partes (/2), por lo que cada pila obtiene la etiqueta 1/2. Lo mismo se puede hacer con 1/3. Eventualmente, el maestro podría pedir a los alumnos que resuelvan problemas como estos utilizando solo los símbolos, pero al mismo tiempo podrían hacer referencia a los guijarros para ayudarlos a conectar su aprendizaje ahora abstracto con los objetos didácticos: "Recuerda que siempre se pueden imaginar guijarros como ayuda para pensar en estos problemas". Así, el maestro está pasando del uso más concreto de un objeto didáctico a una forma más abstracta y simbólica.[3]

1.6.2 Representaciones visuales

Más allá del uso de objetos didácticos concretos, la incorporación de imágenes visuales y versiones escritas de matemática ofrece una forma poderosa de ayudar a los alumnos a establecer conexiones y razonar matemáticamente (Begolli y Richland 2016). Un modo en que las representaciones visuales, o representaciones, de la matemática pueden ser útiles es mostrar un concepto de múltiples maneras. Por ejemplo, un maestro podría demostrar el concepto de exponentes al mostrar primero el poder de dos como un conjunto de objetos didácticos, exponiendo el tamaño de dos bloques, luego cuatro, luego ocho, y así sucesivamente. A continuación, podría mostrar los exponentes de dos como un gráfico bidimensional, proporcionando la misma información pero de una manera en que se resaltan diferentes aspectos del concepto, tal vez utilizando también el desvanecimiento de lo concreto. Mostrar estas múltiples representaciones de los mismos conceptos crea una comprensión más amplia y más generalizable (Ainsworth 1999).

Al mismo tiempo, una clave para usar con éxito múltiples representaciones es que los maestros no pueden simplemente proporcionar las múltiples representaciones, sino que deben hacer que las conexiones entre ellas sean claras y evidentes para todos los alumnos (Ainsworth

---

[3] Para una revisión y discusión más completa de cómo se puede lograr el desvanecimiento de lo concreto usando tecnología, véase Fyfe et al. (2014).

1999). Hay muchas decisiones pedagógicas que los maestros toman sobre el uso de representaciones múltiples. Uno podría presentar los objetos didácticos para los exponenciales durante un período de clase, y en otro período exhibir los mismos patrones pero usando gráficos. O bien, un maestro podría mostrar las dos formas de explicar los poderes uno por uno y luego pasar a las fórmulas. El maestro comprenderá que todos estos recursos contienen la misma información, y algunos alumnos también pueden hacerlo. Sin embargo, muchos otros alumnos necesitarán que el maestro sea muy explícito acerca de cómo estas representaciones muestran la misma información. Los maestros pueden usar estrategias tales como exponer las representaciones juntas en la pizarra o en frente de toda la clase, o hacer que los alumnos las vean o utilicen ambas juntas en una plataforma tecnológica. Además, los maestros pueden hacer gestos con las manos y declaraciones explícitas que indiquen que estas representaciones son similares y están relacionadas (Alibali et al. 2014). La clave es asegurar que los alumnos noten similitudes o diferencias entre estas representaciones, y hacer uso de esas comparaciones para desarrollar una comprensión más amplia (Gentner 2010; Richland y Simms 2015).

Otra función de las representaciones visuales es proporcionar un registro visible del aprendizaje que los alumnos acaban de cumplir, ya sea en un aula o en un entorno con tecnología mejorada. Los maestros de matemática de todo el mundo suelen guiar a sus alumnos a través de una serie de problemas que se desarrollan de cierta manera, tal vez demostrando que un procedimiento común puede usarse para múltiples problemas, o que ciertos problemas pueden parecer similares pero de hecho son diferentes (Hiebert et al. 2003). Estas secuencias son significativas e importantes, pero los alumnos a menudo no notan la progresión si los maestros no lo hacen explícito (Gick y Holyoak 1980, 1983).

Una técnica utilizada en los países asiáticos de alto rendimiento es dejar en la pizarra los problemas o las estrategias de solución clave para crear un registro visual de la clase (Hiebert et al. 2003). De esa manera, si los alumnos pierden un paso o necesitan apoyo para sus procesos de función ejecutiva al reconocer los elementos clave de una clase, pueden mirar hacia atrás y dirigirse a la información visual presentada en la pizarra. Al mismo tiempo, el registro visual de información matemática clave no debe ser una distracción abrumadora o difícil de analizar, o de lo contrario podrá sobrecargar los recursos de control inhibitorio de los alumnos (Fisher, Godwin y Seltman 2014). El cuadro 1.6 resalta las herramientas que se ha descubierto que son particularmente efectivas para el aprendizaje de la matemática.

CUADRO 1.6
HERRAMIENTAS PARA APOYAR EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA

Factor cognitivo o curricular	Implicación para el aprendizaje	Qué se debe buscar
Los objetos didácticos pueden ser altamente efectivos.	Permitir que los niños manejen objetos didácticos o tecnología que muestre conceptos de diferentes maneras crea una comprensión más flexible y generalizable.	Introducir los conceptos de manera concreta, y gradualmente desvanecerlos en formas más simbólicas de mostrar las ideas (como una ecuación). Los niños deben comprender completamente los objetos didácticos involucrados y tener suficiente tiempo de enseñanza para aprender sobre ellos antes de usarlos para incorporar ideas de matemática.
Los niños aprenden de las representaciones visuales, interactuando con múltiples representaciones de la misma información.	Proporciona una comprensión más amplia de los conceptos y más vías para recordar el contenido. Sin embargo, puede sobrecargar la atención de los niños, por lo que se debe tener cuidado al organizar representaciones para que los alumnos sepan lo que están viendo.	Emprender actividades que les permitan a los niños tratar con las mismas ideas en diferentes representaciones (por ejemplo, en una historia y una ecuación, en un conjunto físico de bloques o una cantidad de frijoles secos para conectarse a una ecuación, o en un juego y una notación simbólica) o diferentes versiones de conceptos (por ejemplo, múltiples polígonos de configuraciones inusuales para enseñar sobre ángulos, lados y área). Se debe tener cuidado para asegurar que los niños vean las relaciones entre las representaciones más y menos concretas.
Comparar y contrastar.	Los alumnos entienden los conceptos matemáticos subyacentes y desarrollan una comprensión más profunda que puede generalizarse a través de los tipos de problemas.	Emplear actividades de preguntas y respuestas en las que los maestros tengan un objetivo claro para comparar problemas, estrategias de solución, representaciones u objetos matemáticos con fenómenos del mundo real.

Fuente: Elaboración propia.

1.7 Conclusiones

El objetivo de este capítulo ha sido presentar a los educadores y administradores educativos de ALC un panorama general de los aspectos fundamentales del desarrollo matemático de los niños, aspectos que serán útiles para mejorar los resultados educativos. La esperanza es que los lectores hayan apreciado la importancia de prestar atención al pensamiento de los alumnos al planificar experiencias de instrucción, incluidas las líneas de desarrollo en cuanto a la maduración y las habilidades matemáticas, y evitar conceptos erróneos y sobrecargar las habilidades de procesamiento cognitivo. Además, se ha procurado transmitir el poder de usar un currículo sólido basado en estándares, que se pueda generalizar a través de las poblaciones de alumnos dentro de un país, y usar una definición depurada de competencia matemática.

Esta descripción teórica se ha proporcionado para subrayar un punto central. Los educadores y administradores que participan en la mejora de los resultados educativos deben entender cómo piensan los niños, qué saben y qué necesitan saber, cómo la edad afecta el aprendizaje y los conceptos erróneos que se observan comúnmente durante el desarrollo. Este conocimiento permite el diseño de planes de estudio más eficaces, y brinda una mirada través de la cual evaluar las tecnologías educativas. En este sentido, también es importante comprender qué aspecto específico del conocimiento matemático de los niños aborda un programa o intervención. Las normas claras ayudan a separar lo que se ha abordado de lo que aún debe abordarse. La esperanza es que los educadores actuales y futuros puedan usar este conocimiento para tomar decisiones informadas sobre la idoneidad de las intervenciones.

El cuadro 1.7 presenta las conclusiones clave y las implicancias para los responsables de la formulación de políticas.

CUADRO 1.7
CONCLUSIONES CLAVE Y RECOMENDACIONES

Conclusiones		Implicaciones de políticas o recomendaciones
El acceso a las tecnologías educativas no es suficiente; los maestros necesitan saber cómo pueden usarse las tecnologías para evaluar y apoyar el desarrollo matemático de los niños.	→	La capacitación de maestros en el uso de tecnologías de educación matemática debe centrarse en su aplicación en el aula para reflexionar sobre el conocimiento que los niños ya tienen de modo de desarrollar sus habilidades de manera apropiada, responder a sus ansiedades y fomentar su pensamiento.
Los objetivos de aprendizaje que son típicos en ALC suelen estar basados en contenidos más que en habilidades, y carecen de objetivos de aprendizaje.	→	Para evaluar el uso de las tecnologías en la enseñanza de matemática, los sistemas educativos deben definir objetivos de aprendizaje que van más allá del contenido para medir habilidades (por ejemplo, habilidades numéricas o espaciales específicas), así como estándares de práctica basados en la teoría con objetivos para los comportamientos de los alumnos y enfoques matemáticos.
La matemática a menudo se enseña y aprende como un conjunto de reglas que deben memorizarse, lo que a veces lleva a tecnologías que enseñan a los niños las respuestas correctas a corto plazo (sin comprensión); esto genera confusión y alienación en el alumno a largo plazo.	→	La tecnología que se promueve debe basarse en las habilidades de los niños mediante conexiones explícitas entre los conceptos matemáticos y las intuiciones infantiles (por ejemplo, representaciones espaciales), evitando distracciones innecesarias y facilitando las comparaciones de conceptos.
Las niñas y los alumnos de grupos minoritarios a menudo se sienten víctimas de los estereotipos acerca de tener un mal desempeño en matemática. Esto puede llevarlos a rendir por debajo de sus habilidades. Un problema relacionado es que los niños pueden monopolizar el uso de las nuevas tecnologías.	→	Los sistemas escolares deben capacitar a los maestros en el uso de medidas para garantizar la participación justa y equitativa de todos los alumnos. En un aula en la que se utilizan tecnologías educativas, las tareas deben estructurarse para garantizar el acceso equitativo a herramientas como computadoras, *software* y robots.

Referencias

Ainsworth, S. 1999. The Functions of Multiple Representations. *Computers and Education* 33(2–3): 131–52.

Alibali, M., M. Nathan, M. Wolfgram, R. Church, S Jacobs, C. Martínez y E. Knuth. 2014. How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: A Corpus Analysis. *Cognition and Instruction* 32(1): 65–100.

Ashcraft, M, y E. Kirk. 2001. The Relationships among Working Memory, Math Anxiety, and Performance. *Journal of Experimental Psychology: General* 130(2): 224–37.

Bailey, D., R, Siegler y D. Geary. 2014. Early Predictors of Middle School Fraction Knowledge. *Developmental Science* 17(5): 775–85.

Baillargeon, R. y J. DeVos. 1991. Object Permanence in Young Infants: Further Evidence. *Child Development* 62(6): 1227–46.

Ball, D. 1992. Magical Hopes: Manipulatives and the Reform of Math Education. *American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers* 16(2): 14–18.

Begolli, K. y L. Richland. 2016. Teaching Mathematics by Comparison: Analog Visibility as a Double-Edged Sword. *Journal of Educational Psychology* 108(2): 194–213. (doi:10.1037/edu0000056.)

Begolli, K., L. Richland, S. Jaeggi, E. Lyons, E. Klostermann y B. Matlen. 2018. Executive Function in Learning Mathematics by Comparison: Incorporating Everyday Classrooms into the Science of Learning. *Thinking and Reasoning* 24(2): 280–313.

Beilock, S., E. Gunderson, G. Ramírez y S. Levine. 2010. Female Teachers' Math Anxiety Affects Girls' Math Achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 107(5): 1860–63.

Benbow, C. y J. Stanley. 1982. Consequences in High School and College of Sex Differences in Mathematical Reasoning Ability: A Longitudinal Perspective. *American Educational Research Journal* 19: 598–622.

Board, P. 2006. *Quantity without Quality: A Report Card on Education in Latin America*. Washington, D.C.: PREAL.

Bruner, J. 1964. The Course of Cognitive Growth. *American Psychologist* 19(1): 1–15.

Butterfield, B., y J. Metcalfe. 2006. The Correction of Errors Committed with High Confidence. *Metacognition Learning* 1: 69–84.

Campbell, S. y M. Collaer. 2009. Stereotype Threat and Gender Differences in Performance on a Novel Visuospatial Task. *Psychology of Women Quarterly* 33(4): 437–44.

Carbonneau, K., S. Marley y J. Selig. 2013. A Meta-analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics with Concrete Manipulatives. *Journal of Educational Psychology* 105(2): 380–400.

CCSS (Common Core State Standards Initiative). 2010. Common Core State Standards for Mathematics. Washington, D.C.: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Disponible en http://corestandards.org/.

Cho, S., K. Holyoak y T. Cannon. 2007. Analogical Reasoning in Working Memory: Resources Shared among Relational Integration, Interference Resolution, and Maintenance. *Memory and Cognition* 35(6): 1445–55.

Clements, D. y J. Sarama. 2007. Effects of a Preschool Mathematics Curriculum: Summative Research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education* 38(2): 136–63.

Cobb, P. y K. Jackson. 2011. Assessing the Quality of the Common Core State Standards for Mathematics. *Educational Researcher* 40(4): 183–85.

Dehaene, S. 1997. *The Number Sense*. Nueva York: Oxford University Press.

Demetriou, A., M. Shayer, A. Mouyi, W. Kazi y M. Platsidou. 2013. Cycles in Speed-Working Memory-G Relations: Towards a Developmental-Differential Theory of the Mind. *Intelligence* 41(1): 34–50.

DeWolf, M., M Grounds, M. Bassok y K. Holyoak. 2014. Magnitude Comparison with Different Types of Rational Numbers. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 40(1): 71–82. Disponible en http://dx.doi.org/10.1037/a0032916.

Diamond, A. 2013. Executive Functions. *Annual Review of Psychology* 64: 135–68.

Dye, M., C. Green y D. Bavelier. 2009. Increasing Speed of Processing with Action Video Games. *Current Directions in Psychological Science* 18(6): 321–26.

Estes, Z. y S. Felker. 2011. Confidence Mediates the Sex Difference in Mental Rotation Performance. *Archives of Sexual Behavior* 41(3): 557–70.

Fischer, K. 2008. Dynamic Cycles of Cognitive and Brain Development: Measuring Growth in Mind, Brain, and Education. En: A. Battro, K. Fischer y P. Léna (eds.), *The Educated Brain*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Fisher A., K. Godwin y H. Seltman. 2014. Visual Environment, Attention Allocation, and Learning in Young Children: When Too Much of a Good Thing May Be Bad. *Psychological Science* 25: 1362–370.

Fuchs, L., R. Schumacher, J. Long, J. Namkung, C. Hamlett, P. Cirino, N. Jordan, R. Siegler, R. Gersten y P. Changas. 2013. Improving At-risk

Learners' Understanding of Fractions. *Journal of Educational Psychology* 105(3): 683–700. (doi:10.1037/a0032446.)

Fuchs, L., R. Schumacher, S. Sterba, J. Long, J. Namkung, A. Malone, C. Hamlett, N. C. Jordan, R. Gersten, R. Siegler y P. Changas. 2014. Does Working Memory Moderate the Effects of Fraction Intervention? An Aptitude-Treatment Interaction. *Journal of Educational Psychology* 106(2): 499–514. (doi:10.1037/a0034341.)

Fyfe, E., N. McNeil, J. Son y R. Goldstone. 2014. Concreteness Fading in Mathematics and Science Instruction: A Systematic Review. *Educational Psychology Review* 26(1): 9–25.

Gallistel, C. y R. Gelman. 1992. Preverbal and Verbal Counting and Computation. *Cognition* 44(1–2): 43–74.

Geary, D. 2007. Development of Mathematical Understanding: Cognition, Perception, and Language. En: W. Damon et al. (eds.), *Handbook of Child Psychology* (Vol. 2). Hoboken, NJ: Wiley.

Gelman, R. y E. Williams. 1998. Enabling Constraints for Cognitive Development and Learning: Domain Specificity and Epigenesis. En: W. Damon et al., *Handbook of Child Psychology* (Vol. 2). Hoboken, NJ: Wiley.

Gentner, D. 2003. Why We Are So Smart. En: D. Gentner y S. Golding-Meadow (eds.), *Language in Mind: Advances in the Study of Language and Cognition*. Cambridge, MA: MIT Press.

Gentner, D. 2010. Bootstrapping the Mind: Analogical Processes and Symbol Systems. *Cognitive Science* 34: 752–75.

Gick, M. y K. Holyoak. 1980. Analogical Problem Solving. *Cognitive Psychology* 12: 306–55.

Gick, M. y K. Holyoak. 1983. Schema Induction and Analogical Transfer. *Cognitive Psychology* 15(1): 1–38.

Goldstone, R. y J. Son. 2005. The Transfer of Scientific Principles Using Concrete and Idealized Simulations. *The Journal of the Learning Sciences* 14(1): 69–110.

Hanushek, E. y L. Woessmann. 2012. Do Better Schools Lead to More Growth? Cognitive Skills, Economic Outcomes, and Causation. *Journal of Economic Growth* 17: 267–321.

Hegarty, M. 2010. Components of Spatial Intelligence. En: B. H. Ross (ed.), *The Psychology of Learning and Motivation*. San Diego, CA: San Diego Academic Press.

Hembree, R. 1990. The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education* 21(1): 33–46.

Hermer, L. y E. Spelke. 1994. A Geometric Process for Spatial Reorientation in Young Children. *Nature* 370: 57–59.

Hiebert, J., R. Gallimore, H. Garnier, K. Bogard Givvin, H. Hollingsworth, J. Jacobs, A. Miu-Ying Chui, D. Wearne, M. Smith, N. Kersting, A. Manaster, E. Tseng, W. Etterbeek, C. Manaster, P. Gonzales y J. Stigler. 2003. Teaching Mathematics in Seven Countries: Results From the TIMSS 1999 Video Study. Washington, D.C.: US Department of Education.

Hofstadter, D. y E. Sander. 2013. *Surfaces and Essences: Analogy as the Fuel and Fire of Thinking.* Nueva York: Basic Books.

ICSU-LAC. 2010. *Science for a Better Life; Developing Regional Scientific Programs in Priority Areas for Latin America and the Caribbean: Volume I.* Rio de Janeiro: International Council for Science.

Ischebeck, A., M. Schocke y M. Delazer. 2009. The Processing and Representation of Fractions within the Brain: An FMRI Investigation. *NeuroImage* 47(1): 403–13. (doi:10.1016/S1053–8119(09)70693–7.)

Kang, S. 2016. Spaced Repetition Promotes Efficient and Effective Learning: Policy Implications for Instruction. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences* 3(1): 12–19. (doi:10.1177/2372732215624708.)

Levine, S., M. Vasilyeva, S. Lourenco, N Newcombe y J. Huttenlocher. 2005. Socioeconomic Status Modifies the Sex Difference in Spatial Skill. *Psychological Science* 16(11): 841–45.

Levine, S., K. Ratliff, J. Huttenlocher y J. Cannon. 2012. Early Puzzle Play: A Predictor of Preschoolers' Spatial Transformation Skill. *Developmental Psychology* 48(2): 530–42.

Levine, S., A. Dulaney, S. Lourenco, S. Ehrlich y K. Ratliff. 2016. Sex Differences in Spatial Cognition: Advancing the Conversation. *WIREs Cognitive Science*: 127–55.

Lipton, J. y E. Spelke. 2003. Origins of Number Sense: Large Number Discrimination in Human Infants. *Psychological Science* 14(5): 396–401.

Lourenco, Sy, D. Addy, J. Huttenlocher y L. Fabian. 2011. Early Sex Differences in Weighting Geometric Cues. *Developmental Science* 14: 1365–378.

Meert, G., J. Grégoire y M. Noël. 2009. Rational Numbers: Componential versus Holistic Representation of Fractions in a Magnitude Comparison Task. *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 62(8): 1598–616. (doi:10.1080/17470210802511162.)

Mix, K., L. Smith, J. Stockton, Y. L. Cheng y J. A. Barterian. 2017. Grounding the Symbols for Place Value: Evidence from Training and Long-Term Exposure to Base-10 Models. *Journal of Cognition and Development* 18(1): 129–51.

Mix, K., S. Levine, Y. Cheng, C. Young, D. Hambrick, R. Ping y S. Konstantopolous. 2016. Separate but Correlated: The Latent Structure of Space and Mathematics across Development. *Journal of Experimental Psychology: General* 145(9): 1206–227.

Miyake, A., N. Friedman, M. Emerson, A. Witzki, A. Howerter y T. Wager. 2000. The Unity and Diversity of Executive Functions and their Contributions to Complex Frontal Lobe Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology* 41(1): 49–100.

Moeller, K., S. Pixner, J. Zuber, L. Kaufmann y H. Nuerk. 2011. Early Place-Value Understanding as a Precursor for Later Arithmetic Performance: A Longitudinal Study on Numerical Development. *Research in Developmental Disabilities* 32: 1837–851. doi:10.1016/j.ridd.2011.03.012.

Moss, J. y R. Case. 1999. Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. *Journal of Research in Mathematical Thinking* 30(2): 122–47.

Mungas D., R. Heaton, D. Tulsky, P. D. Zelazo, J. Slotkin, D. Blitz, J. S. Lai y R. Gershon. 2014. Factor Structure, Convergent Validity and Discriminant Validity of the NIH Toolbox Cognitive Health Battery (NIHTB-CHB) in Adults. *Journal of International Neuropsychological Society* 20(6): 579–87.

Näslund-Hadley, E., A. Loera Varela y K. Hepworth. 2014. What Goes on in Latin American Math and Science Classrooms: A Video Study of Teaching Practices. *Global Education Review* 1(3): 110–28.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Newcombe, N., J. Huttenlocher y A. Learmonth. 1999. Infants' Coding of Location in Continuous Space. *Infant Behavior and Development* 22: 483–510.

NRC (National Research Council). 2001. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, D.C.: The National Academies Press.

———. 2006. *Learning to Think Spatially*. Washington, D.C.: The National Academies Press. Disponible en https://doi.org/10.17226/11019.

———. 2009. *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths toward Excellence and Equity.* Committee on Early Childhood Mathematics. Washington, D.C.: The National Academies Press.

NRC e Institute of Medicine. 2000. *From Neurons to Neighborhoods: The Science of Early Childhood Development. Committee on Integrating the Science of Early Childhood Development.* Board on Children, Youth, and Families, Commission on Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, D.C.: National Academies Press.

Piaget, J. 1970. *Genetic Epistemology*. Nueva York: Norton.

Piaget, J. 1977. *The Essential Piaget*. Nueva York: Basic Books.

Pruden, S. y S. Levine. 2017. Parents'Spatial Language Mediates a Sex Difference in Preschoolers' Spatial-Language Use. *Psychological Science* 28(11): 1583–96.

Puryear, J. y T. Goodspeed. 2011. How Can Education Help Latin America Develop? *Global Journal of Emerging Market Economies* 3(1): 111–34.

Quinn, P. 2004. Spatial Representation by Young Infants: Categorization of Spatial Relations or Sensitivity to a Crossing Primitive? *Memory and Cognition* 32(5): 852–61.

Ramirez, G., E. Gunderson, S. Levine y S. Beilock. 2012. Spatial Anxiety Relates to Spatial Abilities as a Function of Working Memory in Children. *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 65(3): 474–87.

Richland, L. y I. McDonough. 2010. Learning by Analogy: Discriminating between Potential Analogs. *Contemporary Educational Psychology* 35: 28–43.

Richland, L. y N. Simms. 2015. Analogy, Higher Order Thinking, and Education. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science* 6(2): 177–92.

Richland, L., N. Kornell y S. Kao. 2009. The Pretesting Effect: Do Unsuccessful Retrieval Attempts Enhance Learning? *Journal of Experimental Psychology: Applied* 15(3): 243–57.

Richland, L., R. Morrison y K. Holyoak. 2006. Children's Development of Analogical Reasoning: Insights from Scene Analogy Problems." *Journal of Experimental Child Psychology* 94(3): 249–73.

Schmidt, W. H. y R. T. Houang. 2012. Curricular Coherence and the Common Core State Standards for Mathematics. *Educational Researcher* 41(8): 294–308.

Schmidt, W., R. Houang y L. Cogan. 2002. A Coherent Curriculum. *American Educator* 26(2): 1–18.

Shea, D., D. Lubinski y C. Benbow. 2001. Importance of Assessing Spatial Ability in Intellectually Talented Young Adolescents: A 20-year Longitudinal Study. *Journal of Educational Psychology* 93(3): 604–14.

Shih, M., T. Pittinsky y N. Ambady. 1999. Stereotype Susceptibility: Identity Salience and Shifts in Quantitative Performance. *Psychological Science* 10: 81–84.

Siegler, R. y H. Lortie-Forgues. 2014. An Integrative Theory of Numerical Development. *Child Development Perspectives* 8(3): 144–50.

Siegler, R. y G. Ramani. 2008. Playing Linear Numerical Board Games Promotes Low-income Children's Numerical Development. *Developmental Science* 11: 655–61.

Siegler, R., C. Thompson y M. Schneider. 2011. An Integrated Theory of Whole Number and Fractions Development. *Cognitive Psychology* 62(4): 273–96. (doi:10.1016/j.cogpsych.2011.03.001.)

Siegler, R., G. Duncan, P. Davis-Kean, K. Duckworth, A. Claessens, M. Engel, MI Susperreguy y M. Chen. 2012. Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science* 23(7): 691–97.

Steele, C. y J. Aronson. 1995. Stereotype Threat and the Intellectual Test Performance of African Americans. *Journal of Personality and Social Psychology* 69(5): 797–811.

Stuss, D. 2006. Frontal Lobes and Attention: Processes and Networks, Fractionation and Integration. *Journal of the International Neuropsychological Society* 12: 261–71.

Super, D. y P. Bachrach. 1957. *Scientific Careers and Vocational Development Theory: A Review, a Critique and Some Recommendations*. Nueva York: Columbia University Press.

Szilágyi, J., D. Clements y J. Sarama. 2013. Young Children's Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory. ZDM-The *International Journal on Mathematics Education* 44: 581–620.

Tohill, J. y K. Holyoak. 2000. The Impact of Anxiety on Analogical Reasoning. *Thinking and Reasoning* 6(1): 27–40.

Uttal, D. y C. Cohen. 2012. Spatial Thinking and STEM Education: When, Why and How. *Psychology of Learning and Motivation: Advances in Research and Theory* 57: 147–81.

Uttal, D., M. Amaya, M. del Rosario Maita, L. Hand, C. Cohen, K. O'Doherty y J. DeLoache. 2013a. It Works Both Ways: Transfer Difficulties between Manipulatives and Written Subtraction Solutions. *Child Development Research*, Article ID 216367.

——. 2013b. The Malleability of Spatial Skills: A Meta-analysis of Training Studies. *Psychological Bulletin* 139(2): 352–402.

Vosniadou, S., X. Vamvakoussi e I. Skopeliti. 2008. The Framework Theory Approach to Conceptual Change. En: S. Vosniadou (ed.), *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Vygotsky, L. 1978. *Mind in Society: The Development of Higher Mental Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wai, J., D. Lubinski y C. Benbow. 2009. Spatial Ability for STEM Domains: Aligning over 50 Years of Cumulative Psychological Knowledge Solidifies Its Importance. *Journal of Educational Psychology* 101(4): 817–35.

Weiten, W. 1992. *Psychology: Themes and Variations. Second Edition.* Madison, WI: Brooks/Cole Publishing Company.

Wynn, K. 2002. Do Infants Have Numerical Expectations or Just Perceptual Preferences? *Developmental Science* 5(2): 207–09.

Zimba, J. 2014. The Development and Design of the Common Core State Standards for Mathematics. *New England Journal of Public Policy* 26(1): 1–11.

CAPÍTULO 2

Un marco de referencia de la trayectoria de aprendizaje para equilibrar la educación matemática: enseñanza y aprendizaje para la comprensión y la fluidez

Aki Murata (Universidad de Florida), Karen C. Fuson (Universidad Northwestern) y Dor Abrahamson (Universidad de California, Berkeley)

En una escuela urbana de América Latina, Catalina, una joven maestra de escuela primaria, enseña a sus alumnos de segundo grado a sumar números de dos dígitos. Ella nunca fue una buena alumna de matemática, y se siente incómoda enseñando este tema. Mientras trata de repasar el procedimiento, sus alumnos preguntan:

¿Por qué funciona de esta manera?

Catalina se siente perdida porque no sabe cómo explicarlo. Sin embargo, advierte que algunos alumnos intentan ayudarse mutuamente, utilizando bloques y dibujos, para mostrar el significado conceptual de la reagrupación. Luego de retirarse y escucharlos por un rato, siente una emoción que nunca antes había experimentado. Se siente orgullosa por el esfuerzo de sus alumnos y quiere ayudarlos. A continuación, se une a la discusión sobre los diferentes métodos y, en ciertos momentos, les proporciona explicaciones que aclaran sus dudas. Por primera vez se siente empoderada como maestra de matemática. En ese momento recuerda que, en una reciente sesión de desarrollo profesional, sus colegas habían discutido una forma diferente de enseñar llamada "enseñanza balanceada", que comienza con el intercambio de ideas entre los alumnos. Luego, el maestro facilita el aprendizaje, ayudándolos a hacer conexiones entre sus ideas y los conceptos matemáticos a través de dibujos. Catalina decide que hablará con sus colegas durante la planificación de esa semana para aprender más sobre el tema.

2.1 Un nuevo camino a seguir

Países de todo el mundo están tratando de ayudar al mayor número posible de maestros a preparar a sus alumnos para las necesidades matemáticas del siglo XXI. El viejo enfoque de copiar y memorizar lo que el maestro muestra ya no es suficiente. Los alumnos deben entender lo que están haciendo porque las necesidades matemáticas del lugar de trabajo están cambiando y deben estar preparados para los demás cambios que vendrán.

En los últimos años, tres comités del Consejo Nacional de Investigación de EE.UU. (National Research Council [NRC, por sus siglas en inglés]). estudiaron investigaciones de todo el mundo y resumieron sus hallazgos: NRC (2009), Donovan y Bransford (2005) y Kilpatrick, Swafford y Findell (2001)[1]. En ese contexto, el presente capítulo proporciona un marco de referencia que resume los resultados de las investigaciones internacionales, centrándose especialmente en la manera en que los alumnos piensan acerca de las ideas matemáticas. Este trabajo también está basado en décadas de experiencia con un marco similar en Japón y en dos decenios de investigación realizada en clases de habla inglesa e hispana en Estados Unidos (Fuson y Murata 2007; Fuson, Murata y Abrahamson 2014; Murata y Fuson 2006, 2016; Murata 2008). El estudio para el marco de referencia proviene de todas partes del mundo, incluyendo la región de América Latina y el Caribe (ALC). Gran parte de la investigación trata sobre el aprendizaje y la enseñanza de los alumnos en temas específicos de matemática, y enfatiza la explicación y el crear sentido como elementos cruciales para equilibrar la comprensión y la fluidez, y cumplir con los objetivos del siglo XXI. El enfoque de "enseñanza balanceada" está relacionado con los modelos que priorizan las trayectorias de aprendizaje (Clements y Sarama 2004, 2014), las secuencias de tareas (Simon, Placa y Avitzur 2016), la "conversación matemática" en el aula (Yackel y Cobb 1996; Hufferd-Ackles, Fuson

[1] Este capítulo se basa en la investigación resumida en los informes del Consejo Nacional de Investigación, pero los ejemplos dados son relevantes para las clases que se dictan en América Latina y el Caribe y los usos de la tecnología que se dan en ellas.

y Sherin 2004, 2015; Murata et al. 2017), la vinculación de ideas (Alibali et al. 2013), el pensamiento incorporado (Abrahamson 2014), el aprendizaje visual (Mason 1989), el fracaso productivo (Kapur 2014) y el aprendizaje basado en el descubrimiento (Abrahamson y Kapur 2018). Un marco de referencia con estas características puede servir de guía para las decisiones nacionales sobre la enseñanza y el aprendizaje, incluidas las referidas a qué tipos de tecnología utilizar y cómo.

En este capítulo se comienza describiendo el marco pedagógico de la "enseñanza balanceada" para luego abordar sus aspectos centrales con mayor profundidad, brindando ejemplos mediante fracciones. Posteriormente se describe e ilustra la importancia del dibujo, utilizando los ejemplos de resolución de problemas con conceptos clave de matemática, antes de tratar brevemente los problemas de apoyar a los alumnos y maestros con el marco de enseñanza balanceado. Finalmente, se debaten algunos usos de la tecnología a partir de dicho marco.

2.2 El marco de enseñanza balanceado: competencias para todos

El recuadro 2.1 describe el marco de enseñanza balanceado. En la parte superior del recuadro se encuentra la meta de más alto nivel del siglo XXI para todos los alumnos, presentada y analizada en el informe del Consejo Nacional de Investigación, *Adding Up: Helping Children Learn Mathematics* (Kilpatrick, Swafford y Findell 2001). Esta meta tiene la capacidad de enfocar los cambios en la enseñanza tradicional, porque amplía los objetivos típicos de la enseñanza. Su propósito es fomentar solucionadores de problemas ingeniosos y autorregulados utilizando cinco líneas de competencia matemática: i) comprensión conceptual; ii) fluidez en los procedimientos; iii) competencia estratégica; iv) razonamiento adaptativo, y v) disposición productiva. Estos cinco aspectos han sido utilizados en esfuerzos de reforma en Estados Unidos y Canadá, como por ejemplo, en la redacción de los Estándares Estatales Básicos Comunes de 2010 (CCSS Initiative 2010). Los aspectos de la comprensión conceptual y la fluidez de los procedimientos están balanceados en el marco, ya que el docente ayuda a los alumnos a desarrollar una comprensión conceptual y, luego, a pasar a la fluidez. La competencia estratégica y el razonamiento adaptativo son dos aspectos cruciales para la resolución de problemas y el razonamiento. El quinto aspecto, la disposición productiva, implica una autoimagen positiva como solucionador de problemas, la que fue caracterizada por Dweck como una "mentalidad de crecimiento" (Dweck 2010; Blackwell, Trzesniewski y Dweck 2007). Todas estas líneas requieren que los alumnos desarrollen su capacidad de autorregulación a medida que se

RECUADRO 2.1 EL MODELO DE ENSEÑANZA BALANCEADO DE TRES FASES

La meta de alto nivel para el modelo de enseñanza balanceado es construir solucionadores de problemas que se autorregulen con recursos (Principio 3 de *Cómo aprenden los alumnos:* La importancia del autocontrol) mediante la interrelación continua de los cinco aspectos del dominio matemático: comprensión conceptual, fluidez en los procedimientos, competencia estratégica, razonamiento adaptativo y disposición productiva (Kilpatrick, Swafford y Findell 2001).

¿Cómo? Creando una comunidad que fomente el diálogo matemático durante un año

- El docente organiza conversaciones educativas de colaboración centradas en el pensamiento matemático de los integrantes del aula (Principio 1 de *Cómo aprenden los alumnos:* Comprometer entendimientos previos; *y los Estándares de proceso sobre resolución de problemas, razonamiento y pruebas, y comunicación* del Consejo Nacional de Docentes de Matemática (NCTM).
- Los alumnos y los docentes utilizan medios de asistencia que facilitan el aprendizaje y la enseñanza para todos; los maestros buscan participar, involucrar, gestionar y capacitar (modelar, aclarar, enseñar/explicar, indagar y dar retroalimentación).

Usar las tres fases del modelo de enseñanza balanceado en cada tema de matemática

A medida que avanzan a través de las fases, el docente y los alumnos utilizan y relacionan situaciones matemáticas coherentes, formas pedagógicas y formas matemáticas culturales (*Estándares de proceso sobre conexiones, representaciones y comunicación* del NCTM).

Fase 1: Introducción guiada

- Respaldado por formas pedagógicas coherentes, el docente obtiene y la clase trabaja brevemente con los entendimientos que los alumnos aportan a un tema (Principio 1 de *Cómo aprenden los alumnos:* Comprometer entendimientos previos).
- El docente y los alumnos valoran y discuten ideas y métodos (interactúan con las formas de acción individuales e internas utilizando formas externas).
- El docente identifica los diferentes niveles de métodos de solución utilizados por los alumnos y los errores comunes, asegurándose de que sean vistos y discutidos por la clase.
- *Los métodos de los alumnos pueden ser básicos y lentos, contener errores o ser métodos de la fase 2 (ver más abajo).*

(continúa en la página siguiente)

RECUADRO 2.1 EL MODELO DE ENSEÑANZA BALANCEADO DE TRES FASES *(continuación)*

Fase 2: Despliegue de aprendizaje (fase de creación de significado en profundidad)

- El docente ayuda a los alumnos a crear conexiones emergentes con formas de acción (Principio 2 de *Cómo aprenden los Alumnos:* El papel esencial del conocimiento factual y los marcos conceptuales en la comprensión).
- Para las explicaciones de métodos y problemas matemáticos se continúan utilizando dibujos y otros apoyos pedagógicos (formas externas), estimulando así la correcta conexión de las formas.
- El docente introduce o se enfoca en métodos matemáticamente deseables y accesibles.
- Los métodos erróneos son analizados y corregidos con explicaciones.
- Las ventajas y desventajas de los diferentes métodos, incluido el método común actual, se someten a debate para que los aspectos matemáticos centrales se vuelvan explícitos.
- Los métodos de los alumnos se tornan predominantemente matemáticos, deseables y accesibles. Los errores disminuyen. Los alumnos también pueden usar métodos matemáticamente deseables y no accesibles.

Fase 3: Trabajando el conocimiento para la fluidez

- El docente ayuda a los alumnos a adquirir fluidez con los métodos deseados.
- Los alumnos pueden elegir un método y la fluidez incluye el ser capaz de explicar el método.
- Todavía continúa el proceso de reflexión y explicación (trabajando con las formas internas individuales).
- Los alumnos dejan de hacer dibujos de matemática cuando no los necesitan.
- Cada alumno forma rápidamente un método matemáticamente deseable; muchos alumnos conforman más de un método.

Fuente: Elaboración propia.

vuelven más conscientes y tienen más control de su pensamiento matemático y sus habilidades para resolver problemas.

Esta meta de alto nivel incluye el Principio 3 (La importancia del autocontrol) del Informe *Cómo Aprenden los Alumnos (How Students Learn*) del Consejo Nacional de Investigación (Donovan y Bransford 2005), trabajo que sintetiza la investigación en torno a tres principios que se utilizan en el modelo de enseñanza balanceado de sendas fases. Tales principios y fases se exponen en el recuadro 2.1 para servir de guía al lector a lo largo de todo el informe. El mencionado recuadro también recoge recomendaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje basadas en estudios realizados por la más importante organización de investigadores y docentes de Estados Unidos, el Consejo Nacional de Docentes de Matemática (NCTM), en su informe *Principios y Estándares para Matemática Escolar* (*Principles and Standards for School Mathematics*) (NCTM 2000). Este informe encontró cinco estándares de proceso para la enseñanza: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representaciones, los cuales están identificados en el recuadro 2.1, en las áreas donde son relevantes. Investigaciones posteriores relacionadas con los estándares de proceso se discuten en NCTM (2014).

La segunda parte del marco de enseñanza balanceado (cómo cumplir con la meta) describe la manera en que un docente puede aumentar los niveles de comprensión de todos los alumnos en el aula creando una comunidad de "conversación matemática" durante el año escolar, enfocada en cómo los alumnos forman y discuten significados matemáticos.[2] Para hacer esto, el docente organiza conversaciones educativas colaborativas (conversación matemática) centradas en el pensamiento matemático de los alumnos. Se presentan modelos visuales (por ejemplo, dibujos matemáticos) para apoyar el pensamiento de los alumnos y del docente. Este último puede explicarles los conceptos, pero también alienta a los alumnos a explicar su propio pensamiento y discutirlo con sus pares. Las explicaciones que usan modelos visuales (como los dibujos) son vitales para la comprensión y la creación de sentido de todos los participantes. La conversación matemática también ayuda a los alumnos a usar el lenguaje y la notación matemáticos.

La tercera parte del marco de enseñanza balanceado es un modelo de tres fases sobre la forma que tienen los docentes de apoyar la comprensión y la fluidez de los alumnos en cada tema nuevo de matemática. La parte inferior del recuadro 2.1 describe los aspectos centrales de cada fase. La fase 1, "Introducción guiada", enfatiza los enfoques de reforma que se centran en obtener y discutir los métodos inventados por los niños. Los planes de estudio tradicionales enfatizan la fase 3, "Trabajando el conocimiento (fluidez)", poniendo el foco en el desarrollo de la fluidez. La parte nueva e importante del modelo es la fase 2, "Despliegue de aprendizaje". Esta fase profunda y de creación de significado conecta las fases 1 y

[2] Como lo explica el Consejo Nacional de Docentes de Matemática, la "conversación matemática" es una conversación pedagógica dirigida por el maestro, pero con la mayor participación posible de los alumnos. La idea detrás de esto es que, si los alumnos se toman el tiempo para explicar su pensamiento matemático, su comprensión aumentará.

3, brindando oportunidades para un aprendizaje profundo y ambicioso. A medida que los alumnos comparan, contrastan y analizan diferentes métodos de la fase 2, los conceptos matemáticos básicos se extraen de los contextos del problema o de métodos específicos y se vinculan entre sí. La facilitación coherente de métodos matemáticamente deseables y accesibles (MD&A) a través de dibujos matemáticos en las clases ayuda a los alumnos a expresar sus ideas y, en última instancia, fomenta el aprendizaje individual. El término genérico "forma" se usa en varios lugares del recuadro (formas pedagógicas, culturales, matemáticas, interformas, formas internas en acción que usan formas externas, formas internas individuales) en lugar de otros vocablos (materiales de enseñanza o dibujos, símbolos matemáticos o palabras, relaciones, representaciones mentales usando materiales o acciones externas o palabras o símbolos escritos, representaciones mentales o acciones) para resaltar la relación de todas estas diferentes estructuras internas y externas y cómo el pensamiento matemático involucra el desarrollo y la utilización de formas cada vez más complejas y precisas.

La fase 2 es el corazón de este proceso, ya que la clase se enfoca en y discute los métodos de MD&A con la ayuda de modelos visuales.[3] Los MD&A son métodos generales y pueden ser abstractos y conceptualmente no transparentes. Si un profesor presenta y explica la información sin ningún modelo visual, a los alumnos les puede parecer muy confuso. En las clases de segundo grado, los niños pueden abordar un problema de suma de dos dígitos (por ejemplo, 68 + 76) mediante el uso de dibujos o bloques de "decenas y unidades". La investigación en muchos países subraya la importancia de los dibujos matemáticos (modelos visuales, diagramas) como formas pedagógicas para apoyar el pensamiento individual, la resolución de problemas y las conversaciones pedagógicas (conversación matemática). Los dibujos facilitan la resolución de problemas porque los alumnos pueden relacionar los pasos del dibujo con los símbolos matemáticos y ponerle etiquetas para relacionarlo con la situación del problema o con los conceptos matemáticos (por ejemplo, cientos y decenas). Estos dibujos también pueden ayudar a unir situaciones problemáticas con soluciones

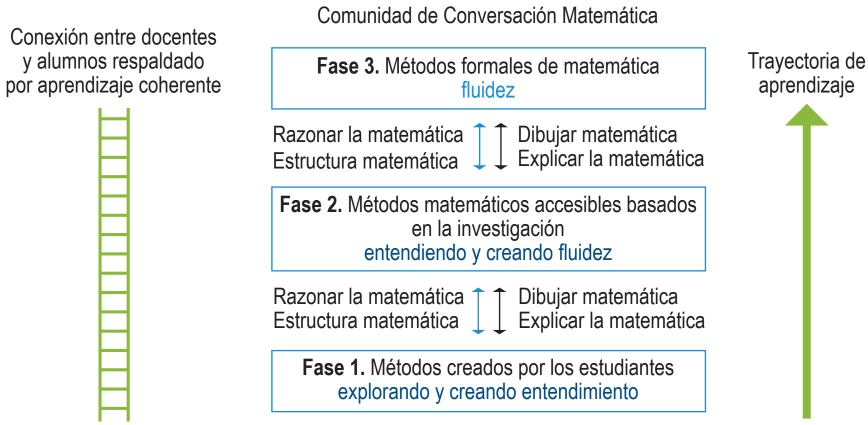
[3] Los modelos visuales son el rango de exhibiciones —incluidas las imágenes con elementos figurativos, diagramáticos y simbólicos— que los docentes, alumnos, programas o tecnologías matemáticas crean para mostrar el significado de un concepto matemático. Los modelos visuales pueden ser cosas físicas, pero este capítulo se centra en la importancia de los diagramas y dibujos matemáticos como soportes visuales para la enseñanza y el aprendizaje. En estas páginas se utilizan diferentes términos relacionados con los modelos visuales porque todos tienen significados ligeramente diferentes.

matemáticas mediante la denominada "matematización" (enfocarse en la estructura matemática). Más aún, los dibujos matemáticos ayudan a la conversación matemática porque pueden colocarse en la pizarra o proyectarse en una pantalla para que todos los vean, dejando un rastro de todos los pasos del proceso de pensamiento, por lo que cada uno de ellos se puede explicar más adelante. Los dibujos matemáticos son baratos, fáciles de administrar y permanecen una vez que el problema se resuelve para apoyar una explicación más detallada y la reflexión. Los docentes pueden recopilar las páginas que los contienen y reflexionar sobre ellos en cuanto constituyen ventanas a las mentes de los alumnos fuera del horario de clase. Muchos programas de matemática básica de Asia Oriental tienen un historial de uso de diagramas, así como también varios países de todo el mundo. Inicialmente, los dibujos matemáticos pueden mostrar todos los objetos y luego simplificarse en diagramas con números. Los dibujos de objetos concretos pueden ser útiles para niños muy pequeños o con necesidades especiales, pero para muchos temas de matemática los alumnos solo necesitan usar diagramas y números simplificados.

Involucrar las tres fases expuestas resulta esencial para emprender exitosamente cualquier enseñanza de matemática. Dependiendo del nivel de complejidad del concepto matemático, dichas fases podrán darse en varias lecciones o una sola. A lo largo de ellas, es importante que el docente mantenga altas las expectativas de los alumnos, acepte las diferentes ideas y los diversos caminos de aprendizaje que los alumnos pueden tomar, y entienda que cada alumno utilizará un método matemáticamente deseable en el tiempo con diversos grados de fluidez. Estas tres fases y sus relaciones son resumidas en el gráfico 2.1. Las flechas dobles, que conectan y muestran cómo los alumnos avanzan entre fases, resumen lo que los maestros deben priorizar en el aula: dar sentido a las estructuras matemáticas a partir de dibujos matemáticos que sirvan de apoyo a la explicación. A continuación, se resumen brevemente las investigaciones sobre los aspectos de enseñanza de las fases 1 y 2.[4] Vale la pena mencionar

[4] Un estudio icónico, que utilizó asignación aleatoria de grupos, encontró que los alumnos que pasaron por la fase 2 superaron a aquellos que tuvieron una larga fase 1 o que se movieron rápidamente a la fase 3 (Agodini et al. 2010). Otro trabajo relacionado encontró que los efectos de dos currículos que equilibran las fases son, en gran medida, robustos a través de las variaciones en el rendimiento de los alumnos y el conocimiento matemático de los docentes (Agodini y Harris 2016). Un meta-análisis que incluyó estudios con diferentes estrategias de procesos educativos sugiere elementos clave de la comunidad de conversación matemática mostrada en el gráfico 2.1. Este estudio encontró que cambiar la manera en que los maestros y los alumnos interactúan en el aula aumenta el rendimiento, especialmente si a

GRÁFICO 2.1
COMUNIDAD DE LA "CONVERSACIÓN MATEMÁTICA": TODOS SE CENTRAN EN ENTENDER LAS ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS UTILIZANDO DIBUJOS PARA RESPALDAR LAS EXPLICACIONES



Fuente: Elaboración propia.

que incluso cuando estén practicando métodos de solución propios de la fase 3, los alumnos podrán recurrir a los elementos de la fase 2 y realizar dibujos para ayudarse a recordar un método o corregir un error.

Después de que las tres fases se hayan completado para un determinado tema, es importante mantener la fluidez mediante su práctica a lo largo del tiempo, así como también realizar relaciones con los nuevos conceptos que se aprenderán más adelante. El docente puede facilitar que los alumnos recuerden conceptos que ya han aprendido por medio de problemas relacionados. Asimismo, para temas nuevos pero vinculados, el maestro inicia y organiza las discusiones, ayudando a los alumnos a elaborar sus formas individuales internas y estimulando la construcción de

estos últimos se les dan oportunidades e incentivos para ayudarse unos a otros a aprender y se les mantiene productivamente involucrados e interesados en la matemática (Slavin y Lake 2008). Los hallazgos de un segundo meta-análisis (Alfieri et al. 2011) apoyan la importancia de pasar de la fase 1, centrada en la obtención de métodos de los alumnos, a la fase 2, donde se discuten y explican los métodos de importancia matemática. En ese trabajo se encontró que el descubrimiento sin asistencia (fase 1, recuadro 2.1.) no beneficia tanto a los alumnos como la enseñanza que incluye retroalimentación, ejemplos trabajados, andamiaje (*scaffolding*) y explicaciones, todas actividades importantes de la fase 2. Un programa gratuito disponible en línea utiliza cuidadosamente los enfoques de estos dos meta-análisis y ha tenido un alto grado de éxito en todos los niveles de aprendizaje (Mighton 2013).

una red interna propia de temas relacionados. De esta forma, cada alumno recuerda y mantiene el desempeño de la fase 3. Practicar y debatir durante un período prolongado ayuda a que los alumnos revisen los conceptos previamente aprendidos y a reforzar su comprensión creando nuevas conexiones con otros temas de matemática que estén aprendiendo. Esto apoya el desarrollo de una red conceptual más amplia y profunda para la comprensión matemática y agrega nuevos significados a los conceptos aprendidos anteriormente. Esta fase final se conoce como "fase de revisión", y puede extenderse por el resto del año luego de la enseñanza inicial de las fases 1, 2 y 3.

2.3 Explicación de las fases con ayudas visuales (dibujos matemáticos)

En esta sección se utilizan ejemplos para describir cómo pueden verse las diferentes fases cuando se enseña a sumar fracciones. A su vez, destaca las conexiones entre los diferentes procesos de pensamiento de los alumnos y las representaciones visuales para ilustrar un proceso de aprendizaje que se mueve a través de las tres fases y utiliza la "conversación matemática" para apoyar dichas conexiones.

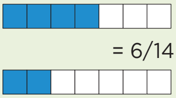
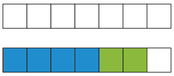
El gráfico 2.2 describe cuatro posibles métodos de los alumnos para resolver el problema del siguiente ejemplo: "Teníamos 4/7 litros de leche en una botella. Añadimos 2/7 litros de leche. ¿Cuántos litros de leche tenemos ahora?". Por lo general, a medida que intentan encontrar la respuesta, los alumnos abordan el problema de maneras diversas según sus experiencias matemáticas previas y sus conceptos de fracciones. Todos los métodos de solución que se muestran en el gráfico 2.2 son posibles en cualquier clase de matemática de la escuela primaria.

Como puede verse, en el método 1 el alumno utiliza barras para mostrar las fracciones 4/7 y 2/7. Al tratar de combinar ambas fracciones, el alumno cuenta las partes que se muestran en las dos representaciones en total y termina con la respuesta de 14 partes, con 6 de ellas sombreadas, es decir, 6/14 de litro. El alumno no ve a la fracción como el total de la unidad de fracción 4 séptimos y 2 séptimos, lo que le hubiera permitido concluir 6 séptimos, sino que solo cuenta todo lo que ve y da la respuesta incorrecta: 6/14.

El alumno que usa el método 2, al dividir el todo en 7 partes iguales, muestra cómo cada séptimo es una parte del todo. Dibuja toda la barra y la divide en 7 partes iguales. Luego sombrea 4 partes y, posteriormente, 2 partes más con un sombreado diferente; finalmente, escribe las fracciones al pie para conectar la notación matemática con el dibujo.

GRÁFICO 2.2
MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE LOS ALUMNOS PARA UN PROBLEMA DE FRACCIONES: 4/7 + 2/7

Problema: "Teníamos 4/7 litros de leche en una botella. Añadimos 2/7 litros de leche. ¿Cuántos litros de leche tenemos ahora?"

Representación de problemas	Explicación del alumno
Método 1. 4/7  = 6/14 2/7	[El alumno 1 no agrega las fracciones al sumar las fracciones como unidades 4 de 7 y 2 de 7 y así obtiene la respuesta equivocada.] Alumno 1: "Primero, dibujé una barra para mostrar un litro, lo dividí en 7 partes y sombreé 4 de ellas para mostrar 4/7 litros. Dibujé otra barra y mostré 2/7 litros de la misma manera. Luego conté cuántas partes hay para el todo y cuantas partes están sombreadas, para encontrar la respuesta: 6/14 litros."
Método 2. Paso 1 Paso 2  4/7 + 2/7 = 6/7	Alumno 2: "Primero, dibujé una barra para mostrar un litro, y la dividí en 7 partes iguales para mostrar los séptimos. Luego sombreé 4 de ellos para mostrar 4/7 litros. Luego sombré 2 séptimos más después de los 4 séptimos para añadir 2 séptimos. Lo sombreé de manera diferente para poder ver los 4 séptimos y los 2 séptimos. Así que puedo ver que la respuesta es 6 séptimos y lo escribí debajo de mi dibujo."
Método 3. 4/7 = 1/7 + 1/7 + 1/7 + 1/7 2/7 = 1/7 + 1/7 4/7 + 2/7 = (1/7 + 1/7 + 1/7 + 1/7) + (1/7 + 1/7) = 6/7	Alumno 3: "Pensé que 4/7 es 4 de los 1/7 y 2/7 es 2 de los 1/7. Así que agregué todos los 1/7, los 6 de ellos, y encontré la respuesta como 6/7 litros."
Método 4. 4/7 + 2/7 = (4 + 2)/7 = 6/7	[El alumno 4 piensa que la matemática es seguir una regla.] Alumno 4: "Seguí la regla. Al sumar fracciones, si los números de abajo son los mismos, déjalos en paz, y solo añade los de arriba. Entonces, 4 + 2 = 6, y la respuesta es 6/7."

Fuente: Elaboración propia.

A través del método 3, el alumno muestra su pensamiento numéricamente. Piensa en cada fracción (2/7 y 4/7) como colecciones de una fracción simbólica (1/7) y así suma 4 de los 1/7 y 2 de los 1/7 para encontrar el total de 6/7 litros.

Con respecto al método 4, aunque el alumno llega a la respuesta correcta, la explicación es únicamente de procedimiento, por lo que parece pensar que la resolución de problemas consiste en seguir una regla. Esta explicación resulta verosímil en caso de que el alumno haya recibido una enseñanza previa para agregar fracciones, basada exclusivamente en procedimientos.

Al momento de anticipar todos estos métodos diferentes, el docente puede sentirse un poco abrumado para facilitar una conversación matemática significativa. En efecto, si desea valorar todas las ideas de los alumnos sin estar seguro de cómo enfocar su atención en las ideas matemáticas básicas, puede que se limite a analizar la mayor cantidad de métodos y soluciones posibles, sin ayudarlos a establecer mayores conexiones con los métodos. Este tipo de enseñanza se centra en la fase 1 del modelo de enseñanza balanceada. Y si bien los alumnos y el docente pueden haber sentido cierta satisfacción al obtener múltiples métodos de solución, es posible que los alumnos salgan de esta experiencia sin conexiones conceptuales significativas entre los conceptos matemáticos y los métodos discutidos. Esta modalidad puede provocar muchas críticas, en particular referidas a que los resultados del aprendizaje no son claros, no se corrigen los errores y tampoco se posibilita que todos los alumnos comprendan el problema.

Por otro lado, en un aula de matemática tradicional los docentes no invitan a los alumnos a compartir sus ideas sobre el proceso de solución, sino que lo usual es que presenten el problema y muestren los pasos de la solución deseada (con frecuencia como en el método 4). Luego, el docente pide a los alumnos que resuelvan problemas similares, siguiendo cuidadosamente los pasos del método enseñado y sin entrar a debatir por qué y cómo funcionan esos pasos. En las clases tradicionales es frecuente que los alumnos experimenten la matemática como un conjunto definido de reglas y procedimientos que deben seguir y que expliquen su pensamiento como se describe en el método 4 de la figura. Ese tipo de enseñanza puede considerarse como propio de la fase 3. En realidad, si bien dicha fase es importante como parte de la enseñanza balanceada, por sí sola no ayuda a que los alumnos comprendan cómo se relacionan sus propias ideas con las reglas y procedimientos matemáticamente valorados o por qué funcionan tales reglas y procedimientos. Comprender por qué funciona cada uno de los procedimientos facilita la tarea de recordarlos y resolverlos más adelante, reduciendo la posterior interferencia entre diferentes procedimientos, cuando se pueden mezclar todos.

Lo que se propone en el modelo de enseñanza balanceada basado en la investigación es unir las fases 1 y 3 con la fase crucial 2. En esta modalidad (gráfico 2.1), después de que los alumnos exploran, generan y comparten sus propios métodos, el docente los impulsa a hablar sobre matemática, enfocando su atención en aspectos del concepto matemático central. En el ejemplo presentado en el gráfico 2.2, después de compartir los cuatro métodos, el docente podría preguntar a los alumnos qué similitudes y diferencias encuentran entre ellos, a menudo comparando solo dos a la vez. Al indagar, escuchar y conectar las diferentes ideas de los alumnos, el docente será capaz de ayudarlos a entender cuán similares son los métodos 1 y 2, y también por qué sus respuestas son diferentes al considerar el “conjunto” de forma distinta. En este punto, el docente podría llevar al aula una botella de 1 litro para mostrar cómo se ve agregar 4/7 y 2/7 de un litro de líquido y si la cantidad resultante es 6/7 o 6/14 de un litro. Este es un lugar ideal para abordar la manera de determinar el “todo” en el contexto de los problemas con fracciones.

Una vez que los alumnos comprenden bien el método 2, su comparación con el método 3 permitirá que el docente los guíe para representar el método de solución utilizando la notación de fracciones. El método 3 también muestra muy claramente la correspondencia entre los “1/7” escritos por el alumno y cada sección sombreada dibujada en el método 2. Al hacer referencia a la relación, los alumnos que pueden estar pensando en fracciones solo en el nivel más concreto serán capaces de observar cómo la fracción de unidad escrita “1/7” se relaciona con el modelo concreto del método 2.

En este punto, el maestro estará en condiciones de ayudar a los alumnos a describir la regla para sumar fracciones de denominadores similares, tal como fue explicada en el método 4. Habiendo discutido distintos métodos de solución mediante diferentes representaciones, la regla muchas veces surge como algo que los alumnos describen, desprendiéndose de su conversación matemática y confiriéndoles su pertenencia.

En el marco de la enseñanza balanceada se hace hincapié en que las tres fases son necesarias para que los alumnos aprendan matemática de manera coherente y significativa. En muchas culturas, la enseñanza tradicional centrada en la fase 3 ha sido la principal forma de enseñar. En los últimos años, en un esfuerzo por ayudar a los alumnos a aprender matemática de forma más constructiva, algunos docentes han intentado cambiar su enseñanza por completo enfocándose en la fase 1. Esto muchas veces ocasiona que los alumnos se sientan perdidos y frustrados, ya que para ellos puede ser difícil comprender las estructuras y los patrones matemáticos cuando quedan solos en su exploración, sin un resumen que resalte y discuta los conceptos matemáticos importantes. La fase 2 reúne los dos enfoques de enseñanza, en apariencia tan diferentes, al crear un espacio y un tiempo para que el docente y los alumnos den sentido a la matemática. La clave en esta fase es la construcción de la conexión, fortalecida por los apoyos visuales y los dibujos, que juegan un papel fundamental en el proceso. El uso de representaciones similares para unir diferentes métodos permite enfocar la atención de los alumnos en un concepto matemático importante, quienes se centrarán en la estructura matemática mucho más que en las diferencias superficiales de las representaciones. Los soportes visuales deben elegirse cuidadosamente para resaltar los conceptos que los alumnos aprenden en el contexto del problema. En el ejemplo que se muestra en el gráfico 2.2, la representación de barras y la notación matemática escrita ayudan a aclarar las relaciones de fracciones y apoyan el proceso de comprensión.

En la fase 2, los docentes pueden introducir apoyos visuales más avanzados o métodos de solución, según las expectativas de la escuela o el país de que se trate. Por ejemplo, las líneas numéricas son una herramienta matemática importante en muchos países, aunque es cierto que son más difíciles que las barras de fracciones que los alumnos utilizaron en los métodos de la fase 1, en el gráfico 2.2. Ayudar a los alumnos a relacionar barras de fracciones más simples con fracciones numéricas y notaciones de fracciones, amplía y profundiza la comprensión de varios métodos. El gráfico 2.3 muestra cómo se puede hacer esto con los dibujos que se muestran a los alumnos y que luego ellos o el maestro deben explicar. Quienes deben dar esta explicación pueden señalar partes de los dibujos y hacer otros gestos para ayudar a los demás a advertir y realizar las conexiones que están enfatizando. Disponer de estos dibujos cuidadosamente diseñados en los libros de los alumnos, o en un programa informático, constituye un elemento clave a la hora de asegurar que adviertan y expliquen las representaciones matemáticas importantes, comprometiéndose y ampliando la creación de sentido matemático.

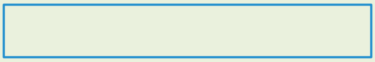
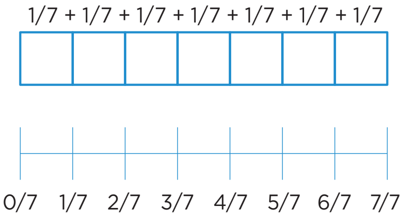
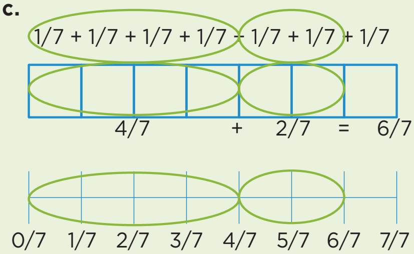
2.4 La duración de las fases puede variar: un ejemplo de Japón

La duración de cada fase de una unidad de enseñanza puede variar según la complejidad y la naturaleza del tema. En Japón, donde el marco de enseñanza balanceado de tres fases se ha utilizado durante décadas, el plan de estudios se organiza de acuerdo con dicho marco. El cuadro 2.1 resume el número de lecciones (cada una suele durar 45 minutos) recomendadas para cada fase en todas las unidades de los grados 2 y 5, utilizando el plan de estudios "Estudia matemática con tus amigos: matemática para la escuela primaria" (*Study Mathematics with your Friends: Mathematics for Elementary School*) (Gakkotosho 2010).

En general, entre ambos grados el plan de estudios dedica aproximadamente el 13% de todo el tiempo de enseñanza a la fase 1, el 18% a la fase 2, un poco menos del 50% a la fase 3 y el resto a las revisiones que se realizan al finalizar cada unidad (alrededor del 26%). La revisión de contenidos

GRÁFICO 2.3

FASE 2: RELACIONAR UNA BARRA DE FRACCIONES, UNA LÍNEA DE NÚMEROS CON FRACCIONES Y LA NOTACIÓN DE FRACCIONES

Representación del problema	Explicación del alumno o docente
a. 	“Primero, dibujo un todo. Cada fracción es un número de partes iguales de un todo.”
b. 	“Ahora divido el entero en 7 partes iguales para hacer 7 séptimos y rotulo cada parte con una unidad de fracción 1/7.” “Ahora dibujo un segmento de línea tan largo como el entero y lo divido en 7 longitudes iguales para hacer las longitudes de las fracciones. Las fracciones se muestran en las líneas numéricas de fracciones como el número de longitudes desde 0. Por lo tanto, etiqueto el inicio como 0/7 porque todavía no tengo longitud, y luego rotulo el punto final de cada longitud para indicar el número de longitudes desde el 0. Aquí se ve 1/7 [deslizando un dedo a lo largo de esa longitud], 2/7 [deslizando un dedo a lo largo de 2 longitudes], etc. hasta 7/7.”
c. 	“Ahora mostraremos nuestro problema 4/7 + 2/7 y discutiremos cómo la barra de fracción y la línea numérica de fracción son iguales y diferentes en cómo muestran el problema.” María: “Ambos muestran 4 séptimos y luego 2 séptimos para hacer 6 séptimos.” José: “Pero las fracciones unitarias son partes pequeñas en la barra de fracciones y longitudes pequeñas en la recta numérica.” Eusebio: “Las etiquetas de línea numérica indican el total a medida que avanzan. Tenemos que contar los dos séptimos agregados para hacer seis séptimos.” Rosa: “Y con la barra de fracciones tenemos que contar todas las fracciones unitarias, las cuatro y las dos, para encontrar el total de seis.”

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 2.1
NÚMERO DE LECCIONES DEDICADAS A LAS FASES DE ENSEÑANZA BALANCEADA EN UN PLAN DE ESTUDIOS JAPONÉS PARA LOS GRADOS 2 Y 5

2do grado

	Nombre de la unidad	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Revisión	Total
1	Cuadros y gráficos	0,5	1,5	2	1	5
2	Números hasta 1.000	0,5	2,5	4	3	10
3	Algoritmo de adición	1,5	3	5,5	2	12
4	Algoritmo de sustracción	1,5	3	4,5	2	11
5	Formas	3	1	2	1	7
6	Relojes	0,5	0,5	0,5	0,5	2
7	Adición y sustracción (1. Resolución de problemas utilizando diagramas de cintas y otras representaciones)	1	1	1	1	4
8	Longitud (1. Entender el concepto de longitud, medida y longitud estimada utilizando unidades estándar)	2,5	1	4,5	2	10
9	Multiplicación (1. Entender el concepto de relación y representaciones multiplicativas)	0,5	2	2,5	2	7
10	Multiplicación (2. Multiplicación de 2s, 5s, 3s y 4s)	2	2,5	7,5	1	13
11	Multiplicación (3. Multiplicación de 6s, 7s, 8s y 9s)	0,5	3,5	7	3	14
12	Multiplicación (4. Investigando patrones y resolución de problemas con relaciones multiplicativas)	1	1	3	2	7
13	Longitud (2. Resolución de problemas de suma y resta con unidades de medida estándar)	1	0	3	3	7
14	Números mayores de 1.000	1	1,5	5,5	2	10
15	Triángulos y cuadriláteros	2	1	4	2	9
16	Adición y sustracción (2. Resolución de problemas utilizando la relación inversa entre adición y sustracción)	0,5	1	2,5	0	4
17	Revisión	0	0	0	5	5
	Total	19,5 (14%)	26 (19%)	59 (43%)	32,5 (24%)	137

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 2.1 *(continuación)*

NÚMERO DE LECCIONES DEDICADAS A LAS FASES DE ENSEÑANZA BALANCEADA EN UN PLAN DE ESTUDIOS JAPONÉS PARA LOS GRADOS 2 Y 5

5to grado

	Nombre de la unidad	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Revisión	Total
1	Números decimales y enteros	1,5	1,5	5,5	2,5	11
2	Estimación y aproximación	1	0,5	0	0,5	2
3	Multiplicación con números decimales	1,5	3,5	4,5	3,5	13
4	Líneas perpendiculares y paralelas	0,5	1	3,5	3	8
5	Cuadriláteros	1	2	7	3	13
6	División con números decimales	3,5	4	5,5	3	16
7	Ángulos	1	1,5	2,5	1	6
8	Áreas	1	3	7	3	14
9	Fracciones	2	2	7	3	14
10	Círculos	2	2	3	3	10
11	Porcentajes y gráficos	0,5	1	8,5	4	14
12	Revisión	0	0	0	8	8
	Total	15,5 (12%)	22 (17%)	54 (42%)	37,5 (29%)	129

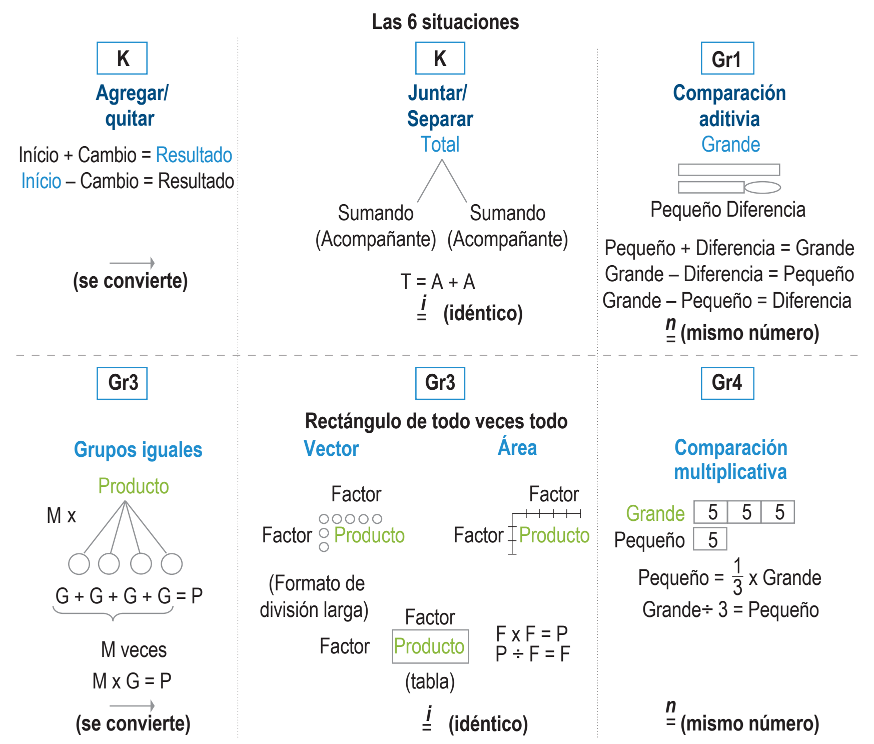
Fuente: Elaboración propia.

específicos puede darse al final de la unidad, así como también en las revisiones de las demás unidades, y, por lo tanto, tales revisiones pueden contener más de un tema. Si bien las frecuencias proporcionan un sentido general sobre la enseñanza balanceada, es importante observar cómo esto puede variar en los diferentes temas de contenido. Por ejemplo, en la unidad “formas” de segundo grado, los alumnos utilizan tres lecciones (de las siete de la fase 1) para compartir sus observaciones de diferentes modos: una lección en la fase 2, dos lecciones en la fase 3 y otra adicional en la fase de revisión. Asimismo, en quinto grado, en la unidad de estimación y aproximación, para compartir las ideas de los alumnos se destinan 1,5 lecciones en la fase 1, 0,5 lecciones en la fase 2 y 0,5 lecciones en la fase de revisión (no existe fase 3). Al pensar en la manera de equilibrar las diferentes partes de la unidad de enseñanza, los educadores y responsables de los currículos deben tener cuidado de no generalizar demasiado las relaciones entre las fases en su comunicación con los maestros. También se debe enfatizar que, aunque la fase 3 está centrada en la fluidez, los alumnos que carecen de una comprensión conceptual completa deben recibir el apoyo necesario.

2.5 La importancia de usar dibujos matemáticos para apoyar la conversación matemática

Existe una gran cantidad de investigaciones internacionales sobre la representación y la resolución de problemas verbales como bases para comprender las operaciones (+ – x ÷) y desarrollar el pensamiento algebraico. El gráfico 2.4 muestra diagramas que representan tres situaciones de adición/sustracción y otras tres de multiplicación/división que se han identificado en la investigación mundial. Al observar los diagramas juntos

GRÁFICO 2.4
SITUACIONES DE PROBLEMAS DE PALABRAS Y DIAGRAMAS PARA LA ADICIÓN (PANEL SUPERIOR) Y LA MULTIPLICACIÓN (PANEL INFERIOR)



Fuente: Elaboración propia.

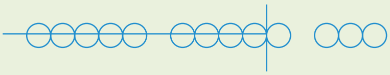
se advierte su coherencia: por ejemplo, las situaciones de “grupos iguales” en la multiplicación surgen de las situaciones de adición (agregar/quitar o juntar/separar) cuando un sumando es un grupo que se suma repetidamente. Las comparaciones aditivas también agregan un grupo repetidamente para convertirse en situaciones multiplicativas de comparación. Ambas situaciones de multiplicación involucran un factor (como el multiplicador) que indica cuántos grupos hay y otro que informa cuántos hay en un grupo. La situación rectangular de “todo lo es todo” que involucra arreglos o áreas no tiene factores con estos diferentes roles, aunque la fila o las columnas pueden considerarse como un grupo repetido. En la figura se muestra cómo las diferentes situaciones involucran significados distintos del signo igual, indicado en la parte inferior de cada tipo de problema. Este conjunto único de diagramas se puede usar para todas las cantidades que los alumnos experimentan desde los grados 1 a 6 (desde números de un solo dígito hasta fracciones y decimales) y para muchos problemas de varios pasos.

En el gráfico 2.5 se muestran ejemplos de representaciones por parte de alumnos de segundo grado para apoyar la resolución de un problema. Se trata de un problema de “quitar”, porque Eddie quitó algunas pelotas de la caja. También plantea un “inicio desconocido”, porque no se conoce el primer número del problema, el número con el que comienza el alumno. Ninguno de los dos primeros alumnos da sentido realmente a todo el problema. El alumno 1 simplemente dibuja los números, sin pensar en cómo se relacionan con las acciones en la situación. El alumno 2 se enfoca en el hecho de que Eddie quitó algo, pero en realidad no da sentido a todo el problema y, por lo tanto, no tiene una correcta representación de la situación. Si se le hubiera pedido al alumno que hiciera un dibujo como el que hizo el tercer alumno, probablemente ese error se habría evitado. La solución del alumno 3 podría haber sido un método generado por el alumno durante la fase 1 de enseñanza balanceada para estos tipos difíciles de problemas. Este alumno da sentido a toda la situación y la muestra en su dibujo. La solución del alumno 4 utiliza el diagrama “montaña matemática” (enlace numérico) en el panel central superior del gráfico 2.4 para mostrar la relación entre la serie “9, 4 y ?” en el problema. Dicho diagrama ilustra la forma en que las cantidades de la situación se relacionan entre sí. La solución del último alumno es una ecuación que muestra las pelotas que pertenecen a Yolanda como una cantidad desconocida (es posible utilizar un pequeño rectángulo para representar valores desconocidos), las 9 pelotas de Eddie que se retiran y las 4 pelotas que quedan. Una vez que han representado la situación del problema, los alumnos pueden encontrar el total de 9 y 4 de diferentes maneras.

GRÁFICO 2.5

ENFOQUES PARA INICIAR SOLUCIONES DESCONOCIDAS DE NÚMEROS DE UN DÍGITO

Yolanda tenía una caja de pelotas. Eddie tomó 9. Ahora a Yolanda le quedan 4. ¿Cuántas pelotas tenía Yolanda al principio?

Representación del problema	Explicación del alumno
	Alumno 1: “Dibujé 9 círculos paras las pelotas que Eddie tomó. Luego dibujé 4 círculos más para lo que le había quedado a Yolanda. Luego conté todos los círculos para encontrar 13.”
5	Alumno 2: “El problema dice que Eddie tomó un poco. Entonces esto es un problema de quitar. Así que si a 9 se le quita 4 queda 5. La respuesta es 5.”
 Tomó Quedó	Alumno 3: “Yo dibujé las 9 pelotas que Eddie tomó y luego dibujé una línea trasversal para mostrar las que fueron quitadas. Dibujé un palito al final de las pelotas que Eddie tomó. Luego dibujé las 4 pelotas que quedaron. Luego etiqueté el problema. Ahora puedo ver todas las pelotas y veo que son 13 porque de las 4, una se dio a las 9 para que sumen 10.”
En la caja  9 4 Eddie Yolanda ahora	Alumno 4: “Yo separé las pelotas que pertenecen a Yolanda para mostrar las 9 pelotas que tomó Eddie y las 4 que tiene ahora Yolanda. El total que no sé está arriba. Si pongo el 9 y el 4 juntos me da 13: 9, 10, 11, 12, 13.”
Yolanda Eddie final ☐ – 9 = 4	Alumno 5: “Hice una ecuación para mostrar la situación del problema. No sé cuántas pelotas tenía Yolanda al inicio. Luego Eddie tomó 9. Y quedan 4 al final. Yo veo que 9 y 4 son sumandos en la ecuación y sé que 9 y 4 hacen 13.”

Fuente: Elaboración propia.

Si los alumnos no han utilizado los últimos tres métodos en la fase 1 de la enseñanza de este tema, el docente tiene la posibilidad de presentarlos como enfoques efectivos para que los prueben. Luego, estos métodos pueden continuar discutiéndose y comparándose en la fase 2. Observar y explicar las diferentes representaciones de los problemas ayuda a los alumnos a pensar en ellos de diferentes maneras y a relacionar

GRÁFICO 2.6
ENFOQUES PARA INICIAR SOLUCIONES DESCONOCIDAS CON NÚMEROS DE VARIOS DÍGITOS Y FRACCIONES

Yolanda tenía una enorme caja de pelotas. Eddie tomó 157. Ahora a Yolanda le quedan 189. ¿Cuántas pelotas tenía Yolanda al principio?
Yolanda tenía parte de un sándwich. Eddie tomó 4/7 de eso. Ahora a Yolanda le queda 2/7. ¿Cuánto del sándwich tenía Yolanda al principio?

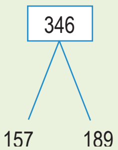
Computación de la solución

$$\begin{array}{rl} 157 & \text{Eddie} \\ +\ 189 & \text{Yolanda} \\ \hline 200 & \\ 130 & \\ 16 & \\ \hline 346 & \text{en total} \end{array}$$

$$\underset{E}{\frac{4}{7}} + \underset{Y}{\frac{2}{7}} = \underset{B}{\frac{6}{7}} \quad \text{en total}$$

Relaciones numéricas en la montaña matemática

Y al comienzo



$$\begin{array}{r} 157 \\ +\ 189 \\ \hline {\scriptstyle 1\,1}\ \ \\ 346 \end{array}$$

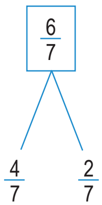
Ecuación de situación

Y E final

$$\boxed{346} - 157 = 189$$

$$\begin{array}{r} 157 \\ +\ 189 \\ \hline {\scriptstyle 1\,1}\ \ \\ 346 \end{array}$$

Y al comienzo



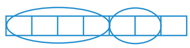
Y E quedó

$$\boxed{\frac{6}{7}} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

total

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

o



$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

tales representaciones. Etiquetar las cantidades para relacionarlas con la situación del problema es importante para apoyar la comprensión del solucionador y de los compañeros que escuchan su explicación.

En el gráfico 2.6 se pueden ver problemas con la misma "estructura de inicio desconocido" pero con números y fracciones de varios dígitos. Ahora, las ecuaciones de situación y el diagrama de "montaña matemática" son muy útiles porque los números son más grandes y/o más complejos. De esta forma los alumnos pueden entender la situación y simplemente agregar los complementos para llegar al total desconocido, como en las soluciones de la parte superior. Se aprecia así que los diagramas y las ecuaciones con los que los docentes desarrollan la comprensión en los grados inferiores a partir de números pequeños pueden usarse en los grados superiores con números más grandes y fracciones (y decimales).

En el gráfico 2.7 se muestran diagramas y ecuaciones para un problema de comparación aditiva. Inicialmente, los alumnos pueden hacer dibujos que coincidan (como en la parte superior izquierda) para dar sentido a la comparación de cantidades. Pero con números más grandes, como los que se observan en la parte inferior, las barras de comparación son útiles para mostrar la situación del problema, además de que los números se pueden escribir en ellas. Los alumnos representan los problemas de comparación de varias maneras.

Para todos los problemas, es fácil advertir cuán útil resulta para los alumnos el utilizar los diagramas para representar la situación. El uso de un diagrama o de una ecuación los ayuda a leer y dar sentido a toda la situación, lo que constituye la clave para resolver los problemas. Se necesita muy poco tiempo para hacer un diagrama o escribir una ecuación de situación, por lo que estos apoyos visuales se pueden utilizar para fortalecer la fluidez en la fase 3, cuando los alumnos resuelven problemas como parte de sus rutinas.

En una gran cantidad de investigaciones se han identificado trayectorias de aprendizaje para problemas que van de fáciles a difíciles. Estas trayectorias dependen de la situación del problema y lo que se desconoce en particular dentro de tal situación. Los problemas algebraicos son aquellos en los que la ecuación de la situación (por ejemplo, $\square + 6 = 9$) no es la misma que la ecuación de la solución ($9 - 6 = \square$), que muestra la operación. La ecuación $\square - 9 = 4$ del gráfico 2.5 es una ecuación de situación, porque muestra la acción de las cantidades en la situación. Los alumnos también pueden trabajar en preprimaria con formas de ecuaciones con un número a la izquierda (por ejemplo, $5 = 2 + 3$ y $5 = 4 + 1$), ya que descomponen un número dado (aquí, 5) y registran cada descomposición mediante un dibujo o ecuación. La experiencia con estas formas de ecuaciones diversas puede eliminar la dificultad típica que muchos alumnos tienen con el álgebra, donde su experiencia limitada (a una forma de ecuación) los lleva a esperar ecuaciones con solo un número (respuesta) a la derecha.

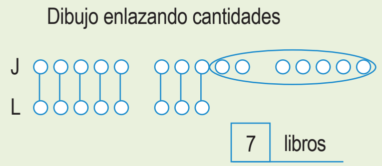
Los diagramas, entonces, sirven de apoyo para la resolución algebraica de problemas: el alumno puede representar la situación con un diagrama o una ecuación y luego usar las relaciones numéricas del diagrama o ecuación para encontrar la solución. Los diagramas se utilizan en los métodos MD&A de la fase 2 en el medio (gráfico 2.1) para la resolución algebraica de

GRÁFICO 2.7
ENFOQUES DE SOLUCIONES PARA UN PROBLEMA DE COMPARACIÓN ADITIVA, GRADOS 2 Y 3

Soluciones de 2º grado

Jana leyó 15 libros. Lisa leyó 8 libros.
¿Cuántos libros menos leyó Lisa que Jana?

Dibujo enlazando cantidades



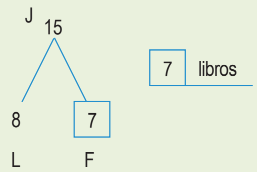
Ecuación de la situación

Ecuación de la situación

8 + $\boxed{7}$ = 15 — $\boxed{7}$ libros

Lisa más Jana

Relaciones numéricas mostradas en la montaña matemática



Ecuación de solución

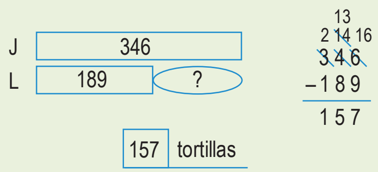
15 – 8 = $\boxed{7}$ — $\boxed{7}$ libros

Jana Lisa menos

Soluciones de 3º grado

Jasmin hizo 346 tortillas. Luisa hizo 189 tortillas.
¿Cuántas tortillas menos hizo Luisa que Jasmin?

Comparación de cantidades usando dibujos de barras



Ecuación de situación

L d J

189 + $\boxed{157}$ = 346

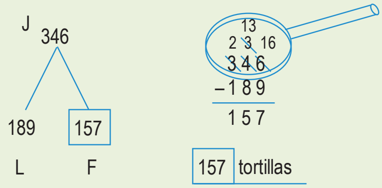
189 + 11 = 200

200 + 146 = 346

157

$\boxed{157}$ tortillas

Relaciones numéricas mostradas en la montaña matemática



Solución de ecuación

Jana Lisa menos

346 – 189 = $\boxed{157}$

13
2 14 16
$\cancel{3}\,\cancel{4}\,\cancel{6}$
– 1 8 9
1 5 7

$\boxed{157}$ tortillas

Fuente: Elaboración propia.

problemas. Los diagramas son más que los dibujos matemáticos básicos de los alumnos, que muestran todos los objetos, aunque no constituyen propiamente álgebra, dado que esta última solo utiliza la ecuación para representar la situación. Los diagramas unen estos dos niveles y brindan a los alumnos una amplia experiencia en escritura, comprensión, resolución y explicación/discusión de ecuaciones que muestran la situación, como $\square - 538 = 286$ or $5/7 = \square + 2/7$.

2.6 Cómo apoyar a los alumnos y docentes en el aprendizaje balanceado

2.6.1 Motivando a los docentes

Muchos docentes de todo el mundo pueden sentirse poco entusiasmados con la enseñanza matemática debido a sus propias experiencias como alumnos. Es posible que hayan aprendido matemática como un conjunto de reglas y procedimientos que deben seguirse, sin sentir una conexión personal con el tema. No sería raro que en algún momento se hayan considerado a sí mismos como "malos en matemática" porque no podían encontrar las respuestas correctas tan rápido como sus "compañeros inteligentes". En ese caso, puede que hayan tratado de dar sentido a la matemática para terminar sintiéndose perdidos y confundidos al no encontrar el apoyo y los recursos que necesitaban. En definitiva, que es muy probable que los docentes con ese tipo de experiencias se sientan desmotivados para aprender a enseñar matemática de una manera nueva, por temor a repetirlas o por la mera posibilidad de exponer lo que no comprenden. Es posible, entonces, que prefieran dar a sus alumnos hojas de trabajo y ejercicios, minimizando el tiempo que tienen para discutir los conceptos matemáticos en las lecciones.

Para abordar estos problemas, primero es necesario escuchar a los docentes y aceptar todas las experiencias difíciles que han tenido, animándolos luego a que se conviertan en agentes de cambio de las vidas de sus alumnos, ayudando así a evitar que exista otra generación de adultos a quienes no les guste la matemática. Necesitan ser empoderados para que puedan entender que tienen la posición y la capacidad de romper el ciclo y contribuir a un mejor futuro de sus alumnos.

Si bien es posible que los docentes inicialmente presenten dudas a la hora de seguir el modelo de enseñanza balanceado, lo cierto es que este modelo les brindará un nuevo espacio para que aborden sus propias experiencias negativas con la matemática. Otro factor que se debe tener en cuenta es que tal vez haya docentes a quienes les falte algo de conocimiento matemático específico, razón por la cual es importante tener presente que el modelo de enseñanza balanceado proporciona, como se dijo, un lugar y un tiempo para que retomen su aprendizaje junto con sus alumnos. Al ubicar a sus alumnos en el centro del aprendizaje de la matemática (por ejemplo, en la fase 1, cuando los alumnos comparten sus ideas y el docente asume el papel de aclarar e indagar), el docente puede sentir temporalmente un nivel reducido de responsabilidad, en términos de sentir la necesidad de saber siempre la respuesta correcta. Al mismo tiempo, a medida que el docente va escuchando a los alumnos suele darse cuenta de que tienen muchas ideas geniales y advertir cuán emocionados y empoderados se sienten cuando sus ideas son valoradas en las clases de matemática. Todo ello producirá un nuevo sentido de éxito entre los docentes y ayudará gradualmente a cambiar la forma en que consideran su papel en el aula.

Por otra parte, los docentes también pueden investigar más a fondo los conceptos matemáticos que no hayan comprendido del todo para desarrollar una nueva comprensión matemática basada en el aprendizaje de sus alumnos. La percepción de lo que significa ser un buen docente cambia: de una persona que sabe la respuesta correcta y muestra cómo llegar a ella, a una persona que hace buenas preguntas, ayuda a los alumnos a representar un problema, encuentra una solución y ayuda a los alumnos a explicar su razonamiento. Con el tiempo, la matemática se convierte en algo que los docentes piensan junto con sus alumnos, y los educadores experimentan el proceso de aprendizaje basado en la investigación como emocionante y divertido. Muchos docentes que han incursionado en el modelo de enseñanza balanceada han informado que es la primera vez que la matemática genera sentido para ellos, y algunos incluso han aludido a este modelo como una "terapia matemática para docentes" por la misma razón.

Para ayudar a los docentes a tener éxito con el proceso, es importante proporcionarles una estructura social segura donde puedan compartir sus experiencias, expresar sus inquietudes, hacer preguntas y recibir respuestas, y encontrar recursos según sea necesario. Las comunidades de docentes o los grupos de estudio de lecciones son lugares ideales para que expongan y debatan sus prácticas de manera segura, recibiendo el apoyo adecuado. Cuando se requiera, líderes pedagógicos, partidarios del plan de estudios u otros expertos pueden unirse a estos grupos para proporcionar la información y los recursos apropiados, ya que los docentes tendrán la necesidad de ampliar su base de conocimientos para continuar su crecimiento profesional. Asimismo, un buen currículo conceptual para enseñar también puede ser muy útil.

2.6.2 Motivar a los alumnos

La motivación de los alumnos para aprender y emprender la práctica necesaria, incluyendo la tarea para los hogares, puede ser especialmente difícil en las modalidades de enseñanza tradicional, donde los alumnos están limitados a memorizar lo que un libro o un docente les dice que hagan. En cambio, cuando el enfoque está inicialmente en comprender y explicar su propio pensamiento matemático, los alumnos pueden "invertir" en lo que están aprendiendo y ayudar a sus compañeros. Con el paso del tiempo, es posible que muchos se sientan competentes como aprendices y comprendan que el aprendizaje aumenta su capacidad para aprender en el futuro, la "mentalidad de crecimiento" mencionada anteriormente (Dweck 2010).

A las escuelas de hoy asisten muchos alumnos de diferentes comunidades culturales, lingüísticas y étnicas. Y cuando las vidas y los valores personales difieren significativamente de los de la escuela, muchos alumnos se encuentren en la situación de tratar de comprender tales diferencias. Estos alumnos a menudo se sienten alienados en sus escuelas y tienen dificultades para imaginarse a sí mismos como posibles aprendices cuyas ideas son valoradas. Cuando la matemática se enseña de manera descendente (es decir, únicamente con la enseñanza tradicional de la fase 3), sin incorporar las ideas de los alumnos como parte del proceso de aprendizaje, estas distancias los alejan aún más, manteniéndolos distantes de la comunidad de aprendizaje. Y resulta claro que para que un alumno pueda aprender debe mantener un nivel de intención social en formar parte de la comunidad del aula y compartir el proceso de aprendizaje. Cuanto mayor sea la distancia entre el aula (a menudo sostenida por los valores del grupo cultural dominante) y la comunidad del alumno, más difícil le resultará cerrar la brecha solo. El modelo de enseñanza balanceado facilita la integración invitando a los alumnos a aportar sus ideas desde el principio y, gradualmente, conectando tales ideas con los métodos formales y matemáticamente deseados. Los docentes también suelen tener expectativas razonables con relación a que los alumnos vienen con diferentes ideas e intereses y que toma tiempo desarrollar niveles adecuados de fluidez con cualquier concepto. No obstante, poco a poco los alumnos se comunican y comparten sus ideas con sus compañeros, sintiéndose incluidos en la comunidad del aula, lo que aumenta su sentido de pertenencia a la comunidad. De esta manera, el modelo de enseñanza balanceado favorece la motivación de los alumnos en diversas clases y apoya la disposición de aprendizaje productivo en la meta de alto nivel para todos (parte superior del recuadro 2.1).

El concepto de "medios de asistencia" fue desarrollado por Tharp y Gallimore (1988) al describir aspectos de la enseñanza de la lectura receptiva en clases de escuelas primarias hawaianas con alumnos de diversos orígenes. Murata y Fuson (2006, 2016) y Fuson y Murata (2007) identificaron medios receptivos de apoyo utilizados por alumnos y docentes para facilitar el aprendizaje y la enseñanza significativos de la matemática dentro de una enseñanza balanceada. Estos medios de asistencia incluyen tres elementos más amplios:

1. El docente involucra y motiva a los alumnos para realizar actividades de aprendizaje de matemáticas significativas.
2. El docente modera la participación para que todos estén incluidos.
3. El docente modera la conversación matemática productiva al modelar, aclarar, explicar, indagar y dar retroalimentación.

Con estos medios, el educador orquesta conversaciones de enseñanza colaborativa centradas en el pensamiento matemático de los alumnos, al tiempo que los modelos visuales permiten que todos se focalicen en dar sentido a la estructura matemática. El docente también promueve el que los alumnos utilicen estos medios de asistencia para ayudar a sus compañeros de clase, de modo que el aula se convierte en un lugar donde todos son alumnos y maestros.

2.7 Usando la tecnología para apoyar la enseñanza balanceada

La tecnología viene de muchas formas y puede ofrecer diferentes tipos de soluciones para los problemas educativos. El cuadro 2.2 resume cinco posibles usos de la tecnología que pueden ser útiles en varias fases de la enseñanza balanceada (en las líneas siguientes se presenta información detallada sobre este tema). Un aspecto importante y sumamente útil a la hora de tomar decisiones sobre la compra o el apoyo al uso de la tecnología es tener en cuenta el amplio espectro de necesidades de enseñanza, de modo que haya un equilibrio entre las necesidades de aprendizaje de los docentes y su desarrollo profesional, y la comprensión y fluidez de los alumnos con los diversos temas de matemática. La presente sección sugiere formas en que la tecnología puede ayudar a los docentes a comprender tanto la matemática como el pensamiento de sus alumnos y a dirigir sus clases de manera productiva a través de las trayectorias de aprendizaje, desde la construcción de la comprensión hasta la fluidez para todos los alumnos. Sin embargo, debe enfatizarse que, si bien la tecnología puede y debe ayudar a los docentes a enseñar mejor, no debe ser

CUADRO 2.2
USOS DE LA TECNOLOGÍA RELACIONADOS CON LAS FASES DE LA ENSEÑANZA BALANCEADA

Uso 1. Los docentes comunican sobre los métodos de enseñanza. Esto es útil en todas las fases de la enseñanza, desde la preparación hasta la enseñanza a través de las fases 1, 2, 3 y la fase de revisión.
Uso 2. Los docentes y los alumnos desarrollan una comprensión del contenido matemático mediante visualizaciones y explicaciones de representaciones de problemas y soluciones. Esto es útil en la preparación de la enseñanza de la fase 1 (Introducción guiada) y la fase 2 (Despliegue de aprendizaje).
Uso 3. Los alumnos practican la resolución de problemas para desarrollar fluidez. La tecnología da retroalimentación sobre las respuestas y mantiene los problemas en las zonas individuales de práctica (en las que un alumno necesita practicar). Esto es útil en la fase 2 (Despliegue de aprendizaje), para hacer la tarea, en la fase 3 (Trabajando el conocimiento para la fluidez) y durante el resto del año para mantener la fluidez (fase de revisión).
Uso 4. Los alumnos comunican sobre la representación y resolución de problemas. Esto es útil para todas las fases y para la resolución de problemas en el uso 3.
Uso 5. Los docentes manejan el discurso en el aula sobre representaciones y resolución de problemas con los modelos visuales de los alumnos. Esto puede ser útil en la fase 2 (Despliegue de aprendizaje).

Fuente: Elaboración propia.

usada para reemplazar a los docentes por completo o complicar innecesariamente sus actividades y desempeño.

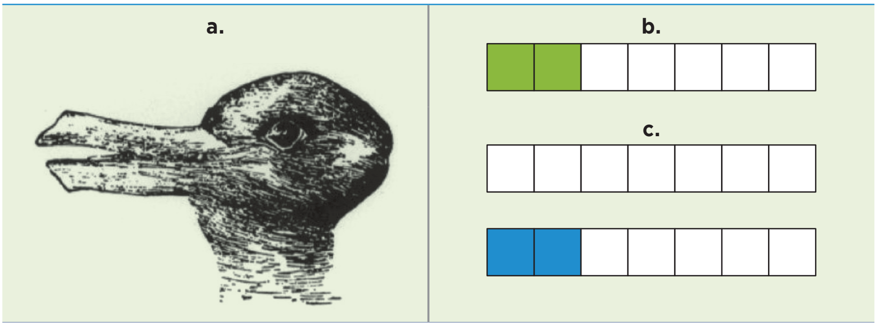
Uso 1. Los docentes comunican sobre los métodos de enseñanza. La tecnología permite que los docentes interactúen de muchas maneras y desde diferentes ubicaciones. Presentar y discutir los métodos de enseñanza es útil en todas las fases de la enseñanza, desde la preparación hasta la fase 3. La utilización de la tecnología puede ser algo tan simple como usar el correo electrónico para hacer preguntas o compartir materiales de enseñanza preparados, o tener una mayor complejidad, como cuando se comparte el trabajo de los alumnos en un grupo de trabajo pequeño o grande, o las ideas a través de las tecnologías de la información y la comunicación, gran parte de las cuales son —o pronto serán— gratuitas (por ejemplo, Skype, Google Hangouts o GoToMeeting). La conferencia con el docente se puede hacer desde el aula o desde un salón de videoconferencia en algún lugar accesible para los docentes, y puede tener diferentes formatos y estructuras organizativas. Por ejemplo, un docente podría tomar la iniciativa para un tema específico de matemática en un nivel de grado determinado y proporcionar descripciones generales para iniciar una conversación con sus colegas. Dichas interacciones proporcionan a los docentes una comunidad en lugar de una autoridad, y ellos mismos pasan a contribuir en lugar de simplemente recibir. Más aún, su crecimiento profesional bien puede convertirlos en expertos locales o regionales. Los docentes que desarrollan identidades personales como docentes de matemática orientados al modelo de enseñanza balanceada son más propensos a percibir el contenido matemático de forma pedagógicamente productiva y viceversa (Ma y Singer-Gabella 2011).

Uso 2. Los docentes y los alumnos desarrollan una comprensión del contenido matemático mediante visualizaciones y explicaciones de representaciones de problemas y soluciones. Desarrollar la comprensión de los maestros es útil para prepararlos para enseñar en la fase 1 (Introducción guiada) y en la fase 2 (Despliegue de aprendizaje). Las computadoras con acceso a Internet y las funciones de video pueden ayudar a los docentes a ver representaciones matemáticas familiares a través de los ojos de sus alumnos y, por lo tanto, a estar mejor preparados para explicar el contenido y comprender sus errores. Específicamente, las computadoras les permiten acceder a recursos de enseñanza dedicados a mostrar el punto de vista de los alumnos, así como a videoconferencias con colegas que dan charlas y dialogan sobre estos temas.

Las conversaciones matemáticas entre alumnos, o entre el profesor y los alumnos, deben basarse en un acuerdo sobre cuál es la intención de la conversación. Sin embargo, muchas veces las personas pueden tener dificultades para comunicarse acerca de una representación matemática porque, al ser desconocida para ellas, le prestan atención de forma diferente y, por lo tanto, no entienden por qué sus inferencias son diferentes. Las computadoras pueden facilitar este proceso, preparando a los docentes para prever y manejar estas situaciones de modo que compartan con sus alumnos puntos en común en sus conversaciones matemáticas, sin importar dónde comiencen los niños (gráfico 2.8).

En la imagen ambigua de "pato-conejo" de Jastrow, los docentes necesitan ver tanto al pato como al conejo para entender por qué los niños quieren alimentarlo con pescado o zanahoria. También deben comprender que algunos alumnos pueden ver la imagen *b* como 2/5 en lugar de 2/7 porque reconocen 2 partes oscuras y 5 partes claras, sin advertir el total de 7 partes. Un docente puede ayudarlos a entender tales dibujos dividiendo las 7 partes para que vean cada 1/7 como en la imagen *c*, y luego sombreando el número de partes en la fracción (aquí, 2 de 1/7 hacen 2/7) en un nuevo dibujo para que los alumnos vean los 7 de 1/7 en total. Las computadoras pueden ayudar a unos y otros para que vean las

GRÁFICO 2.8
VISUALIZACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



Fuente: Elaboración propia.

representaciones matemáticas de diferentes maneras: al resaltar la boca del conejo, "aparece" el conejo, y al resaltar 2 bloques como parte de los 7 bloques que se muestran visualmente, "aparece" 2/7.

Un aspecto importante de la práctica profesional de los docentes de matemática es ayudar a los niños a construir relaciones entre visualizaciones y signos matemáticos, por ejemplo, entre un diagrama de 2/7 y el símbolo "2/7". Se sabe que los docentes usan gestos con las manos mientras hablan para comunicar dichas conexiones (Alibali et al. 2013) y también que estos esfuerzos de comunicación se centran en gran medida en orientar la atención visual de los niños hacia estos signos matemáticos (Ingram 2014; Stevens y Hall 1998). Al hacerlo, los docentes les muestran no solo qué mirar, sino también cómo mirarlo y qué hacer con lo que miran, por ejemplo, para mostrar cómo la imagen *b* del gráfico 2.8 es una representación de 2/7 cuando se la relaciona con la imagen *c* del gráfico 2.8. La tecnología puede simular y complementar eficazmente la forma natural de los docentes de usar gestos para llamar la atención y relacionarse con las características. Por ejemplo, los objetos de una pantalla se pueden resaltar haciéndolos parpadear, cambiar de color o mover constantemente para mostrar que son el foco de una demostración. Así, por caso, las casillas del panel *b* del gráfico 2.8 pueden parpadear, una tras otra, para acompañar un conteo de 2 o 7 casillas. Las etiquetas se pueden colocar en diferentes objetos para servir de vínculo entre el símbolo y el referente, por ejemplo, agregando "1/7" en o sobre cada una de las siete cajas de los paneles *b* o *c* del gráfico 2.8. Las relaciones lógicas o aritméticas entre objetos se pueden destacar para facilitar su visualización a través de colores y efectos especiales, como por ejemplo alternando entre mostrar 7 o 2 cajas. Estas características tecnológicas también pueden ayudar a los docentes a tomar conciencia de cómo explican las ideas y enfatizan los métodos de comunicación efectivos, de la misma forma que sucede con los gestos. En el gráfico 2.7 mostrada con anterioridad se pueden encontrar diferentes formas de hacer conexiones importantes a través de las características tecnológicas expuestas, a la par que el docente realiza una explicación hablada y los alumnos discuten y hacen gestos sobre los dibujos de problemas de comparación aditiva, estableciendo conexiones para sus compañeros de clase.

Los alumnos también tienen que ser capaces de cambiar entre diferentes visualizaciones de representaciones matemáticas. Esto les permitirá reflexionar sobre su propio razonamiento, establecer un vínculo entre las visualizaciones conceptualmente compatibles y comprender al profesor y sus compañeros de clase. En términos más generales, la visualización, es decir, cómo se ve y piensa acerca de una representación, es un aspecto sumamente importante de las actividades y el discurso de la matemática y la ciencia, y, sin embargo, rara vez se hace explícito en las conversaciones en el aula. Cuando los niños hablan expresamente sobre cómo están viendo una representación matemática, recurren directamente a sus experiencias y crean oportunidades para que sus docentes los ayuden (Abrahamson, Gutiérrez y Baddorf 2012). Estos últimos deben crear espacios seguros para que los alumnos compartan su forma de ver a cada uno los objetos matemáticos, incluso cuando tales formas sean desconocidas o sorprendentes para sus pares (Feucht 2010).

Un beneficio importante de grabar las explicaciones con apoyo visual es que las personas que ven el video pueden detenerlo en cualquier momento, repetirlo o reproducirlo a una velocidad más lenta o rápida. Por lo tanto, los alumnos que trabajan individualmente, ya sea en el aula o en la casa, tienen la posibilidad de revisar las explicaciones de un docente o un alumno, y a su propio ritmo. Además, los alumnos pueden ver múltiples explicaciones, tantas como necesiten para entender un nuevo método de solución. Finalmente, los alumnos y los docentes pueden conocer diferentes métodos de solución, expandiendo su repertorio y aumentando las probabilidades de que algún método de solución específico se conecte mejor con su propio enfoque (desarrollado durante la fase 1).

Para las clases en las que los alumnos nunca han explicado su razonamiento, se puede mostrar un video de un compañero explicando un tema determinado para iniciar una charla con el resto. Los docentes que no están seguros de poder explicar por qué funciona un método de solución dado pueden mostrar un video de un colega explicando a una clase o a un alumno individual en situación de tutoría. Esas explicaciones interactivas son más eficaces que un simple video de un docente (aunque esto también puede ser útil) porque la interacción es más natural y más metódica (Chi, Kang y Yaghmourian 2016).

Por lo tanto, existe un inmenso potencial para que los responsables de las políticas públicas y los expertos en tecnología inviertan en tecnología y contenido de video. Es posible crear archivos de video de desarrollo profesional, en colaboración con los responsables del diseño curricular, o incluso utilizar el *software* gratuito disponible en la web. Por su parte, los docentes y los alumnos pueden hacer videos adicionales para ampliar los temas disponibles. Las funcionalidades de video y animación descritas ya están disponibles en descargas gratuitas o paquetes de *software* genéricos nativos de computadoras personales y portátiles, como QuickTime ™ en Mac y VLC en PC.

Finalmente, un atributo relacionado y único de la poderosa tecnología educativa es permitir que los alumnos tengan acceso a ideas que son difíciles de presentar para un docente o un programa de matemática. Esta necesidad (que los alumnos accedan a este tipo de ideas) aumenta a medida que las ideas matemáticas se vuelven más complejas, y su abordaje es un aspecto importante para muchos conceptos que se dan a partir de 6° grado. Por ejemplo, las ideas matemáticas involucradas en proporciones (como una equivalencia de dos razones, verbigracia, 2: 3 = 4: 6) son difíciles de "fenomenalizar" (Pratt y Noss 2010), es decir que no es sencillo convertirlas a una situación en la que los alumnos puedan experimentar la noción central. Y muchas veces pasa que cuando los alumnos no reciben situaciones interactivas para experimentar un nuevo concepto no pueden acceder a sus significados básicos. En consecuencia, solo aprenden a ejecutar procedimientos, sin comprenderlos (véase Abrahamson, 2014, en el marco del diseño incorporado).

Uso 3. Los alumnos practican la resolución de problemas para desarrollar fluidez. **La tecnología da retroalimentación sobre las respuestas y mantiene los problemas en las zonas individuales de práctica (en las que un alumno necesita practicar).** Esto es útil en la fase 2 (Despliegue de aprendizaje), para hacer la tarea, en la fase 3 (Trabajando el conocimiento para la fluidez) y en la práctica posterior para mantener la fluidez. Los conjuntos de problemas practicados cambian a lo largo de las fases: de aquellos enfocados en tipos limitados para una lección dada en la fase 2, a otros más amplios que abarcan más tipos de conjuntos de problemas en la fase 3 dentro de una unidad, y finalmente a través de muchos tipos de conjuntos de problemas y numerosos temas de matemática que se revisan durante el resto del año. Por ejemplo, una solución al problema 4/7 + 2/7 necesita expandirse de varias maneras:

1. A 2/7 + 4/7, que puede enfocar a los alumnos en las propiedades matemáticas
2. A 4/7 + 5/7, lo que implica una respuesta que va más allá de un todo, 7/7
3. A 4/9 + 2/9, que utiliza un nuevo número de fracciones unitarias
4. A 4/7 + 2/5, en la que ambas fracciones deben cambiar a fracciones equivalentes para sumarlas

La expansión a (1), (2) y (3) puede realizarse en clase y luego practicarse a través de conjuntos de problemas mixtos durante la tarea de la fase 2 para esa lección. Algunos docentes, o programas de matemática, posponen el tratamiento (2) hasta después de practicar la expresión de la respuesta como 1 1/7 (número entero y fracción), mientras que otros prefieren que los alumnos resuelvan este caso de inmediato para enfatizar que la adición siempre se hace encontrando el número total de fracciones unitarias. Sin embargo, se trata de un tema (4) extenso y nuevo, que requiere varios días de desarrollo y discusión, y que incluso podría ser abordado en un grado posterior. Asimismo, es probable que los conjuntos de problemas incluyan ejemplos de sustracción, como los de suma en la unidad, y que mezclen ejemplos de adición y sustracción para trabajar la fluidez de la unidad. Sumar y restar números mixtos puede incluirse en esta unidad o en un grado posterior, y, eventualmente, la práctica se realizará con estos tipos. De manera similar, la práctica de la fluidez de las cuatro operaciones se realiza en la práctica de la unidad de la fase 3 o en la revisión mixta para el resto del año.

Los alumnos pueden revisar una combinación de temas más antiguos durante lo que queda del año, incluso cuando estén enfocados a los tipos de práctica de fase 2 y fase 3 más específicos. Esto les permite lograr fluidez en temas nuevos mientras la mantienen en otros menos recientes. Por su parte, los sistemas informáticos de práctica pueden tener un sistema de administración que brinde algún tipo de retroalimentación sobre el desempeño de los alumnos. Dicha retroalimentación puede ser útil para que los docentes o los miembros de la familia del alumno colaboren con la motivación o ayuda conceptual, si fuera necesario. Dicha práctica también podría estar relacionada con el Uso 2 (tecnología), con el objetivo de proporcionar un tutor cognitivo adaptable al usuario basado en el desempeño individual del alumno.

Muchos juegos de computadora diseñados para practicar la fluidez fallan en la clasificación de los problemas de práctica. Tienen demasiados problemas fáciles que desperdician el tiempo de los alumnos, lo que es especialmente cierto para los juegos de suma, resta, multiplicación y división de un solo dígito. Entonces, un juego puede pasar rápidamente a problemas considerablemente más difíciles, sin contemplar problemas de dificultad intermedia. También es frecuente que algunos juegos contengan importantes estímulos visuales, como las imágenes en movimiento, lo que es periférico al problema central y solo sobrecarga los recursos mentales de los alumnos, distrayéndolos de las ideas matemáticas (Hirsh-Pasek et al. 2015; Rosen, Palatnik y Abrahamson 2018). Por lo tanto, estos programas deben elegirse con cuidado para ofrecer problemas que se ajusten a las necesidades de práctica de los alumnos.

El aula y el entorno de aprendizaje tecnológico deben ayudar a los alumnos a mantener su motivación (véase el capítulo 6). Algunas ventajas del *software* de práctica basado en computadora son i) proporcionar retroalimentación inmediata, ii) diagnosticar creencias incorrectas o estrategias subóptimas, y iii) proporcionar a los docentes estadísticas actuales sobre logros individuales y agregados, y caminos de aprendizaje. Las características comunes de los juegos tecnológicos de práctica están bien y pueden ser motivadoras, siempre que el aspecto de los juegos no demande mucho tiempo o distraiga demasiado de la matemática en sí.

Uso 4. Los alumnos comunican sobre la representación y resolución de problemas. Esto es útil para todas las fases y problemas del Uso 3, y también para resolver problemas y representarlos en clase en la fase 2. Por supuesto, este uso puede darse sin tecnología, pero cada vez más los mismos alumnos pueden usar la tecnología disponible para comunicarse con sus compañeros sobre el trabajo escolar.

Uso 5. Los docentes manejan el discurso en el aula sobre representaciones de problemas y resolución de problemas con los modelos visuales de los alumnos. Esto puede ser útil en la fase 2 (Despliegue de aprendizaje). Cuando los alumnos están explicando sus pensamientos, sus dibujos matemáticos y cualquier notación escrita, deben poder hacerlos visibles para sus oyentes. Con ese propósito, los alumnos pueden resolver sus problemas con dibujos matemáticos en formatos de baja tecnología, como papel, tiza o pizarras de borrado en seco, o grandes hojas de escritura plásticas reutilizables, y luego explicar el problema a sus compañeros de clase, quienes podrán ver su trabajo. Sin embargo, las tabletas electrónicas tienen cada vez más funciones de escritura y de dibujo que apoyan la resolución de problemas con dibujos matemáticos, lo que permite proyectarlos para que todos los vean y resulta útil tanto para los alumnos como para los docentes.

2.8 Resumen

Educar a los alumnos para las necesidades matemáticas del siglo XXI es una tarea desafiante. Más aún, una buena educación matemática durante la escuela primaria es un elemento importante para el éxito de un país, porque es entonces cuando muchos alumnos se quedan atrás, resultando muy difícil que se pongan al día en los grados posteriores. El cuadro 2.3 resume las principales conclusiones extraídas de la investigación y revisadas en este capítulo, al tiempo que proporciona una visión general de las recomendaciones junto con sus implicaciones de políticas.

Enfocarse en la progresión completa de aprendizaje para un tema de matemática dado en los grados de primaria puede ayudar a los educadores a pensar profundamente sobre las prioridades del aprendizaje en dicho tema. Luego los docentes estarán en condiciones de proporcionar el apoyo y la asistencia que los alumnos necesitan para desarrollar su comprensión, dominar los temas de manera más coherente y desarrollar la fluidez. Este capítulo ha suministrado ejemplos de adición de fracciones y resolución de problemas algebraicos porque estos son temas matemáticos de importancia central en la escuela primaria. Los ejemplos ilustran la importancia de los modelos visuales para comprender y explicar los conceptos matemáticos, permitiendo conocer las diferentes formas en que los alumnos dan sentido a las situaciones. Proporcionar una visión general de la enseñanza y el aprendizaje en el aula, dentro del marco de enseñanza balanceado, permite presentar los resultados de un gran cuerpo de investigación internacional de manera coherente. Este marco reúne diferentes puntos de vista de la enseñanza para centrarse tanto en las ideas de los alumnos como en los métodos matemáticamente deseables. En una progresión razonable, la enseñanza comienza con las ideas que los alumnos traen al aula, luego se traduce rápidamente a métodos matemáticos deseables y accesibles, explicados por los docentes y alumnos, y finalmente pasa a la práctica de la fluidez. El cuadro 2.2 muestra algunos roles importantes que la tecnología puede desempeñar en varios puntos de esta progresión de enseñanza /aprendizaje. En suma, el marco expuesto puede ayudar a que los docentes y alumnos de los países de América Latina y el Caribe y el resto del mundo aprendan y usen la matemática para participar de manera productiva en el mundo global del siglo XXI.

CUADRO 2.3
RESUMEN DE CONCLUSIONES E IMPLICANCIAS

Conclusiones	Recomendaciones e implicancias de políticas
1. La tecnología cambia los objetivos de la enseñanza de matemática. En el siglo XXI, los docentes deben ayudar a los alumnos a comprender temas de matemática. La práctica de los métodos de solución para ese tema sigue y se basa en la comprensión.	• Los responsables de las políticas públicas educativas deben compartir este mensaje con todos los educadores y padres e implementar políticas que ayuden a los docentes para que emprendan este enfoque.
2. Los alumnos piensan de diferentes maneras, y sus ideas pueden anticiparse y conectarse durante las clases con el apoyo de los docentes. Se pueden valorar todas las formas, y también es posible ayudar a los alumnos a avanzar hacia métodos matemáticamente deseables y accesibles y métodos formales de matemática.	• Los materiales de enseñanza y los documentos de estándares deben describir claramente cómo piensan los alumnos matemáticamente y cómo los docentes pueden facilitar el aprendizaje al establecer conexiones entre los métodos matemáticos clave a través de las actividades en el aula, las clases y las discusiones.
3. Los docentes pueden aprender a enseñar de manera diferente, alejándose de la forma tradicional en pos de una enseñanza más conceptual, y enfocarse en cómo los alumnos piensan matemáticamente, y cómo sus ideas apoyan ciertos métodos de solución y por qué. El modelo de enseñanza balanceado de tres fases (recuadro 2.1) puede ayudar a que los docentes cambien su forma de pensar acerca de la enseñanza. Los docentes pueden presentar conceptos matemáticos clave en la "conversación matemática" con los alumnos, ayudándolos a establecer conexiones entre los métodos.	• Se deben proporcionar oportunidades de desarrollo profesional para los docentes, ya que dan sentido a los materiales curriculares y los documentos de estándares, posibilitando que aprendan a enseñar de manera diferente. Los líderes locales necesitan involucrarse en tales esfuerzos.
4. Los modelos visuales son esenciales para ayudar a que los alumnos aprendan matemática y a que los docentes hagan lo propio sobre el aprendizaje de la matemática por parte de los alumnos. La enseñanza efectiva implica el uso intencional de modelos visuales cuando los alumnos comparten sus métodos de solución en la conversación matemática.	• Los ejemplos de modelos visuales deben presentarse constantemente en materiales de enseñanza para que los docentes puedan aprender a usarlos de manera efectiva con el fin de apoyar el aprendizaje de los alumnos.
5. La tecnología puede ayudar con estas recomendaciones de políticas (consúltese el cuadro 2.2 y su desarrollo). Es particularmente importante proporcionar ejemplos de modelos visuales en la enseñanza para la comprensión y para las sesiones de trabajo entre los maestros.	• El gasto en tecnología para la educación debe centrarse en los objetivos de este cuadro. Los docentes y expertos en tecnología deben identificar y compartir los recursos gratuitos.

Fuente: Elaboración propia.

Referencias

Abrahamson, D. 2014. "Building Educational Activities for Understanding: An Elaboration on the Embodied-Design Framework and Its Epistemic Grounds". *International Journal of* Child-Computer *Interaction*. 2(1): 1–16.

Abrahamson, D. y M. Kapur (Eds.). 2018. "Practicing Discovery-based Learning: Evaluating New Horizons [Special issue]." *Instructional Science*. 46(1).

Abrahamson, D., J. Gutiérrez y A. Baddorf. 2012. "Try to See It My Way: The Discursive Function of Idiosyncratic Mathematical Metaphor". *Mathematical Thinking and Learning*. 14(1): 55–80.

Agodini, R. y B. Harris. 2016. "How Teacher and Classroom Characteristics Moderate the Effects of Four Elementary Math Curricula". *The Elementary School Journal*. 117(2): 216–36.

Agodini, R., B. Harris, M. Thomas, R. Murphy y L. Gallagher. 2010. *Achievement Effect of Four Early Elementary School Math Curricula: Findings for First and Second Graders (NCEE 2011–4001)*. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, US Department of Education.

Alfieri, L., P. Brooks, N. Aldrich y H. Tenenbaum. 2011. "Does Discovery-based Instruction Enhance Learning?" *Journal of Educational Psychology*. 103(1): 1–18.

Alibali, M., M. Nathan, M. Wolfgram, R. Church, S. Jacobs, C. Johnson Martinez y E. Knuth. 2013. "How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: A Corpus Analysis". *Cognition and Instruction*. 32(1): 65–100.

Blackwell, L., K. Trzesniewski y C. Dweck. 2007. "Implicit Theories of Intelligence Predict Achievement Across and Adolescent Transition: A Longitudinal Study and an Intervention." *Child Development*. 78(1): 246–63.

Chi, M., S. Kang y D. Yaghmourian. 2016. "Why Students Learn More from Dialogue- than Monologue-Videos: Analyses of Peer Interactions". *Journal of the Learning Sciences*. 26(1): 10–50.

Clements, D. y J. Sarama. 2004. "Learning Trajectories in Mathematics Education". *Mathematical Thinking and Learning*. 6(2): 81–89.

———. 2014. *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (2nd edition). New York: Routledge.

Common Core State Standards Initiative (CCSS). 2010. "Common Core State Standards for Mathematics". Washington, D.C.: National

Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Disponible en: http://corestandards.org/.

Donovan, M. y J. Bransford (Eds.). 2005. *How Students Learn: Mathematics in the Classroom*. Washington, D.C.: National Academies Press.

Dweck, C. 2010. "Mind-sets and Equitable Education". *Principal Leadership*. 10(5): 26–29.

Feucht, F. C. 2010. "Epistemic Climate in Elementary Classrooms" En: Bendixen, L. y F. Feucht (Eds.). *Personal Epistemology in the Classroom: Theory, Research and Educational Implications*. New York: University Press.

Fuson, K. y A. Murata. 2007. "Integrating NRC Principles and the NCTM Process Standards to Form a Class Learning Path Model that Individualizes within Whole-Class Activities". *National Council of Supervisors of Mathematics Journal of Mathematics Education Leadership.* 10(1): 72–91.

Fuson, K., A. Murata y D. Abrahamson. 2014. "Using Learning Path Research to Balance Mathematics Education: Teaching/Learning for Understanding and Fluency" En: Cohen Kadosh, R. y A. Dowker (Eds.). *Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford, UK: Oxford University Press.

Gakkotosho. 2010. *Study with Your Friends: Mathematics for Elementary School.* Tokyo: Gakkotosho.

Hirsh-Pasek, K., J. Zosh, R. Michnick Golinkoff, J. Gray, M. Robb y J. Kaufman. 2015. "Putting Education in 'Educational' Apps: Lessons from the Science of Learning". *Psychological Science in the Public Interest.* 16(1): 3–34.

Hufferd-Ackles, K., K. Fuson y M. Sherin. 2004. "Describing Levels and Components of a Math-Talk Community". *Journal for Research in Mathematics Education*. 35(2): 81–116.

_____. 2015. "Describing Levels and Components of a Math-Talk Learning Community". En: Silver, E. y P. A. Kenney (Eds.). *More Lessons Learned from Research. Volume 1: Useful and Usable Research Related to Core Mathematical Practices*. Reston, VA: NCTM.

Ingram, J. 2014. "Shifting Attention". *For the Learning of Mathematics*. 34(3), 19–24.

Kapur, M. 2014. "Productive Failure in Learning Math". *Cognitive Science.* 38(5): 1008–022.

Kilpatrick, J., J. Swafford y B. Findell (Eds.). 2001. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, D.C.: National Academies Press.

Ma, J. y M. Singer-Gabella. 2011. “Learning to Teach in the Figured World of Reform Mathematics: Negotiating New Models of Identity”. *Journal of Teacher Education*. 62(1): 8–22.

Mason, J. 1989. “Mathematical Abstraction as the Result of a Delicate Shift of Attention”. *For the Learning of Mathematic*s. 9(2): 2–8.

Mighton, J. 2013. “For the Love of Math”. *Scientific American Mind*. 24: 60–67.

Murata, A. 2008. “Mathematics Teaching and Learning as a Mediating Process: The Case of Tape Diagrams”. *Mathematical Thinking and Lear*ning. 10(4): 374–406.

Murata, A. y K. Fuson. 2006. “Teaching as Assisting Individual Constructive Paths within an Interdependent Class Learning Zone: Japanese First Graders Learning to Add Using Ten”. *Journal for Research in Mathematics Education*. 37(5): 421–56.

_____. 2016. “Class Learning Zone and Class Learning Paths: Responsive Teaching in First-grade Mathematics”. Silver, E. y P. Kenney (Eds.). *Lessons Learned from Research*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Murata, A., J. Siker, B. Kang, H. Kim, E. Baldinger, M. Scott y K. Lanouette. 2017. “Math Talk and Student Strategy Trajectories: The Case of Two First Grade Classrooms”. *Cognition and Instruction*. 336–62. (doi:10.1080/07370008.2017.1362408.)

(NCTM) National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

_____. 2014. *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM.

(NRC) National Research Council. 2009. *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths toward Excellence and Equity.* Washington, D.C.: National Academies Press.

Pratt, D. y R. Noss. 2010. “Designing for Mathematical Abstraction”. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 15(2): 81–97.

Rosen, D., A. Palatnik y D. Abrahamson. 2018. “A Better Story: An Embodiment Argument for Stark Manipulatives”. En: Calder, N., N. Sinclair y K. Larkin (Eds.). *Using Mobile Technologies in the Learning of Mathematics*. New York: Springer.

Simon, M., N. Placa y A. Avitzur. 2016. “Participatory and Anticipatory Stages of Mathematical Concept Learning: Further Empirical and Theoretical Development”. *Journal for Research in Mathematics Education*. 47(1): 63–93.

Slavin, R. y C. Lake. 2008. "Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-evidence Synthesis". *Review of Educational Research*. 78(3): 427–515.

Stevens, R. y R. Hall. 1998. "Disciplined Perception: Learning to See in Technoscience". En: Lampert M. y M. Blunk (Eds.). *Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning.* New York: Cambridge University Press.

Tharp, R. y R. Gallimore. 1988. *Rousing Minds to Life: Teaching, Learning and Schooling in Social Context*. New York: University Press.

Yackel, E. y P. Cobb. 1996. "Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics". *Journal for Research in Mathematics Education*. 27(4): 458–77.

CAPÍTULO 3

El aprendizaje de matemática en América Latina y el Caribe

Gilbert A. Valverde (Universidad Estatal de Nueva York en Albany), Jeffery H. Marshall (EdCaminos) y M. Alejandra Sorto (Universidad Estatal de Texas)[1]

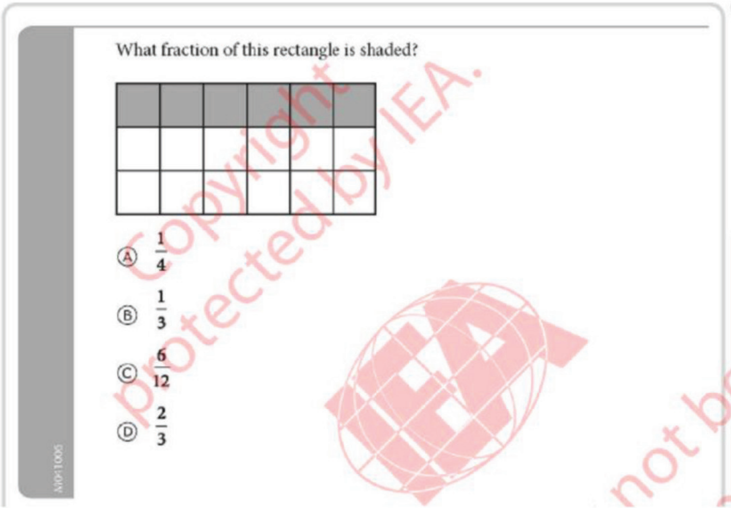
En el capítulo anterior se revisó una gran cantidad de investigaciones internacionales sobre la enseñanza y el aprendizaje de matemática utilizando el marco de enseñanza balanceado. El objetivo de dicho marco es fomentar el progreso del aprendizaje a través de las ideas de los alumnos, conectar dichas ideas con conceptos matemáticos significativos y aplicar otras estrategias destinadas a generar oportunidades reales de aprender en las aulas de matemática.

El presente capítulo revisa la evidencia de la investigación en América Latina y el Caribe (ALC) para comprender qué es lo que se aprende de matemática hoy en día en las escuelas primarias de la región. Asimismo, considera cómo los logros de los alumnos en matemática en ALC están probablemente conectados con las oportunidades que se les brindan para aprender temas específicos, habilidades, disposiciones y rutinas mentales, y la manera en que la política curricular actual se relaciona con esas oportunidades. El capítulo comienza examinando el desempeño de los alumnos en las pruebas internacionales, compara luego dichos logros con los tipos de objetivos que sus sistemas educativos nacionales establecieron para ellos y finalmente analiza varias áreas de matemática y poblaciones de alumnos específicas que muestran debilidades y fortalezas dispares en sus logros.

En 2007, alumnos de cuarto grado de más de 60 países participaron en el Estudio de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés), una prueba para medir lo que habían aprendido en matemática (Mullis, Martin y Foy 2008). El estudio incluyó a alumnos de

[1] M.I. Khan y E. Villalobos brindaron su apoyo en la preparación de este capítulo.

GRÁFICO 3.1
PREGUNTA DE PRUEBA TIMSS 2007, MUESTRA 1



Fuente: IEA (2009).
Nota: TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

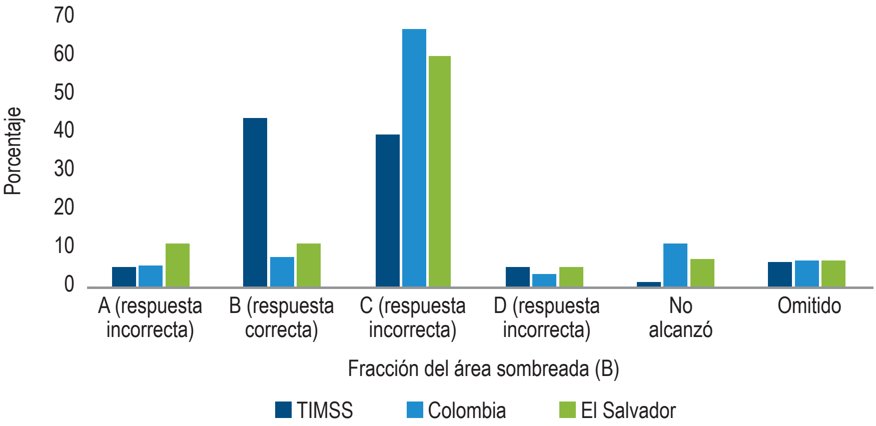
dos países latinoamericanos, Colombia y El Salvador, cuyo desempeño se ubicó significativamente por debajo de la media, colocándose entre los 10 países con menor rendimiento en la prueba. De hecho, cada vez que un país de ALC ha participado en el TIMSS su desempeño ha estado entre los niveles de rendimiento promedio más bajos.[2] En el gráfico 3.1 se presenta un ejemplo de las preguntas individuales utilizadas por la prueba para medir áreas clave del aprendizaje de la matemática. En esta pregunta, una de las pocas que se hicieron públicas, se pide a los alumnos que determinen qué fracción del rectángulo está representada por el área sombreada.

Esta pregunta resultó difícil para los alumnos colombianos y salvadoreños, como se puede observar en el gráfico 3.2 Una gran mayoría de los alumnos eligió la respuesta incorrecta, C, probablemente porque la suma de los segmentos sombreados es seis. Más del 40% de los alumnos que tomaron el examen TIMSS en todo el mundo pudieron identificar la respuesta correcta, mientras que en Colombia y El Salvador solo un 10% pudo hacerlo. Este resultado es sorprendente porque en todos los

[2] La participación de América Latina y el Caribe en el TIMSS ha sido baja: Chile participó en 1999, 2003, 2011 y 2019, Argentina en 1995 y 2003, Colombia en 1995 y 2007, México en 1995 y El Salvador en 2007.

GRÁFICO 3.2

RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS DE CUARTO GRADO DE COLOMBIA Y EL SALVADOR EN LA PREGUNTA DE LA PRUEBA PRESENTADA EN EL GRÁFICO 3.1 (PORCENTAJE)



Fuente: Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias (TIMSS).

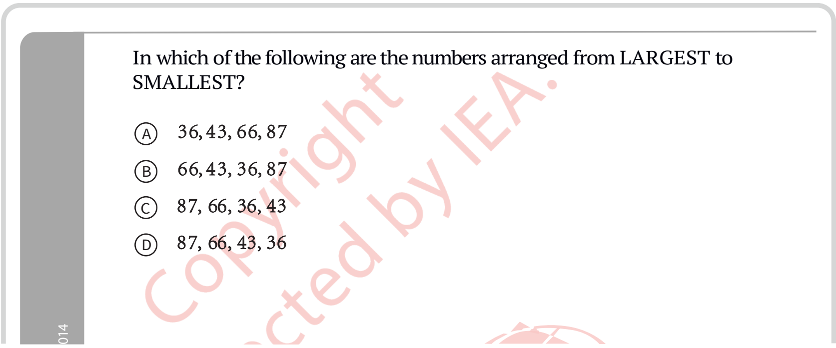
sistemas educativos de ALC, y en Colombia y El Salvador en particular, la política curricular nacional establece el trabajo con fracciones comunes como una meta de aprendizaje que comienza aproximadamente en tercer grado. El uso de modelos como el de la pregunta del gráfico 3.1 también se promueve ampliamente, y los libros de texto de tercer y cuarto grado incluyen ejemplos y ejercicios muy similares a ella.[3]

Si bien los resultados sobre el bajo rendimiento promedio son sorprendentes, hay, por supuesto, algunas preguntas de prueba que fueron más fáciles de resolver para los alumnos colombianos y salvadoreños de cuarto grado. Sin embargo, incluso en las preguntas que fueron relativamente sencillas, estos alumnos obtuvieron calificaciones más bajas que sus compañeros de otros países. Por ejemplo, una de las menos difíciles de las preguntas de TIMSS 2007 que se han publicado se muestra en el gráfico 3.3., que pide a los alumnos que elijan el conjunto de números ordenados de mayor a menor.

Como se puede ver en el gráfico 3.4, incluso en esta pregunta, sobre la cual un poco más del 40% de los alumnos de Colombia y El Salvador

[3] Por ejemplo, los Estándares Nacionales de Colombia otorgan al modelado un lugar prominente entre los cinco procesos generales de las actividades matemáticas promovidas para el aprendizaje en los grados primarios (Ministerio de Educación Nacional de Colombia 2006).

GRÁFICO 3.3
PREGUNTA DE PRUEBA TIMSS 2007, MUESTRA 2


In which of the following are the numbers arranged from LARGEST to SMALLEST?

Ⓐ 36, 43, 66, 87

Ⓑ 66, 43, 36, 87

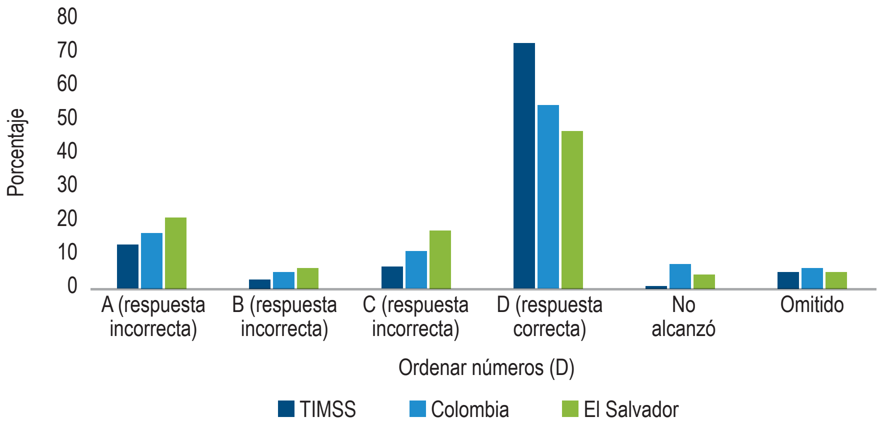
Ⓒ 87, 66, 36, 43

Ⓓ 87, 66, 43, 36

Fuente: IEA (2009).
Note: TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

pudieron responder correctamente, obtuvieron peores resultados que sus compañeros de los demás países. En promedio, el porcentaje de alumnos de otras partes del mundo que pudieron responder esta pregunta correctamente es 20 puntos mayor que el de sus pares colombianos y salvadoreños.

GRÁFICO 3.4
DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS DE CUARTO GRADO DE COLOMBIA Y EL SALVADOR EN LA PREGUNTA DE LA PRUEBA PRESENTADA EN EL GRÁFICO 3.3 (PORCENTAJE)



Fuente: Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias (TIMSS, 2007).

Una vez más, la pregunta evalúa conocimientos de matemática requeridos para los primeros grados de primaria en ALC. Por ejemplo, en el Programa Nacional de Estudios para el Tercer Grado de El Salvador (vigente desde 2008) se espera que los niños en edad escolar dominen los números de conteo y orden hasta 9.999. De hecho, este es el primer conjunto de objetivos de aprendizaje mencionado (Ministerio de Educación de El Salvador 2008, 56).

Estos ejemplos dan una idea del alcance de los desafíos educativos en matemática de la escuela primaria en la región. La mayor parte de la evidencia indica que ALC se enfrenta a desafíos importantes e inmediatos en la creación de oportunidades para que los niños en edad escolar aprendan matemática en niveles comparables a sus compañeros de otras partes del mundo. Como se mostrará en este capítulo, algunos de estos desafíos pueden estar relacionados con las diferencias en los currículos prescritos de los países de ALC con respecto a sus pares internacionales. Sin embargo, hay otros problemas que pueden atribuirse a dificultades significativas en la implementación del currículo en el aula e inequidad en la distribución de oportunidades educativas para los diferentes segmentos de la población escolar, así como a otros factores estructurales.

La evidencia de los desafíos que enfrenta la región no proviene solo de pruebas globales a gran escala en las que los países de ALC participan con poca frecuencia. Sin embargo, dicha evidencia es sumamente valiosa porque ofrece la única manera disponible de contrastar el logro de los alumnos de la región con el de sus pares de otras partes del mundo. Mientras tanto, la evidencia restringida a la región de ALC también sugiere desafíos serios y generalizados en los niveles promedio de rendimiento en matemática.

El Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) es una prueba diseñada para que los países pueden alinearse con las expectativas curriculares de la región. El plan para la prueba se desarrolla después de un análisis de los currículos nacionales de cada país participante (ICFES 2013) y, por lo tanto, está previsto que se ajuste estrechamente a las políticas curriculares actuales. En otras palabras, el examen tiene como objetivo hacer preguntas a los alumnos sobre el contenido que la mayoría de las naciones participantes esperan que aprendan. Los alumnos se miden según un estándar de rendimiento diseñado para representar los objetivos de aprendizaje regionales de manera justa. El TERCE evaluó los grados tercero y sexto.

El TERCE encontró niveles promedio de desempeño en matemática críticamente bajos entre alumnos de tercer grado (UNESCO-OREALC 2015), incluso en los contenidos que sus sistemas educativos enfatizaron en el currículo. La prueba distingue cuatro niveles de rendimiento en matemática, con el nivel I en el extremo inferior y el nivel IV en el superior. Un escaso 8,3% de los niños en edad escolar de la región se desempeñó en el nivel IV. De hecho, menos de una cuarta parte de los alumnos de la región de primaria se desempeñó en alguno de los dos niveles de rendimiento más altos, mientras que un poco más de la mitad lo hizo en el nivel de rendimiento más bajo o inferior. Una descripción de los resultados del TERCE, incluidos los resultados a nivel nacional, se analizará más adelante en este capítulo.[4] Es importante tener en cuenta que incluso en los países de ALC con los puntajes promedio más altos en TERCE, aproximadamente un cuarto de los alumnos de tercer grado se encuentra en los niveles más bajos.

El TERCE ofrece la evidencia más reciente y completa de las debilidades importantes en el logro de matemática de los niños de la escuela primaria en ALC. La evidencia de bajo rendimiento en este dominio crítico es generalizada, existe hace mucho tiempo y ha sido documentada en varios estudios. Hay evidencia de diferencias sustanciales asociadas con el hecho de que el niño asista a una escuela pública o privada, una brecha de aprendizaje que incluso ha sido reconocida formalmente en algunos países. Por ejemplo, en Brasil, las Olimpíadas de Matemática mantienen a los alumnos de escuelas públicas con estándares completamente diferentes (y más bajos) que sus compañeros de escuelas privadas (Biondi, Vasconcellos y Menezes-Filho 2012). También hay países que muestran importantes brechas en el rendimiento relacionadas con el género, que favorecen a los niños. Es el caso de Chile, por ejemplo (Zambrano Jurado 2013), donde las diferencias de género pueden estar vinculadas en parte con los estereotipos de género sobre el interés y la capacidad en matemática, estereotipos que posiblemente ya existen cuando los niños y niñas tienen tan solo 5 años (Del Río y Strasser 2013).

También existe una creciente cantidad de información sobre las desigualdades estructurales en la distribución de oportunidades para aprender. La calidad de las experiencias en matemática proporcionadas a los escolares en áreas rurales difiere significativamente a las de áreas urbanas. Dicha desigualdad también existe entre grupos étnicos y lingüísticos, así como entre alumnos de familias ricas y pobres, lo que refleja inequidades estructurales en la distribución de la riqueza, los servicios y otras oportunidades que impregnan las sociedades de la región (Cueto, Ramírez y León 2006; Ramírez 2006; Valverde y Näslund-Hadley 2010).

[4] Véase también el gráfico 3.7 para una descripción de lo que significan los resultados de TERCE en términos de la matemática que los niños en edad escolar son capaces de hacer.

El uso de computadoras en las aulas de matemática ha recibido atención como una forma prometedora de superar algunos de estos desafíos, y este libro surge de la preocupación de que esa promesa necesita ser mejor entendida. Sin embargo, la evidencia existente sobre la efectividad de las computadoras para la matemática de la escuela primaria en ALC no es unánime. El análisis de los datos del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) en ALC sugiere que mientras que los alumnos con computadoras en la casa se desempeñan mejor en matemática, cuando usan esas computadoras para hacer su tarea en realidad tienen un peor desempeño (Carrasco y Torrecilla 2012). Un estudio en Brasil encontró que los alumnos de maestros de escuela primaria que usan computadoras e Internet como herramientas pedagógicas tienen un rendimiento en matemática un poco mejor que el de sus compañeros, pero también que los alumnos de escuelas con laboratorios de computación tienen niveles de rendimiento promedio significativamente más bajos en matemática que el de sus compañeros de escuelas sin laboratorios (Sprietsma 2012).

3.1 ¿Qué matemática se espera que aprendan los alumnos de primaria en América Latina y el Caribe?

La política curricular en ALC merece especial atención. En el estudio de los currículos, las expectativas oficiales con respecto al aprendizaje de matemática promovidas por los ministerios, las secretarías u otras agencias educativas oficiales nacionales, estatales o provinciales se denominan "currículo prescrito". El currículo prescrito está incorporado en los currículos o programas nacionales de estudio, estándares, marcos u otros documentos similares, y tiene un papel principal en la definición de los objetivos de aprendizaje para el sistema educativo. Así, los responsables de las políticas educativas presentan documentos para guiar las experiencias de los alumnos en las aulas. Estas políticas curriculares promueven, restringen y guían las oportunidades de aprendizaje que tienen lugar en las aulas de matemática, donde puede verse el "currículo implementado", y tienen un impacto demostrado y medible en la categoría final, que es el "currículo logrado", es decir, la matemática que los niños en edad escolar dominan efectivamente (Schmidt et al. 2001; Valverde et al. 2002).

Para explorar la cuestión de qué es lo que los sistemas educativos de ALC quieren que aprendan los alumnos, este capítulo aprovecha el amplio conjunto de datos disponible en el Archivo Internacional de Currículos y Libros de Texto (ICATA, por sus siglas en inglés) en la Universidad de Albany, Universidad Estatal de Nueva York. El archivo se especializa en documentos relacionados con el plan de estudios prescrito en matemática (y lectura) de la escuela primaria de países en desarrollo. Incluye planes de estudios nacionales, programas de estudios, guías para maestros y libros de texto oficialmente aprobados para países en desarrollo de todo el mundo, y representa especialmente la región de ALC.[5] Dado el alcance del presente capítulo, el enfoque del análisis se encuentra en los documentos oficiales de políticas curriculares, como los planes de estudios nacionales y las políticas nacionales de alcance y secuencia, entre otros. Cada uno de estos documentos fue codificado, página por página, por programadores capacitados que se centraron en el contenido matemático destinado a la enseñanza y las expectativas con respecto a lo que los alumnos debían poder hacer con ese contenido. El procedimiento de codificación sigue el desarrollado para una investigación internacional a gran escala del plan de estudios, con una versión ampliada de los marcos de codificación utilizados en tal investigación (Encuesta de matemática y oportunidades de ciencia 1992; Schmidt et al. 1997b; Valverde et al. 2002).

En estudios comparativos internacionales previos al currículo prescrito, se obtuvieron ideas importantes mediante la comparación de la cantidad de temas de matemática que los alumnos deben aprender en cada grado (Schmidt et al. 1997a, 1997b). La comparación de la cantidad de temas prescritos proporciona una primera medida de lo que podría denominarse el problema de "amplitud versus profundidad". Los estudios encontraron que los países de mayor rendimiento se basaban predominantemente en la cobertura de menos temas matemáticos y mayor profundidad que los países con un rendimiento promedio mediocre o pobre. ALC se destaca como un caso singularmente diferente. El problema se observó por primera vez en una réplica previa del análisis del currículo efectuado por el TIMSS en Chile (Valverde 2004): en ese momento, el currículo prescrito de este país tenía incluso menos temas que los países de alto rendimiento, con currículos "enfocados". Sin embargo, en lugar de "enfocado", el currículo chileno parecía "superficial", por usar el término empleado en la literatura.

Un examen de los currículos recientes de muchos países de ALC muestra evidencia adicional de este preocupante fenómeno. Por ejemplo, el cuadro 3.1 compara aspectos del currículo prescrito para los grados 5 y 6 de una selección de países de ALC. También los compara con un currículo prominente orientado a la reforma en Estados Unidos, los Estándares Estatales Básicos Comunes (CCSS Initiative 2010), que intenta

[5] Para más información sobre ICATA y su archivo en continua expansión de documentos curriculares de la escuela primaria, así como del conjunto de datos recopilados por su codificación, póngase en contacto con el autor principal de este capítulo escribiendo a: gvalverde@albany.edu.

CUADRO 3.1

TEMAS DEL ÁREA MATEMÁTICA DE NÚMEROS PREVISTOS EN EL CURRÍCULO DE CUARTO Y QUINTO GRADO EN PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

	ARG	CHL	COL	CRI	DOM	MEX	PRY	PER	BHS	JAM	Estados Unidos (CCSS)
Números enteros											
Significado	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Operaciones	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Propiedades de las operaciones	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X
Fracciones y decimales											
Fracciones comunes	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Fracciones decimales	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Relaciones de fracciones comunes y decimales	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
Porcentajes	X		X	X	X	X	X		X	X	
Propiedades de las fracciones comunes y decimales	X								X		X
Números enteros, racionales y reales											
Números negativos, enteros y sus propiedades				X						X	X
Números racionales y sus propiedades			X								X
Números reales, sus subconjuntos y propiedades											X

Fuente: Archivo Internacional de Currículos y Libros de Texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York, Albany.
CCSS: siglas en inglés para los Estándares Estatales Básicos Comunes de Estados Unidos (*Common Core Standards*).

aumentar el nivel de profundidad y enfoque en el currículo propuesto por EE.UU.[6] Se espera que los alumnos de los últimos años de primaria en ALC aprendan tantos temas (en número) como los alumnos que siguen los Estándares Estatales Básicos Comunes de los EE.UU. De hecho, muchos de estos temas representan aspectos fundamentales de la aritmética en los que muchos países siguen haciendo hincapié en los grados primarios superiores. Los contenidos más desafiantes, como los números enteros y los números racionales y reales, comúnmente son omitidos en ALC en estos grados. No obstante, sí se incluyen en los Estándares Estatales Básicos Comunes y, ciertamente, los estudios a gran escala sobre el currículo prescrito de matemática indican que dichos contenidos están destinados a estos grados en países con mayor desempeño promedio en pruebas internacionales (Valverde 2000; Schmidt et al. 1997b).

Se puede encontrar evidencia adicional de que existen diferencias importantes entre los planes de estudios de ALC y otras regiones del mundo si se analizan las áreas matemáticas clave que distinguen a los países de alto rendimiento.

El cuadro 3.2 muestra datos sobre los currículos prescritos en las áreas matemáticas de proporcionalidad y funciones, relaciones y ecuaciones. No hay muchos países que pretendan que los alumnos de este nivel de grado aprendan sobre problemas de proporcionalidad. Una diferencia más llamativa, y con un impacto más probable en los niveles de rendimiento en matemática, es la ausencia general de intenciones para cubrir el contenido de funciones, relaciones y ecuaciones. Esto indica la omisión en los grados primarios del contenido fundamental preparatorio para el aprendizaje adicional de álgebra. Los países con niveles más altos de rendimiento estudiantil promedio comienzan este trabajo introductorio en álgebra de forma más temprana y con un enfoque más sostenido. Como puede verse en el cuadro, el plan de estudios prescrito en ALC rara vez promueve tales oportunidades educativas.

Este es uno de los aspectos más llamativos que diferencian los planes de estudio de América Latina (a diferencia de los dos países angloparlantes del Caribe de la muestra) de educación primaria, y puede ayudar a explicar las disparidades en los logros de matemática. Los Estándares Estatales Básicos Comunes de EE. UU. tienen como objetivo preparar a los alumnos de educación preprimaria en adelante para el pensamiento algebraico.

6 El uso de este documento como punto de comparación tiene la ventaja adicional de que las Normas Básicas Comunes (*Common Core Standards*) se basan en los resultados de investigaciones realizadas en pruebas de matemática internacionales comparadas a gran escala.

CUADRO 3.2

TEMAS PROPUESTOS EN SUBÁREAS SELECTAS DE MATEMÁTICA CORRESPONDIENTES AL CURRÍCULO DE CUARTO Y QUINTO GRADO EN PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

	ARG	CHL	COL	CRI	DOM	MEX	PRY	PER	BHS	JAM	Estados Unidos (CCSS)
Proporcionalidad											
Conceptos de proporcionalidad	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
Problemas de proporcionalidad	X					X		X	X	X	X
Propiedades de las operaciones											
Pendiente y trigonometría											
Interpolación lineal y extrapolación											
Funciones, relaciones y ecuaciones											
Patrones, relaciones y funciones			X						X		X
Ecuaciones y fórmulas									X	X	X

Fuente: Archivo Internacional de Currículos y Libros de Texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York, Albany.
CCSS: siglas en inglés para los Estándares Estatales Básicos Comunes de Estados Unidos (Common Core Standards).

Es cierto que tener la intención de que los alumnos jóvenes aprendan álgebra puede parecer extraño. Sin embargo, lo que se pretende enseñar no es el álgebra formal rigurosa común de la escuela secundaria, sino más bien los aspectos fundamentales del razonamiento algebraico, que son esenciales para una variedad de importantes habilidades cuantitativas a lo largo de los años posteriores de escolarización. El reconocimiento y el uso de patrones y relaciones son dos de los componentes fundamentales del razonamiento matemático que resultan clave para avanzar hacia el uso formal de ecuaciones, fórmulas y funciones, y otras habilidades de cálculo en los grados posteriores. Los países de ALC rara vez tienen políticas curriculares que requieran progresiones de aprendizaje que comiencen con dicho contenido y conduzcan a habilidades cada vez más desafiantes del pensamiento algebraico. Algunos países han aspirado a que los grados primarios inferiores incluyan tales temas, y es instructivo considerar cómo las políticas curriculares en esos países estructuran estos planes de estudio.

En los grados uno a tres de Colombia, una línea de los estándares nacionales, Pensamiento variacional y Sistemas algebraico y analítico, tiene cuatro metas, seguidas de otras cinco en los grados cuatro y cinco (cuadro 3.3).

CUADRO 3.3
CURRÍCULO PREVISTO DEL ÁREA DE PATRONES, RELACIONES, FUNCIONES Y ECUACIONES DE LOS ESTÁNDARES NACIONALES DE COLOMBIA

Grados 1 a 3	Grados 4 y 5
• Reconocer y describir regularidades y patrones en diferentes contextos	• Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos
• Describir cualitativamente situaciones de cambio y variación	• Predecir patrones de variación en secuencias numéricas, geométricas o gráficas
• Reconocer y generar equivalencias entre expresiones numéricas	• Analizar y explicar las relaciones de dependencia entre cantidades que varían con cierta regularidad a lo largo del tiempo en contextos económicos, sociales y de ciencias naturales
• Construir secuencias numéricas y geométricas usando propiedades de números y figuras geométricas	• Representar y relacionar patrones numéricos con cuadros y reglas verbales
	• Construir equidades y desigualdades numéricas como representaciones de relaciones entre diferentes datos

Fuente: Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006).
Nota: Material resumido y organizado en formato de cuadro por los autores.

El cuadro 3.3 muestra que el plan de estudios de Colombia incluye una progresión de objetivos de aprendizaje que se torna cada vez más desafiante.

En Bahamas (Ministerio de Educación 2010), el currículo prescrito de matemática de la escuela primaria se especifica para cada grado individual, en lugar de grupos de grados, como es el caso de Colombia. El alcance y la secuencia nacional de la matemática en la escuela primaria establecen los objetivos de "patrones, funciones y álgebra" en dos subobjetivos, uno de los cuales se muestra en el cuadro 3.4 como ejemplo.

Estos ejemplos muestran enfoques de políticas curriculares que son poco comunes en la región, donde, como se ha demostrado, la mayoría de los países no se centran en esta área de contenidos matemáticos. Los ejemplos de Colombia y Bahamas sugieren posibles enfoques.

Reconocer y usar patrones es un componente clave del razonamiento matemático. Si se retorna al cuadro 3.2, se puede observar otra área de razonamiento matemático donde los planes de estudio regionales para la escuela primaria difieren de los de otras partes del mundo. La capacidad para reconocer situaciones proporcionales (o desarrollar razonamiento proporcional) y comprender la relación multiplicativa entre cantidades en dichas situaciones, es fundamental para la comprensión final en los grados posteriores de expresiones algebraicas, gráficos de coordenadas, trigonometría y otros conceptos relacionados. Sin embargo, aunque en la región la promoción del aprendizaje de algunos conceptos de proporcionalidad es algo relativamente común, no lo es tanto que los alumnos puedan entender los conceptos de razones y usar el razonamiento con razones para resolver problemas. Este es un denominador común de los objetivos de los últimos grados de la primaria en los países con mejores logros, y también es un objetivo presente en los Estándares Estatales Básicos Comunes de Estados Unidos.

En este capítulo se han identificado algunos de los contrastes más notables entre los currículos prescritos en ALC y los de países de otras regiones que han tenido un éxito mayor en la promoción de niveles más altos de desempeño matemático en la escuela primaria, medido en pruebas transnacionales a gran escala. Las áreas "poco profundas", que incluyen conceptos de números importantes, aspectos fundamentales del pensamiento algebraico y contenido significativo de proporcionalidad, son clave para el razonamiento matemático. El déficit en las expectativas se confirma aún más cuando se mira la política del currículo para ver cómo se espera que los alumnos razonen y apliquen el contenido de matemática que aprenden.

CUADRO 3.4

CURRÍCULO PREVISTO DEL ÁREA DE PATRONES, RELACIONES, FUNCIONES Y ECUACIONES DE BAHAMAS

Sub-objetivo 2: Usar métodos algebraicos y analíticos para identificar y describir patrones y relaciones de datos, resolver problemas y predecir resultados.

Objetivo	Preprimaria	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Grado 6	Grado 7
1. Ordenar y clasificar objetos por tamaño, cantidad y otras propiedades.	I	D	A	A	M	D	D	A
2. Identificar, describir y extender varios patrones como secuencias de sonidos, formas o series numéricas, y analizar cómo se generan patrones repetitivos y en crecimiento.	I	A	A	A	M	D	D	A
3. Usar representaciones concretas, pictóricas y verbales para desarrollar un entendimiento de notaciones simbólicas convencionales e inventadas.				I	D	D	M	A
4. Modelar situaciones que involucran adiciones y sustracciones de números enteros usando objetos, imágenes y símbolos.				I	D	D	M	A
5. Identificar y construir números rectangulares, triangulares, oblongos y en forma de L.					I	D	D	M

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 3.4 *(continuación)*

CURRÍCULO PREVISTO DEL ÁREA DE PATRONES, RELACIONES, FUNCIONES Y ECUACIONES DE BAHAMAS

Sub-objetivo 2: Usar métodos algebraicos y analíticos para identificar y describir patrones y relaciones de datos, resolver problemas y predecir resultados.

Objetivo	Preprimaria	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4	Grado 5	Grado 6	Grado 7
6. Describir cualitativamente el cambio usando varios atributos.	I	D	D	M	A	A	D	D
7. Describir, extender y generalizar sobre patrones genéricos y numéricos.		I	D	M	A	A	D	D
8. Representar y analizar patrones y funciones usando palabras, cuadros y gráficos.			I	D	M	A	A	D
9. Identificar e ilustrar principios generales y propiedades como las conmutativas, asociativas y distributivas, y usarlas con números enteros.					I	D	D	M

Fuente: Ministerio de Educación (2010) de Bahamas.
I: Introducir; D: Desarrollar; M: Mantener; A: Avanzar.

Se espera que los alumnos no solo obtengan conocimientos matemáticos, sino que también piensen y utilicen ese conocimiento, expectativas que resultan centrales para la visión y definición curricular de los países.

El cuadro 3.5 enumera las prescripciones de los currículos de varios países de ALC en las áreas de desempeño menos exigentes (conocer y utilizar procedimientos de rutina) y las compara con las expectativas de la prueba TIMSS (Mullis et al. 2005, 2009).[7]

Como se puede observar, las expectativas en la región se alinean bien con las expectativas evaluadas por las pruebas TIMSS de cuarto grado. El uso de equipos, incluidos los dispositivos computacionales, como calculadoras y computadoras, está destinado en gran medida a toda la región. Sin embargo, existen variaciones a lo largo de ALC: Bahamas y Jamaica pretenden que se aprendan todas las habilidades evaluadas por el TIMSS, mientras que algunos países no esperan que los alumnos realicen procedimientos rutinarios en la representación gráfica (Colombia, México, República Dominicana) o utilizando instrumentos (Colombia, Paraguay) en este grado. Evidentemente, esto tiene consecuencias en la probabilidad de que se enseñe dicho contenido y, por consiguiente, en los niveles de rendimiento en esta área.

En el cuadro 3.6 también resulta claro que, en la importante área de resolución de problemas, los países de la región tienen expectativas similares a las de los exámenes de cuarto grado de TIMSS, con algunas variaciones notables. Aquí, curiosamente, Bahamas es el caso excepcional, con menos expectativas de desempeño que los otros países analizados. La presencia de expectativas para la resolución de problemas representa un cambio importante y positivo. A fines de la década de 1990, tales expectativas estaban en gran parte ausentes de las políticas curriculares en la región (Schmidt et al. 1997b).

Las expectativas en ALC para el razonamiento matemático también difieren de las de otras partes del mundo, como se muestra en el cuadro 3.7. Sin embargo, existen importantes variaciones regionales. Argentina, Chile, Jamaica y, hasta cierto punto, Colombia, tienen mayores expectativas para el desempeño de los alumnos en esta área. Otros países muestran una superficialidad curricular en esta área, con omisiones en aspectos importantes del razonamiento matemático, lo que sugiere una menor probabilidad de que los niños tengan la oportunidad de aprenderlos.

---

[7] Una lista de los documentos curriculares analizados está disponible a través del autor correspondiente (gvalverde@albany.edu). Todos los documentos del plan de estudios estaban oficialmente en vigor en 2015.

CUADRO 3.5

EXPECTATIVAS DE DESEMPEÑO PARA PROCEDIMIENTOS DE RUTINA CORRESPONDIENTES A LOS GRADOS CUARTO Y QUINTO EN PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE Y LA PRUEBA TIMSS

	ARG	CHL	COL	CRI	DOM	MEX	PRY	PER	BHS	JAM	TIMSS
Saber											
Representar	X	X	X	X	X	X	X			X	X
Reconocer equivalentes	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Recuperar objetos matemáticos y propiedades	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Usar procedimientos de rutina											
Uso de equipo										X	
Uso de instrumentos (por ejemplo, de medición)	X	X		X	X	X		X	X	X	
Uso de dispositivos computacionales	X	X	X	X		X		X	X	X	
Realizar procedimientos de rutina											
Contar		X		X	X			X	X	X	X
Computar	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Graficar	X	X		X			X	X	X	X	X
Transformar	X	X	X					X	X	X	X
Medir	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Uso de procedimientos más complejos											
Estimar	X	X	X	X	X			X	X	X	X
Usar datos	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Comparar	X	X	X	X		X		X	X	X	X
Clasificar	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X

Fuente: Archivo internacional de currículos y libros de texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York en Albany.
Nota: Las expectativas de rendimiento de TIMSS corresponden a las pruebas de cuarto grado. TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

CUADRO 3.6
EXPECTATIVAS DE DESEMPEÑO PARA INVESTIGACIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CORRESPONDIENTES A LOS GRADOS CUARTO Y QUINTO EN PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE Y LA PRUEBA TIMSS

	ARG	CHL	COL	CRI	DOM	MEX	PRY	PER	BHS	JAM	TIMSS
Investigar y resolver problemas											
Formular y clarificar problemas y situaciones	X	X	X	X	X	X	X	X		X	
Desarrollar una estrategia	X	X		X	X		X	X		X	X
Resolver	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Predecir		X	X	X		X		X		X	X
Verificar	X	X			X						

Fuente: Archivo internacional de currículos y libros de texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York en Albany.
Nota: Las expectativas de rendimiento de TIMSS corresponden a las pruebas de cuarto grado. TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

CUADRO 3.7
EXPECTATIVAS DE DESEMPEÑO PARA RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS GRADOS CUARTO Y QUINTO EN PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE Y LA PRUEBA TIMSS

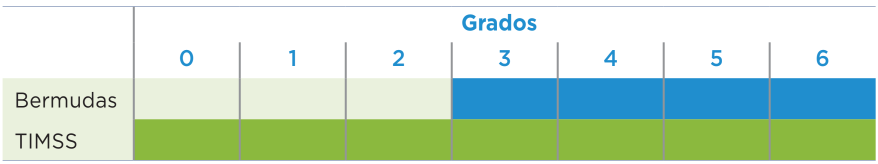
	ARG	CHL	COL	CRI	DOM	MEX	PRY	PER	BHS	JAM	TIMSS
Razonamiento matemático											
Desarrollando notación y vocabulario		X					X			X	X
Desarrollando algoritmos	X	X								X	X
Generalizando	X		X							X	X
Conjeturando	X	X	X			X		X	X	X	X
Justificando y probando	X	X	X							X	X
Axiomatización	X	X									

Fuente: Archivo internacional de currículos y libros de texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York en Albany.
Nota: Las expectativas de rendimiento de TIMSS corresponden a las pruebas de cuarto grado. TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

Otro contraste importante entre ALC y otras partes del mundo, cuando se pretende introducir y desarrollar objetivos de aprendizaje en áreas curriculares clave, tiene que ver con los grados. Aquí es posible observar otro elemento importante de la historia. Una dificultad al estudiar las políticas curriculares en ALC es que algunos países, como Colombia, no especifican el currículo por grado, sino por grupos de grado (en el caso de Colombia, grados 1 a 3, 4 y 5, 6 y 7, etc.). Por lo tanto, no está claro cuándo se debe introducir el contenido. Sin embargo, al examinar los países que especifican las expectativas por grado, uno encuentra que, en fracciones, las expectativas de Bermudas son representativas de la región. El gráfico 3.5 muestra cómo la secuencia de expectativas para la enseñanza de fracciones comunes difiere entre Bermudas y aquellos países que tuvieron un alto desempeño en las pruebas TIMSS. En las Bermudas se pretende que los alumnos se encuentren con fracciones comunes en el tercer grado, mientras que en otros países fuera de ALC esta introducción normalmente se lleva a cabo en el nivel preprimario. Por lo tanto, para el tercer grado, los alumnos de países de alto rendimiento de fuera de la región ya han tenido dos o tres años de enseñanza en este tema.

El estudio del currículo prescrito en ALC ha revelado áreas de matemática para las cuales las expectativas son muy similares a las de otras partes del mundo, por ejemplo, en temas de números enteros, el dominio de los procedimientos de rutina y la resolución de problemas. Sin embargo, el análisis también encontró indicios de poca profundidad en las expectativas relacionadas con elementos importantes del razonamiento matemático de los alumnos. Es probable que los niños en ALC sean introducidos a temas como las fracciones más tarde que sus compañeros de otras partes del mundo. Estos elementos ayudan a entender y medir el alcance de los desafíos que enfrenta la política de educación matemática en la región.

GRÁFICO 3.5
GRADOS EN LOS QUE SE INTRODUCEN LAS FRACCIONES COMUNES: BERMUDAS FRENTE AL 70% SUPERIOR DE PARES INTERNACIONALES INCLUIDOS EN EL TIMSS



Fuente: Archivo internacional de currículos y libros de texto (ICATA, por sus siglas en inglés) de la Universidad Estatal de Nueva York en Albany.
TIMSS: siglas en inglés para Tendencias en el Estudio de Matemática y Ciencias.

Para explorar más a fondo las posibles relaciones entre un plan de estudios de poca profundidad y los bajos niveles de rendimiento en matemática, se puede volver al ejemplo de las dos preguntas de la prueba TIMSS discutidas al principio de este capítulo. Como se observó, ambas preguntas pertenecen a áreas de contenido que reciben cierta atención en la política educativa de ALC. Sin embargo, son notablemente más difíciles de resolver para los alumnos de ALC que para los de otras partes del mundo. Algunas razones de estas diferencias pueden encontrarse en el patrón de omisiones relacionadas con el razonamiento matemático. Sin embargo, dichas omisiones no alcanzan para dar cuenta de la explicación completa.

En el análisis inicial de la pregunta de fracciones del gráfico 3.1 se mencionó que en los países de ALC se espera que las fracciones comunes sean aprendidas en cuarto grado y, por lo tanto, es difícil comprender el bajo rendimiento en estas operaciones. Sin embargo, un examen de la referida pregunta sugiere una explicación que vale la pena investigar más a fondo. Para responderla, los alumnos no solo deben tener experiencia con fracciones comunes (1/3), sino también una exposición previa a fracciones equivalentes y su representación en modelos de área y/o razonamiento matemático. Quizás los niños saben cómo reconocer fracciones representadas en modelos de área y, por lo tanto, pueden contar el número de cuadrados sombreados, relacionarlos con el número total de cuadrados y obtener la cifra de 6/18. No encontrando esa opción, tal vez elijan la opción disponible más cercana, 6/12 (que es la opción C, la opción incorrecta preferida). Esto es probable porque no pueden reconocer que 6/18 es una fracción equivalente a 1/3. Sin embargo, esta no es la única forma posible de llegar a la respuesta correcta, ya que una alternativa sería observar que el modelo también puede interpretarse como compuesto por tres filas, y como una de las tres filas está sombreada, la respuesta es 1/3. Un malentendido fundamental sobre la forma en que funciona el modelo también puede estar en juego: los alumnos que simplemente pueden sumar el número de los cuadrados sombreados y no sombreados por separado y obtener las sumas de 6 y 12, respectivamente, eligen 6/12. La falta de oportunidades para desarrollar habilidades de este tipo en el razonamiento matemático podría explicar la dificultad de la pregunta.

El segundo ítem de prueba del gráfico 3.3 también muestra una relación probable con el diagnóstico de debilidades en la política curricular. A pesar de que el plan de estudios prescrito en la mayoría de los países de ALC establece que los alumnos deben poder contar y ordenar números hasta 9.999, es posible que la mayoría de los docentes instruya a los alumnos a ordenar números haciendo que comparen pares de números y determinen cuál es mayor (o menor) que el otro. La pregunta del examen da una secuencia de cuatro números y requiere que el alumno la reconozca como un patrón, en lugar de una simple comparación entre dos números. Como se muestra en el cuadro 3.2, se observa la ausencia común de trabajo con patrones en los currículos prescritos de ALC. Es probable que un alumno que no haya realizado un trabajo con patrones vea una secuencia de números y la conecte con la idea de contar. Dado que la mayoría de las veces el conteo se realiza en orden, de números pequeños a números grandes, no sería raro que los alumnos elijan la opción que muestra los números ordenados de menor a mayor, lo que de hecho fue una de las respuestas incorrectas preferidas (opción A).

Existe entonces otra parte del currículo en la que también se puede detectar la “superficialidad”: el currículo obtenido. Cuando se observan bajos niveles promedio de logro en áreas que no están incluidas entre las destinadas a la enseñanza en ALC, hay una explicación clara. Sin embargo, cuando se observan bajos niveles de logro en el contenido matemático destinado a la enseñanza, y dicho contenido está presente en una parte sustancial de los libros de texto, así como en áreas importantes de la capacitación de los maestros (antes y durante el ejercicio de la profesión), la falta de logro debe estar relacionada —al menos, parcialmente— con la superficialidad de la implementación.

Después de haber examinado la relación potencial entre el currículo prescrito y el desempeño en los ítems de las pruebas de matemática, la siguiente sección se centra en un examen más profundo de los logros en matemática: el currículo obtenido. La escasez de investigación contemporánea sobre las prácticas en las aulas de matemática de países de ALC deja fuera la cuestión clave de cómo la intención se traduce en logros, los que en gran medida permanecen inexplorados. Esta es una prioridad de investigación crítica para el futuro.

3.2 Exploración adicional del rendimiento académico de matemática en América Latina y el Caribe

El argumento central de la primera mitad de este capítulo es que el plan de estudios alcanzado, definido como el aprendizaje real que alcanzan los alumnos, está relacionado con los objetivos curriculares del sistema educativo. Los alumnos deben tener un mejor desempeño en las áreas que se enfatizan en el plan de estudios prescrito, pero es probable que tengan dificultades en las áreas que reciben poca o ninguna atención de los libros de texto oficiales y los planes de lecciones para docentes, o que se presenten en los grados posteriores. Utilizando datos de estudios internacionales como el TIMSS, parece claro que al menos parte de la explicación de por qué los países de ALC han tenido un bajo desempeño con respecto a sus pares de otras regiones está relacionada con las diferencias en los objetivos y prioridades del currículo oficial.

Las diferencias en el currículo prescrito van más allá de las simples dicotomías de "sí-no" o "¿se enseña esto o no?". El concepto de la superficialidad del currículo es más relevante, ya que los niveles de rendimiento de los alumnos pueden ser bajos incluso en las áreas de contenido que son oficialmente parte del plan de estudios para ese grado. En comparación con las instancias de exclusión curricular, es decir, aquellas en las cuales los alumnos simplemente no ven ningún contenido, la superficialidad es un fenómeno más complejo. Como sugiere su nombre, la superficialidad puede estar relacionada con la cantidad de tiempo dedicado a un tema dado, pero también se refiere a la implementación y a un número potencialmente grande de "factores condicionantes", como la calidad y relevancia de los materiales de aprendizaje y la capacidad de los docentes de enseñar adecuadamente a sus alumnos (este tema se trata con más detalle en el capítulo 4).

Para obtener una visión general de los niveles de rendimiento estudiantil en matemática de sexto grado, resulta conveniente volver a los datos de TERCE sobre 15 países de ALC. Las comparaciones extra-regionales anteriores, utilizando el TIMSS, permiten considerar el desempeño de los alumnos en áreas curriculares que no son las más comunes en los países de ALC. Con el TERCE, en cambio, se puede examinar cómo se desempeñan los alumnos en una prueba diseñada para medir lo que comúnmente se pretende enseñar en el currículo de matemática de la región.

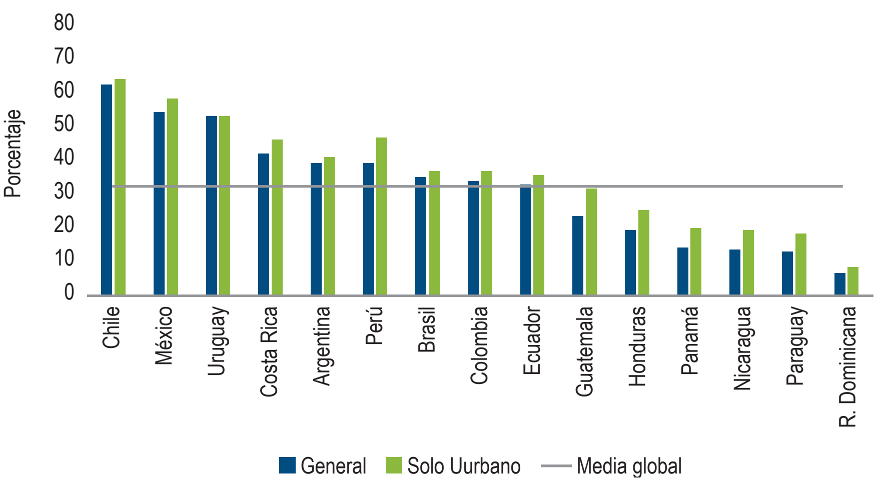
La revisión empírica tiene tres objetivos centrales. El primero es resumir el desempeño general en matemática de los alumnos de sexto grado de la región, basándose en comparaciones entre países con diferentes medidas del nivel de logro. El segundo es examinar las brechas de aprendizaje entre niños y niñas, grupos étnicos, escuelas públicas y privadas, y diferentes grupos socioeconómicos. En conjunto, estos dos primeros objetivos proporcionan una visión global del rendimiento en matemática que complementa el análisis anterior sobre el currículo prescrito. Así, este capítulo proporciona el contexto actual de la educación matemática en la región, es decir, el estado de la situación en el que se llevan a cabo todas las nuevas iniciativas.

El tercer objetivo es ir más allá de los resultados globales del rendimiento en matemática y alcanzar una mayor comprensión sobre los vínculos potenciales entre el currículo y el aprendizaje de los alumnos en ALC. Las pruebas TERCE están diseñadas para cubrir áreas curriculares comunes en los países participantes, que esencialmente descartan las comparaciones entre países del rendimiento académico sobre la base de objetivos previstos. Sin embargo, las diferencias en el rendimiento de los alumnos en diversas áreas de contenido (como geometría y números, entre otras) y áreas cognitivas (identificación, resolución de problemas complejos) que conforman el examen de matemática de sexto grado de TERCE impulsan a considerar el currículo en la búsqueda de una explicación adecuada. Una vez más, entran en juego los conceptos de superficialidad curricular y de calidad de la implementación, aunque el análisis se realiza en toda la región.

3.2.1 Resúmenes globales del logro general de matemática de sexto grado

El gráfico 3.6 comienza con los promedios generales para matemática de sexto grado en los 15 países que participaron en 2013 de la evaluación TERCE. El resumen se basa en la puntuación escalada creada por el TERCE, que se establece en una media global (en todos los países) de 700 puntos, con una desviación estándar de 100. Los promedios se presentan para muestras escolares nacionales (nivel general) y de escuelas urbanas (véase UNESCO-OREALC, 2015, para información más detallada).

GRÁFICO 3.6
PROMEDIOS DE RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA DE SEXTO GRADO EN 15 PAÍSES TERCE, MUESTRAS GENERALES Y URBANAS (MEDIA = 700, DESVIACIÓN ESTÁNDAR = 100)



Fuente: TERCE (2013).

Los resultados muestran que Chile, México y Uruguay tienen los promedios nacionales más altos de matemática (más de 750 puntos). Este grupo es seguido por Argentina, Costa Rica y Perú, que tienen promedios de más de 720 puntos, y por Brasil, Colombia y Ecuador, que están muy cerca de la media general de 700 puntos (ver línea punteada). Hay una caída significativa después de Ecuador, ya que Guatemala y Honduras registran promedios de 660 a 680 puntos. El grupo final de países incluye a Nicaragua, Panamá, Paraguay y la República Dominicana, todos los cuales tienen promedios por debajo de los 650 puntos.

Las brechas de aprendizaje entre países son considerables, cosa que se advierte rápidamente al observar que los promedios nacionales de Chile, México y Uruguay son más de una desviación estándar más altos que los promedios de los cuatro países con puntaje más bajo. Potencialmente, este tipo de brechas puede obedecer a una serie de factores, incluidas las diferencias en los antecedentes socioeconómicos y el acceso a materiales de aprendizaje (consúltese el capítulo 4). Pero las grandes brechas también brindan un primer vistazo a las posibles diferencias en la implementación del currículo, o, en otras palabras, los puntajes bajos sugieren diferentes grados de falta de estudios en las aulas de ALC. Una vez más, se debe reiterar que las pruebas TERCE, a diferencia de las evaluaciones internacionales más grandes como el TIMSS, se basan en un estudio de los elementos comunes en el currículo que se valida cuidadosamente de antemano con todos los países participantes. Por lo tanto, debería haber muy poca variación entre los participantes en términos del currículo prescrito y su representación en las pruebas. Este tema se vuelve a tratar más adelante en el análisis del contenido de las pruebas de matemática TERCE y de los subdominios de habilidades cognitivas.

¿A algunos países les va mejor o peor de lo esperado? Esta pregunta no es fácil de responder, pero el cuadro A3.1.1 del anexo 3.1 compara el desempeño de TERCE con una medida de riqueza nacional (ingreso nacional bruto [INB] per cápita). Según esta comparación, un puñado de países lo está haciendo mejor de lo que podría esperarse: por ejemplo, Perú ocupa el noveno lugar en el INB, pero tiene el quinto promedio más alto en el TERCE. En el otro extremo, Panamá y la República Dominicana se desempeñan en niveles más bajos de lo que su riqueza nacional podría predecir. Este es un método simplista para evaluar el desempeño nacional, pero resalta una de las realidades fundamentales del análisis de educación comparado: los países no están atados a un determinado nivel de rendimiento basado en su riqueza nacional o nivel de desarrollo. Las políticas y reformas específicas pueden hacer diferencias (Carnoy, Gove y Marshall 2007), y esto, por supuesto, incluye los esfuerzos para mejorar la implementación del currículo.

Dado que este libro se centra en escuelas urbanas, el gráfico 3.6 también presenta los promedios nacionales solo para muestras urbanas. El orden de los países de arriba a abajo es prácticamente idéntico. En la mayoría de los casos, la diferencia entre las áreas urbanas y rurales (calculada por separado) es de entre 25 y 35 puntos, o 0,25 a 0,35 desviaciones estándar, con diferencias relativamente mayores en Perú y Guatemala.

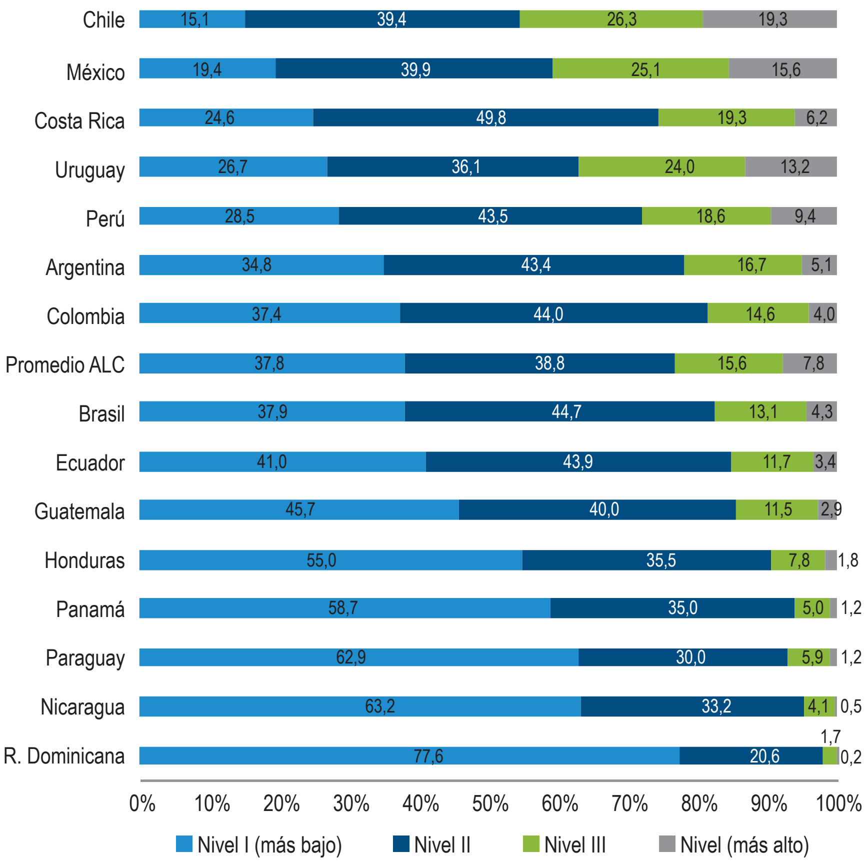
Hasta ahora, la discusión se ha centrado en el puntaje de la escala TERCE (promedio de 700 puntos), que es una forma común de presentar los resultados de las evaluaciones internacionales del rendimiento estudiantil. Los puntajes de la escala son útiles para hacer comparaciones rápidas de promedios entre países (como en el gráfico 3.6) y para examinar las diferencias entre subgrupos (niños-niñas, urbano-rural y otros). Pero el puntaje no describe lo que pueden hacer los alumnos, que en última instancia es la información más importante generada por las evaluaciones. Por lo tanto, la mayoría de las evaluaciones a gran escala también proporcionan resúmenes sobre la escala de competencia.

El gráfico 3.7 resume los resultados de la escala de competencia TERCE para alumnos urbanos de sexto grado. Los expertos en currículos de TERCE definieron cuatro niveles de competencia en matemática de sexto grado (para obtener más detalles sobre este proceso, véase UNESCO-OREALC, 2015). Los alumnos de nivel I tienen una capacidad limitada y, en el mejor de los casos, son capaces de responder a elementos que requieren habilidades básicas de resolución de problemas, como leer datos de un cuadro o gráfico. Los alumnos del nivel IV, en el otro extremo, han demostrado competencia en los aspectos más desafiantes del examen TERCE, incluida la resolución de problemas complejos relacionados con las conversiones de unidades, fracciones e interpretación de datos de un cuadro o gráfico. Los niveles II y III se refieren a subconjuntos de habilidades demostradas (basadas en las respuestas correctas del TERCE) que se encuentran entre los niveles I y IV.

Los resultados presentados en el gráfico 3.7 son un recordatorio de los desafíos que enfrentan los sistemas educativos en ALC, incluidos los países que obtuvieron puntajes altos. Proporcionan una contrapartida útil a los resultados de las evaluaciones a gran escala realizadas en todas las regiones (es decir, el TIMSS) que se presentaron anteriormente. Incluso cuando el análisis se encuentra restringido a las áreas urbanas, la mayoría de los alumnos de sexto grado se están desempeñando en los niveles más bajos. En toda la región, aproximadamente el 75% de los alumnos están en los niveles I o II, en comparación con el 15,6% en el nivel III y apenas el 7,8% en el nivel IV.

Las diferencias entre los países son, como se podría inferir, muy grandes. Solo el 15,1% de los alumnos chilenos de sexto grado de escuelas

GRÁFICO 3.7
PORCENTAJE DE ALUMNOS URBANOS DE SEXTO GRADO SEGÚN NIVEL DE COMPETENCIA EN MATEMÁTICA



Fuente: TERCE (2013).

urbanas obtuvo calificaciones en el nivel de competencia más bajo (I), en comparación con casi el 80% de los alumnos de la República Dominicana. Para los alumnos con calificaciones altas las brechas también son bastante amplias, ya que aproximadamente el 10–20% de los alumnos de los países con calificaciones altas alcanzaron el nivel IV, en comparación con menos del 5% de los alumnos urbanos de los ocho países con promedios por debajo del promedio general de ALC.

La gran cantidad de alumnos en el nivel I de la mayoría de los países participantes en TERCE sugiere notoriamente que los alumnos están muy por debajo del nivel de rendimiento esperado para el final del ciclo de la escuela primaria. Este resultado, a su vez, tiene tres implicaciones mayores. Primero, destaca los desafíos inherentes al mantenimiento de la calidad (es decir, el aprendizaje) al tiempo que se amplía el acceso, ya que varios de los países con calificaciones bajas han logrado en los últimos años avances importantes en el aumento de las tasas de finalización de la escuela primaria. En segundo lugar, la concentración de alumnos en los niveles de competencia más bajos genera preocupación sobre el nivel de preparación de los alumnos que ingresan a los primeros años de la secundaria, especialmente debido a las altas tasas de transición entre la educación primaria y secundaria en entornos urbanos. Y, finalmente, las puntuaciones bajas apuntan a deficiencias en el currículo implementado en la región de ALC, lo que a su vez requiere un mayor análisis para descubrir qué tipo de tareas matemáticas son las más difíciles para los alumnos, una pregunta que este capítulo aborda más adelante.

A pesar del estado preocupante de los niveles de rendimiento en la mayoría de los países de la región, la revisión del rendimiento general en matemática permite concluir con una noticia positiva: los niveles de rendimiento estudiantil parecen estar mejorando. Las pruebas que se usaron en el TERCE son comparables con evaluaciones anteriores (SERCE) administradas por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) a través de un proceso conocido como equiparación de prueba (algunos elementos comunes se incluyeron tanto en el SERCE como en el TERCE). Según lo descrito por el LLECE en su informe de 2014 (UNESCO-OREALC 2015), las comparaciones muestran que los niveles de rendimiento de los alumnos en matemática en los grados 3 y 6 han mejorado en la mayoría de los países. Para el sexto grado, la mejora general (o promedio) entre el SERCE y el TERCE es de aproximadamente 20 puntos, o 0,20 desviaciones estándar; para el tercer grado, la diferencia es un poco más de 30 puntos, o 0,30 desviaciones estándar. Además, las proporciones de alumnos en los niveles más bajos (I y II) han disminuido en la mayoría de los países. Estos son resultados alentadores que, con suerte, indican una tendencia positiva que debería continuar en la región.

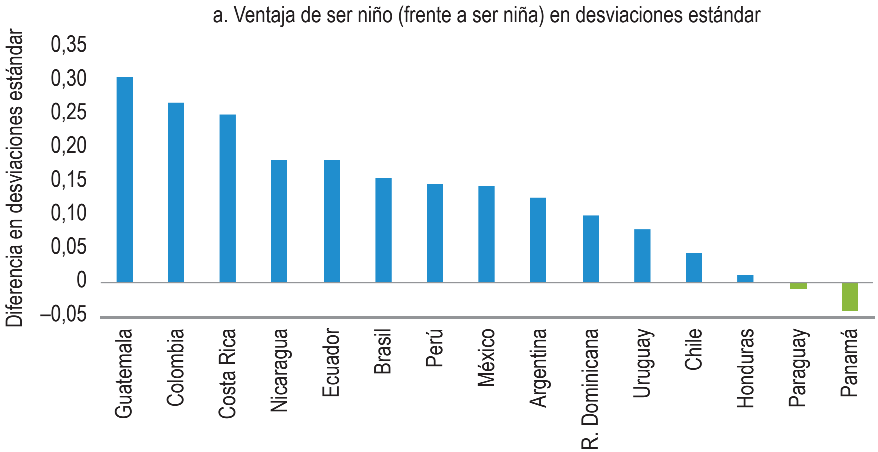
3.2.2 Brechas de aprendizaje de matemática

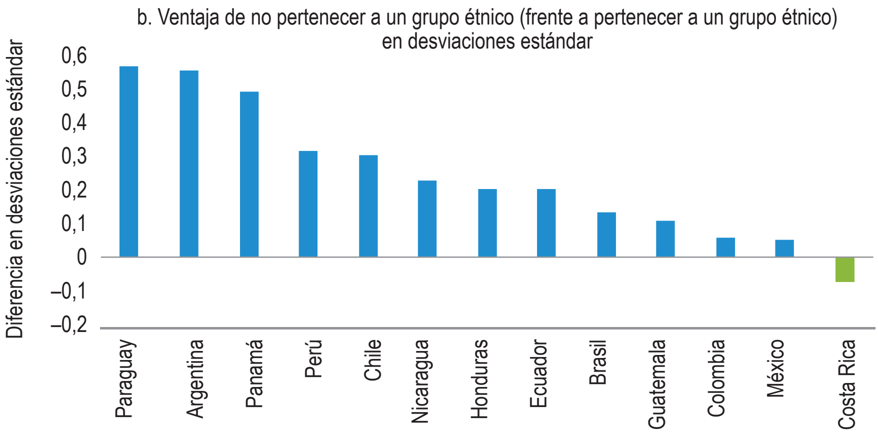
La revisión de los logros en matemáticas en ALC continúa con un resumen de las brechas en los logros por género, etnia y condición socioeconómica de los alumnos, así como también según el tipo de administración escolar (pública/privada). El enfoque sigue estando en la matemática de sexto grado de entornos urbanos y se basa en las pruebas TERCE. El detalle de estas brechas, y su comparación en toda la región, se suma a la evidencia sobre las diferencias en las oportunidades para aprender.

El gráfico 3.8 resume los resultados para cuatro comparaciones, restringidas en todos los casos a escuelas urbanas: niños versus niñas, alumnos que se describen a sí mismos como miembros de un grupo étnico versus aquellos que no lo hacen, administraciones públicas versus administraciones privadas, y alumnos de los segmentos más pobres versus los más ricos. En todos los casos, la ventaja de un grupo sobre el otro se mide en desviaciones estándar específicas de cada país. Para el género, las comparaciones indican una ventaja constante de los niños sobre las

GRÁFICO 3.8

DIFERENCIAS EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE SEXTO GRADO EN ESCUELAS URBANAS, POR GÉNERO, ETNICIDAD, TIPO DE ESCUELA Y NIVEL SOCIOECONÓMICO

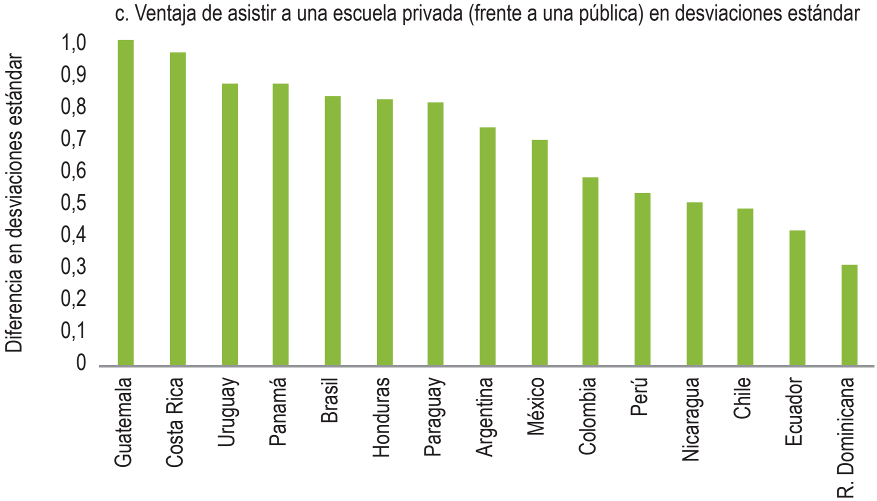


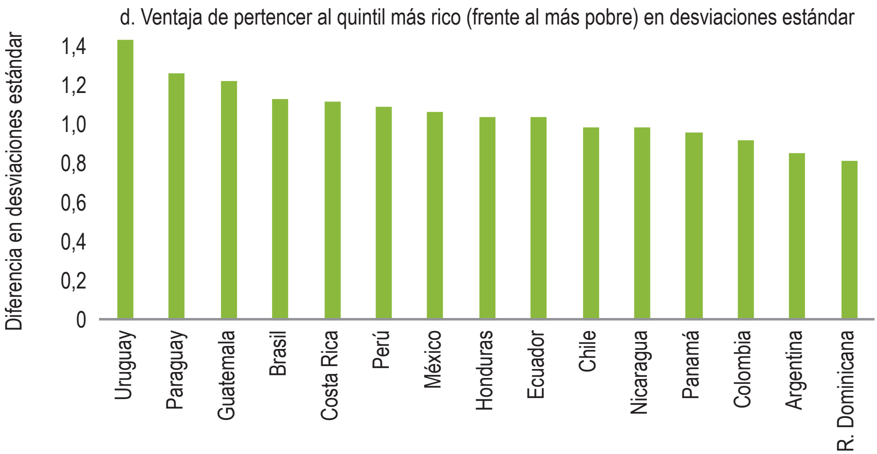


(continúa en la página siguiente)

GRÁFICO 3.8 *(continuación)*

DIFERENCIAS EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE SEXTO GRADO EN ESCUELAS URBANAS, POR GÉNERO, ETNICIDAD, TIPO DE ESCUELA Y NIVEL SOCIOECONÓMICO





Fuente: TERCE (2013).

niñas en este nivel de grado, aunque solo en tres países la diferencia es mayor a 0,20 desviaciones estándar, y en dos países las niñas tienen un desempeño un poco mejor que los niños (Panamá y Paraguay). La ventaja consistentemente modesta para los niños en matemática no es inusual, especialmente en los niveles de grado más bajos (las brechas tienden a ser más grandes para los grados más altos).

Los resultados por etnicidad muestran que los alumnos que declaran pertenecer a algún tipo de grupo étnico tienen puntajes más bajos que sus homólogos no étnicos en la mayoría de los países. La etnicidad no se define aquí según el lenguaje, sino que es autodefinida en términos generales (“¿pertenece a un grupo étnico?”). Esta categoría general se usa porque relativamente pocos alumnos de sexto grado informan que hablan una lengua indígena en el hogar, especialmente en las áreas urbanas. Las brechas en el gráfico 3.8 son lo suficientemente grandes para confirmar que la etnicidad es un factor relevante, y en algunos casos puede apuntar a problemas específicos de los grupos minoritarios con la integración a la escolarización.

La mitad inferior del gráfico 3.8 confirma las grandes diferencias en los logros que se esperan en una región con altos niveles de desigualdad económica, incluso limitando las comparaciones a las áreas urbanas. En los 15 países estudiados, los alumnos de las escuelas privadas, así como los alumnos de los quintiles más ricos, obtuvieron puntajes significativamente más altos que sus pares de escuelas públicas y de hogares pobres. La ventaja de la escuela privada es mayor a 0,50 desviaciones estándar en casi todos los países (a excepción de tres), mientras que la ventaja del quintil 5 (más rico) nunca está por debajo de 0,80 desviaciones estándar.

3.2.3 Subdominios de contenido y área cognitiva

Esta sección desglosa los resultados matemáticos de sexto grado del TERCE en subdominios o subconjuntos de conocimientos que incluyen cinco áreas de contenido (geometría, medidas, números, estadísticas y variación) y tres áreas cognitivas (identificación/reconocimiento de objetos y elementos, resolución de problemas simples y resolución de problemas complejos). Además de sumar para la visión general descriptiva de los conocimientos de matemática en ALC (incluida las brechas de aprendizaje), la información del subdominio también proporciona un método “indirecto” para evaluar la implementación del currículo y el grado de falta de estudios en diferentes áreas del currículo prescrito.

Los promedios de subdominios se presentan utilizando el porcentaje de respuestas correctas para el subconjunto de preguntas de la prueba que pertenecen a cada dominio; esta es la única opción disponible, ya que las escalas de competencia del TERCE son para toda la prueba, no para subdominios individuales.

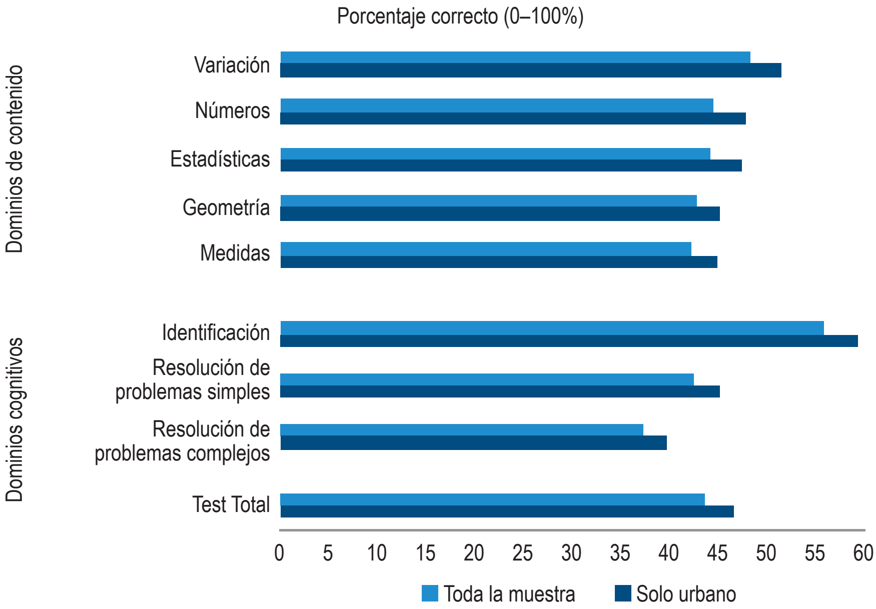
Los proyectos de evaluación, por regla, tienden a evitar el uso de porcentajes de respuestas correctas, aunque los porcentajes de entre 0 y 100 (o 0–1.0) probablemente sean la métrica más utilizada en el mundo para comunicar los puntajes de las pruebas. Un problema con los porcentajes es que la mayoría de las personas tienen su propia opinión sobre lo que significa un nivel de dominio: por ejemplo, el 90% o más, a menudo es una "A", y por debajo del 60% es una "F". Las pruebas estandarizadas tienden a usar escalas muy diferentes para definir los niveles de dominio. Las escalas de competencia son especialmente útiles (gráfico 3.7), ya que traducen los resultados de la prueba en conjuntos específicos de habilidades y alejan a los lectores de dicotomías simplistas como "aprobar/reprobar" o definir sus propias escalas. El segundo problema relacionado es que no se sabe cuán difíciles son las preguntas de la prueba dentro de cada subdominio o subconjunto de conocimiento. Solo se han publicado unos pocos artículos, y el TERCE no incluye resúmenes de escalas de competencia por dominio. Esta falta de información sobre lo que miden los subdominios, así como la falta de escalas específicas para ellos, compromete en buena medida la capacidad de comparar los niveles de rendimiento en los diferentes dominios.

El gráfico 3.9 resume los puntajes de matemática de sexto grado en los diferentes subdominios de contenido y habilidades cognitivas.[8] Entre las áreas de contenido, las puntuaciones más altas de los alumnos se obtuvieron en variación y, las más bajas, en geometría y mediciones. Sin embargo, la distribución de mayor a menor no es muy grande: el promedio de variación es correcto en un 47,3% (para toda la muestra), comparado con el 40,8% para las mediciones. El promedio general de respuestas correctas es del 42,3% para toda la muestra y del 45,4% para alumnos urbanos.

Los resultados uniformes en los dominios de contenido son algo sorprendentes. Sugieren que los diseñadores de las pruebas TERCE pretenden que las áreas de contenido sean relativamente similares en términos de dificultad. Más específicamente, los responsables de diseñar la prueba incluyeron una cantidad similar de preguntas relativamente fáciles y difíciles para cada área de contenido. Los informes anteriores a las pruebas del LLECE, es decir, el Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (PERCE) y el SERCE, tampoco incluyeron comparaciones de las puntuaciones del área de contenido, por lo que esta característica de

[8] Los exámenes TIMSS y TERCE son desarrollados por diferentes equipos en numerosos países y se utilizan para medir las habilidades matemáticas de diversas poblaciones de alumnos. Por lo tanto, la forma en que se definen las subáreas matemáticas difiere para cada prueba y, por consiguiente, también lo hace la propia lista de subáreas matemáticas en sí. Al momento de la redacción del presente documento, existe poca documentación técnica pública sobre cómo se definen y escalan las subáreas en el TERCE.

GRÁFICO 3.9
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO, POR CONTENIDO Y SUBDOMINIOS COGNITIVOS (PORCENTAJE)



Fuente: TERCE (2013).

diseño parece ser consistente con las evaluaciones anteriores. La falta de variación en las áreas de contenido del TERCE dificulta significativamente la tarea de entender la poca profundidad del currículo en la región en función de las fortalezas y debilidades en el desempeño de cada área. Esto significa que no se puede afirmar de manera concluyente que los alumnos de ALC se están desempeñando mejor en algunas áreas de contenido de matemática que en otras, lo que a su vez descarta incluso una valoración básica de la poca profundidad del currículo. Todavía hay algunas diferencias en los resultados entre los países, pero la variación significativa por área de contenido ha sido esencialmente eliminada del análisis por los diseñadores de la prueba.

El gráfico 3.9 también presenta los promedios para los subdominios cognitivos. En contraste con las áreas de contenido, los resultados para las áreas cognitivas proporcionan una clasificación de dificultad más ordenada. En promedio, los alumnos respondieron correctamente más de la mitad de las preguntas de la prueba de matemática basadas en la identificación básica de objetos y elementos. Para la resolución de problemas, los resultados muestran que el 41% (para toda la muestra) de las actividades fáciles de resolución de problemas se respondieron correctamente, en comparación con aproximadamente el 35% de los problemas más difíciles (complejos).

A pesar de las limitaciones antes mencionadas sobre la comparación de las áreas de contenido, los resultados presentados en el gráfico 3.9 proporcionan dos piezas importantes de evidencia de la superficialidad curricular en la región de ALC. En primer lugar, las calificaciones en los cinco dominios de contenido nunca son correctas por encima del 50% (para toda la muestra), lo que significa que los alumnos no pueden, en promedio, responder a la mayoría de las preguntas en ninguno de los dominios de contenido. Vale la pena reiterar que estas preguntas se toman de un plan de estudios prescrito con el que se supone que los alumnos están familiarizados. Como se señaló anteriormente, la pregunta de qué constituye dominio en una prueba como el TERCE es bastante complicada, ya que las pruebas estandarizadas deben incluir elementos con un rango de niveles de dificultad. No es realista esperar que todos los alumnos respondan correctamente a todas las preguntas solo porque han cumplido con el plan de estudios oficial; incluso los países con puntajes muy altos (como Corea del Sur, Cuba y Singapur) no logran alcanzar este objetivo. Sin embargo, los promedios globales por debajo del 50% indican claramente una especie de falta de estudios general en estas cinco áreas de contenido en toda la región, ya que claramente no es el caso de que los puntajes de los alumnos sean sustancialmente mejores en una o dos áreas, o que tengan dificultades solo en un par de áreas de contenido

Los resultados de las comparaciones de subdominios cognitivos proporcionan evidencia adicional de la falta de estudios curriculares en ALC. En pocas palabras, la razón por la cual los promedios de los alumnos nunca están por encima del 50% en las áreas de contenido principales es que los alumnos deben esforzarse mucho para responder las preguntas de las pruebas más desafiantes desde el punto de vista cognitivo. Esto no quiere decir que los alumnos en ALC dominen los elementos básicos del plan de estudios de matemática de sexto grado, como la identificación del valor de posición, la clasificación de ángulos según su medida, el reconocimiento de patrones numéricos simples o la lectura de datos de un cuadro o gráfico. Pero tienen una puntuación más baja en las preguntas de la prueba que requieren resolver problemas que involucran el área y el perímetro de los polígonos, la conversión de unidades de medida, el razonamiento proporcional y la interpretación estadística de los datos. Esto se dirige al corazón de las preocupaciones sobre el rendimiento en matemática de los alumnos en la región. Evidentemente, existe una necesidad urgente de proporcionar a los maestros herramientas efectivas para ayudar a los alumnos a hacer este tipo de conexiones (véanse los capítulos 2 y 4).

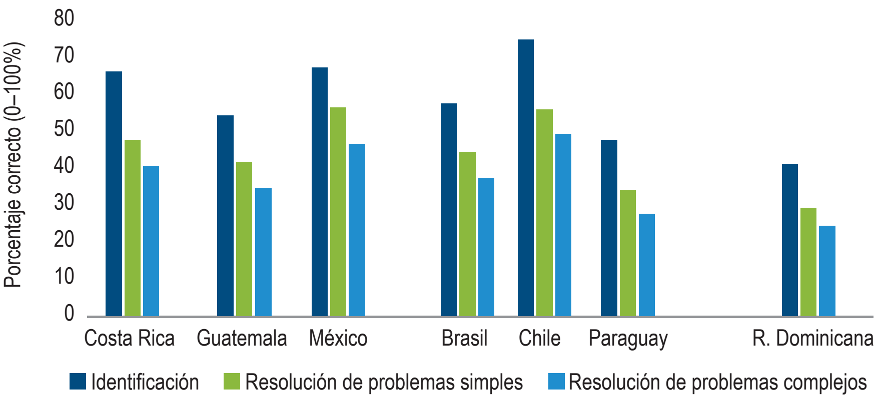
¿Cómo son las comparaciones de subdominios en países con puntajes altos y bajos? El gráfico 3.10 resume el porcentaje de respuestas correctas por subdominio cognitivo para siete países, centrándose solo en las escuelas urbanas. Para las regiones México-Centroamérica y América del Sur, se incluye un país de puntaje bajo (Guatemala, Paraguay) y uno de puntaje alto (Costa Rica, Chile), así como los países más grandes de cada una (México, Brasil). La República Dominicana es el único representante del Caribe en el TERCE. Los resultados muestran un patrón idéntico de competencia en los siete países, con puntajes relativamente altos para identificación, seguida de resolución de problemas (fácil) y resolución de problemas (complejo). Las brechas entre los países de mayor y menor puntuación también son similares por subdominio cognitivo.

El hallazgo que se destaca en el gráfico 3.10 es que los únicos tres promedios que están por encima del 60% corresponden a los países con mayor puntuación (Chile, Costa Rica y México) en el área de identificación. En otras palabras, esto demuestra que los promedios generales del gráfico 3.9 no están siendo sesgados (reducidos) por algunos países de muy bajo puntaje. Incluso en muestras de alumnos urbanos, los promedios de los tres subdominios de habilidades cognitivas generalmente están por debajo del 50%.

¿Qué tipos de brechas existen en la región, por subdominio cognitivo? El gráfico A3.1.1 del anexo 3.1 confirma que los alumnos urbanos de los quintiles más altos de nivel socioeconómico se desempeñan consistentemente mucho mejor que los alumnos del quintil más bajo, y no hay

GRÁFICO 3.10

RENDIMIENTO MATEMÁTICO EN SEXTO GRADO DE ESCUELAS URBANAS DE SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA, POR SUBDOMINIO COGNITIVO (PORCENTAJE)



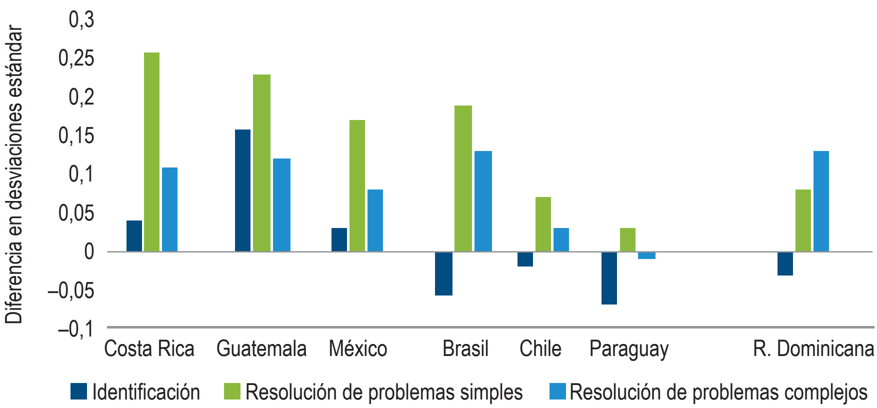
Fuente: TERCE (2013).

un patrón real en los tres subdominios cognitivos. Sin embargo, los resultados por género (gráfico 3.11) son bastante diferentes. En las preguntas de la prueba más fáciles relacionadas con la identificación, las niñas obtuvieron mejores calificaciones que los niños en cuatro de los siete países incluidos en el gráfico 3.11. Los resultados para la identificación no son del todo sorprendentes, ya que suele suceder que los niños obtienen mejores calificaciones que las niñas en los subdominios cognitivos más exigentes (Leder 1992). Pero los resultados del gráfico 3.11 muestran que las mayores brechas entre niños y niñas no están en la resolución de problemas complejos, sino en la resolución de problemas simples. De hecho, en estos siete países las brechas entre niños y niñas urbanas en la resolución de problemas complejos nunca están por encima de 0,15 desviaciones estándar, y en tres países están por debajo de 0,10 desviaciones estándar.

El gráfico A3.1.2, que se muestra en el anexo 3.1, proporciona un resumen complementario de la comparación de habilidades cognitivas entre países presentada en el gráfico 3.10, utilizando las áreas de contenido de la prueba TERCE (números, variación, etc.). De acuerdo con 3.9, los resultados muestran brechas relativamente pequeñas entre las áreas de contenido dentro de los países, ya que la diferencia entre el promedio más alto y el más bajo está generalmente entre 5 y 10 puntos porcentuales (en comparación con más de 20 puntos en el gráfico 3.10). La variación entre países es más sustancial que la variación de los contenidos, y estas diferencias a su vez apuntan a disparidades en la implementación del currículo

GRÁFICO 3.11

VENTAJA MASCULINA EN EL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO EN ESCUELAS URBANAS DE SIETE PAÍSES DE ALC, POR SUBDOMINIO COGNITIVO (EN DESVIACIONES ESTÁNDAR)



Fuente: TERCE (2013).

en todos los países. Sin embargo, la dependencia de los porcentajes de respuestas correctas a los subconjuntos de preguntas de la prueba no permite inferir cómo son estas limitaciones de habilidad. Como se indicó anteriormente, no se cuenta con escalas de competencia por área de contenido, pero como el TERCE publica algunas preguntas de la prueba, sí se pueden examinar ejemplos específicos de preguntas relativamente fáciles y difíciles. En el gráfico 3.12 se proporcionan dos ejemplos o ítems, uno correspondiente a una pregunta bastante fácil del dominio de contenido de números y otro más difícil que forma parte de la variación. Los ítems también difieren según la habilidad cognitiva que requieren, ya que para el ítem 1 (fácil) se necesita la identificación simple del valor posicional hasta millones en números naturales, mientras que el ítem 3 (más difícil) se

GRÁFICO 3.12
PREGUNTAS 1 Y 3 DEL EXAMEN DE MATEMÁTICA DE SEXTO GRADO DIFUNDIDAS PÚBLICAMENTE POR EL TERCE

El número de la tarjeta de identificación de Matilde tiene un 7 en el lugar de los millones, un 7 en el lugar de los miles y un 7 en el lugar de las decenas.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

¿Qué cifra corresponde a la tarjeta de identificación de Matilde?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Ítem público 1 del TERCE para sexto grado

Subdominio de contenido: **Números**
Subdominio de habilidades cognitivas: **Identificación de objetos y elementos**
Nivel de competencia: **Nivel I**
Media global de porcentaje correcto: **72%**
Respuesta correcta: **B**

En la elaboración de jugos, producimos en promedio 55 litros de jugo por 100 kilogramos de manzanas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas se necesitan para producir 220 litros de jugo?

A) 121
B) 250
C) 375
D) 400

Item 3 de TERCE público de sexto grado

Subdominio de contenido: **Variación**
Subdominio de habilidades cognitivas: **Resolución de problemas complejos**
Nivel de competencia: **Nivel III**
Media global de porcentaje correcto: **30%**
Respuesta correcta: **D**

Fuente: TERCE (2013).

basa en habilidades complejas de resolución de problemas que incluyen el razonamiento proporcional, la identificación de cálculos adecuados y, propiamente, la resolución de un problema.

El cuadro 3.8 resume los resultados en ambos casos según el país. Se proporcionan promedios para toda la muestra, para alumnos urbanos, por género y por quintil de nivel socioeconómico. Los países se clasifican desde la puntuación más alta (= 1) hasta la puntuación más baja (= 15), y la diferencia en la clasificación de los dos elementos se proporciona en el panel b del cuadro 3.8.

Los resultados mostrados en el cuadro 3.8 proporcionan una visión más específica de cómo se ven los logros bajos en la región de ALC, aunque surgen de una muestra muy pequeña de preguntas de la prueba. La mayoría de los alumnos puede responder correctamente la pregunta de la prueba relativamente fácil (cuadro 3.8, panel A), lo que da una idea de los tipos de habilidades básicas que los alumnos de sexto grado han obtenido en las escuelas primarias urbanas. Sin embargo, incluso dentro del ítem fácil, los resultados muestran claramente grupos de bajo rendimiento, tanto en países con puntajes altos (véanse las comparaciones de quintiles 5 con respecto a quintiles 1) como entre países (comparando promedios de países).

El resultado que destaca en el cuadro 3.8 es el muy bajo promedio general en el ítem relativamente difícil (panel B). El promedio regional es de un poco más del 30% correcto, y se debe tener en cuenta que el ítem 3 es una pregunta de opción múltiple con cuatro posibilidades, por lo que incluso si los alumnos adivinan la respuesta, han tenido un 25% de probabilidades de obtener la respuesta correcta. Además, por más difícil que sea este ítem para la mayoría de los alumnos, solo pertenece al nivel III de la escala de puntaje de competencia, lo que indica que hay ítems más difíciles en la prueba que se espera que los alumnos puedan responder.

El tema de la superficialidad del currículo es evidente, hasta cierto punto, en estos dos ejemplos de preguntas de prueba. Los alumnos de todos los países están expuestos a los aspectos básicos del currículo y, como resultado, la mayoría puede responder preguntas que cubren aspectos bastante fáciles de matemática de sexto grado. Pero cuando se pretende un poco más de lo básico, la historia es muy diferente: los alumnos que contestan correctamente las preguntas que requieren razonamiento, pensamiento e interpretación son un porcentaje muy pequeño. Una buena noticia es que los alumnos parecen estar expuestos a todas las áreas del currículo, incluidas algunas que estuvieron tradicionalmente ausentes en el pasado, como las estadísticas y el razonamiento pre-algebraico (reconocimiento de patrones numéricos). Claramente, lo que falta es implementar

CUADRO 3.8
DESEMPEÑO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO EN EL TERCE, POR PAÍS

A. Ítem público 1

País	*Ranking*	Porcentaje total correcto		Por género		Por quintil de riqueza (Q)	
		Muestra com-pleta	Alumnos urbanos	Niñas	Niños	Q5	Q1
Argentina	7	73,0	73,4	73,1	73,0	79,4	64,8*
Brasil	6	74,4	75,8	72,8	76,1	81,5	62,4*
Chile	1	84,5	84,8	84,4	84,6	90,7	82,0*
Colombia	8	71,6	74,6	70,9	72,1	83,2	65,7*
Costa Rica	3	77,4	78,9	77,7	77,0	83,8	72,8*
Ecuador	9	70,2	72,6	70,7	69,6	78,5	58,9*
Guatemala	10	68,5	73,9	65,9	71,0	76,8	60,7*
Honduras	12	64,8	67,1	67,7	62,1	72,8	57,3*
México	2	80,0	82,1	81,1	79,0	86,5	73,6*
Nicaragua	11	67,7	67,6	65,9	69,9	70,6	63,2
Panamá	14	59,7	62,2	59,9	59,4	67,0	55,7*
Paraguay	13	60,2	66,7	57,4	62,6	76,2	51,1*
Perú	5	77,0	81,4	75,9	78,1	85,2	62,0*
República Dominicana	15	55,2	58,1	58,0	52,6	69,4	50,4*
Uruguay	4	77,1	77,0	73,4	80,3	83,0	63,3*
Promedio de ALC	—	71,5	74,7	71,0	72,1	79,7	63,6*

B. Ítem público 3

País	*Ranking*		Porcentaje total correcto		Por género		Por quintil de riqueza (Q)	
	En este artículo	Diferencia del artículo 1	Muestra com-pleta	Urbano	Niñas	Niños	Q5	Q1
Argentina	12	−5	26,4	27,6	26,4	26,3	29,0	19,9*
Brasil	13	-7	25,9	25,2	23,5	28,8	28,6	25,8
Chile	2	-1	35,5	36,3	32,4	38,7*	47,8	29,9*
Colombia	5	+3	31,2	31,9	27,3	34,1	38,9	27,3
Costa Rica	7	-4	29,4	31,6	27,5	31,3	35,3	27,4

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 3.8 *(continuación)*

DESEMPEÑO EN MATEMÁTICA DE SEXTO GRADO EN EL TERCE, POR PAÍS

País	*Ranking*		Porcentaje total correcto		Por género		Por quintil de riqueza (Q)	
	En este artículo	Diferencia del artículo 1	Muestra completa	Urbano	Niñas	Niños	Q5	Q1
Ecuador	11	-2	26,6	26,6	26,6	26,6	34,2	20,9*
Guatemala	3	+7	32,1	34,7	29,4	34,7	40,8	26,9*
Honduras	9	+3	29,0	25,8	26,7	31,1	30,0	31,4
México	1	+1	38,6	40,1	38,1	39,1	43,3	35,9*
Nicaragua	6	+5	29,6	31,3	29,3	29,9	32,9	27,9
Panamá	10	+4	27,1	24,7	28,2	26,0	27,7	26,6
Paraguay	14	-1	24,7	23,8	24,3	25,0	27,1	21,6
Perú	8	-3	29,1	31,3	29,0	29,2	34,7	23,5*
República Dominicana	15	0	24,6	26,3	25,1	24,0	23,2	23,9
Uruguay	4	0	31,6	31,3	25,9	37,9*	44,1	15,6*
Promedio de ALC	—	—	30,2	31,1	28,7	31,6*	35,9	26,1*

Fuente: TERCE (2013).
Nota: El *ranking* se hizo con base al orden numérico (de 1 a 15) del promedio del país. Los quintiles de riqueza se refieren a los niños más ricos (Q5) y más pobres (Q1) de las muestras. Los asteriscos (*) en las columnas urbanas, niños y Q1 significan que los promedios son estadísticamente diferentes ($p \leq 0,05$) de la muestra completa, niños y Q5, respectivamente.

prácticas matemáticas que permitan a los alumnos desempeñarse en el más alto nivel.

3.3 Conclusiones

Este capítulo se ha propuesto proporcionar una visión sinóptica del estado actual de la educación matemática en América Latina y el Caribe. Ha examinado y documentado el alcance y la severidad de los retos que enfrentan los países de la región, y ha identificado los desafíos en las oportunidades otorgadas para aprender matemática que promueven niveles de desempeño acorde con las aspiraciones nacionales y los requerimientos de habilidades de los ciudadanos del siglo XXI, trabajadores y aprendices de por vida. Del análisis surge el tema de la poca profundidad curricular, tanto en el currículo prescrito como en el rendimiento estudiantil. El capítulo también examinó las variaciones del rendimiento estudiantil asociadas con el género, el estatus socioeconómico y la ubicación geográfica, y encontró evidencia de factores estructurales persistentes que conducen a niveles más bajos de rendimiento para los alumnos rurales, para las niñas (en algunos casos) y para los más pobres. Tales desafíos estructurales complementan los identificados en la política curricular prevista.

Las expectativas curriculares son estudiadas debido a su influencia en los tipos y calidades de oportunidades reales de aprendizaje en las aulas. Los currículos nacionales, los programas de estudio, los estándares y normas similares están destinados a identificar los objetivos de aprendizaje. Junto con herramientas como los libros de texto y otros recursos pedagógicos, y según lo que facilite el profesorado, tienen la intención de dar forma a las experiencias educativas.

Esta mirada a la política curricular muestra que los currículos prescritos de ALC comparten algunas prioridades importantes con los de otras partes del mundo, en particular en las áreas de aritmética y procedimientos de rutina. También hay evidencia de una innovación continua e importante en los currículos prescritos: esto puede verse, por ejemplo, en la inclusión de objetivos de aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos. Sin embargo, también hay indicios de desafíos importantes que enfrenta la educación matemática en la región, en particular con respecto a las oportunidades de aprendizaje que los currículos nacionales no pretenden brindar. Los siguientes son los desafíos más importantes y sus implicaciones políticas:

1. Toda la evidencia acerca del rendimiento en matemática de los alumnos de la región indica que no solo es inferior al rendimiento de otras regiones, sino que también se encuentra por debajo de las propias aspiraciones nacionales de los países, tal como se presentan en sus planes de estudio. Esto se puede abordar dando prioridad a la política curricular para promover mejores oportunidades de aprendizaje y un mayor rendimiento estudiantil.
2. En América Latina y el Caribe, el currículo prescrito de matemática es superficial en comparación con el contenido fundamental al que aspiran los países de mayor rendimiento. Se podría hacer un esfuerzo para incluir en los planes de estudios nacionales contenidos que han demostrado ser fundamentales para promover un mayor rendimiento en otros países. Las áreas de contenido prioritarias se identifican en este capítulo.
3. La superficialidad en el nivel de demanda cognitiva en el que los países de ALC pretenden que se enseñe y aprenda el contenido es evidente,

puesto que dicho nivel es claramente más bajo que el de los países de mayor rendimiento. Por lo tanto, los planes de estudio podrían mejorarse para promover niveles desafiantes de demanda cognitiva, como sucede en los países que tuvieron rendimientos más altos. Las áreas de prioridad específica se identifican en este capítulo.

4. Existe evidencia persistente de desigualdades estructurales en el rendimiento educativo relacionadas con la etnicidad y el género, junto a las que dependen de si los alumnos estudian en escuelas urbanas o rurales, privadas o públicas. Las expectativas para el aprendizaje de los alumnos, y los recursos para alcanzar tales expectativas, pueden abordar las desigualdades persistentes en la distribución de oportunidades para aprender en la región.

Es posible que afrontar los desafíos aquí diagnosticados constituya un gran desafío en sí mismo. Los críticos de la reforma curricular en la región afirman a menudo que los currículos actuales son demasiado completos y demasiado grandes para que los docentes puedan abordarlos en un año escolar. Sin embargo, la evidencia sigue mostrando que los planes de estudio en ALC intentan enseñar menos áreas de contenido y habilidades que los de países de mayor rendimiento fuera de la región. Quizás haya una apertura para enfoques de enseñanza innovadores, como el uso de computadoras, para enriquecer las oportunidades de aprendizaje de los alumnos.

El plan de estudios prescrito promueve y limita las oportunidades educativas de los alumnos, y esto es importante en la medida en que afecta lo que ellos aprenden. Cuando este capítulo examinó la evidencia sobre el aprendizaje de los alumnos en la región, también documentó algunas fortalezas y debilidades específicas. Hay pruebas que indican que los niveles promedio de rendimiento estudiantil en matemática de la escuela primaria están aumentando en toda la región. También hay evidencia de que, en este nivel de grado, las brechas de género en matemática son pequeñas y no favorecen sistemáticamente a los niños. Sin embargo, el estado general de los logros en matemática en la región es débil. Este capítulo y este libro se proponen, en general, describir enfoques basados en la evidencia para ayudar a los responsables de formular políticas, educadores y otras partes interesadas a enfrentar estos desafíos.

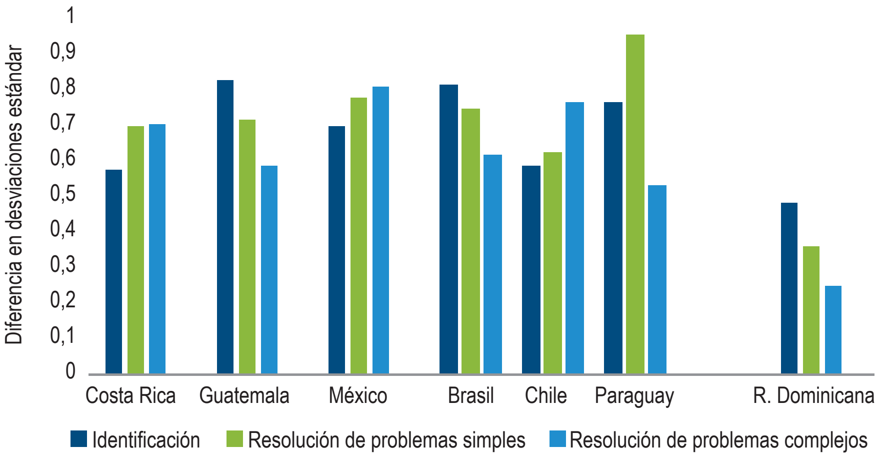
Anexo 3.1

CUADRO A3.1.1
RENDIMIENTO MATEMÁTICO EN TERCE DE SEXTO GRADO COMPARADO CON EL INB PER CÁPITA

País	TERCE (1)	INB per cápita (2)	Diferencia (2–1)
Chile	1	1	0
México	2	5	+3
Uruguay	3	2	–1
Costa Rica	4	7	+3
Perú	6	9	+3
Argentina	5	3	-2
Brasil	7	6	–1
Colombia	8	8	0
Ecuador	9	11	+2
Guatemala	10	13	+3
Honduras	11	15	+4
Panamá	12	4	–8
Nicaragua	13	14	+1
Paraguay	14	12	-2
República Dominicana	15	10	–5

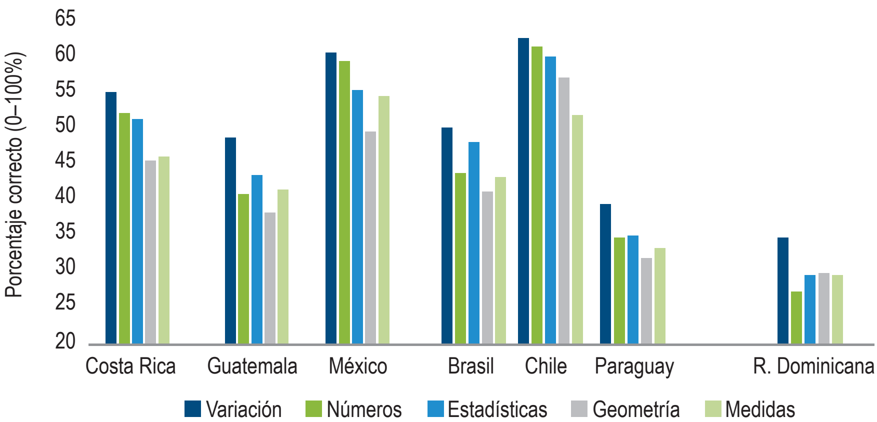
Fuente: TERCE (2013).
INB: Ingreso nacional bruto.

GRÁFICO A3.1.1
DIFERENCIAS ENTRE LOS QUINTILES SOCIOECONÓMICOS MÁS BAJOS Y MÁS ALTOS EN EL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO EN ESCUELAS URBANAS DE SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA, POR ÁREA COGNITIVA (EN DESVIACIONES ESTÁNDAR)



Fuente: TERCE (2013).

GRÁFICO A3.1.2
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN TERCE DE SEXTO GRADO EN ESCUELAS URBANAS DE SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA, POR ÁREA DE CONTENIDO (PORCENTAJE)



Fuente: TERCE (2013).

Referencias

Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA). 2009. Evaluación TIMSS 2007. Cambridge, MA: Centro Internacional de Estudios TIMSS & PIRLS, Lynch School of Education, Boston College.

Bahamas, Ministerio de Educación. 2010. Scope and Sequence: Primary School Mathematics Grades K-7. Nassau: Ministerio de Educación.

Biondi, R., Loboda, L. Vasconcellos y N. Menezes-Filho. 2012. Evaluating the Impact of the Brazilian Public School Math Olympics on the Quality of Education. *Economia: Journal of the Latin American and Caribbean Economic Association*. 12(2): 143–70.

Carnoy, M., J. Marshall y A. Gove. 2007. *Cuba's Academic Advantage: Why Students in Cuba Do Better in School.* Stanford, CA: Stanford University Press.

Carrasco, M. y F. Murillo Torrecilla. 2012. Learning Environments with Technological Resources: A Look at Their Contribution to Student Performance in Latin American Elementary Schools. *Educational Technology Research and Development*. 60(6): 1107–28.

CCSS (Common Core State Standards Initiative). 2010. Common Core State Standards for Mathematics. Washington, D.C.: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Disponible en http://corestandards.org/.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional. 2006. Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: guía sobre lo que los alumnos deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Cueto, S., C. Ramírez y J. León. 2006. Opportunities to Learn and Achievement in Mathematics in a Sample of Sixth Grade Students in Lima, Peru. *Educational Studies in Mathematics*. 62(1): 25–55. Disponible en: https://doi.org/10.1007/s10649-006-7922-2.

Del Río, M. y K. Strasser. 2013. Preschool Children's Beliefs about Gender Differences in Academic Skills. *Sex Roles*. 68(3/4): 231–38. Disponible en: https://doi.org/10.1007/s11199-012-0195-6.

El Salvador, Ministerio de Educación. 2008. Programa de Estudio: Tercer Grado, Educación Básica. San Salvador: Ministerio de Educación.

ICFES (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación). 2013. Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo TERCE: Análisis Curricular. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura – Oficina Regional para América Latina y el Caribe, Santiago.

Leder, G. 1992. Mathematics and Gender: Changing Perspectives. En: D. Grouws (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Co, Inc.

Mullis, I., M. Martin, G. Ruddock, C. O'Sullivan y C. Preuschoff. 2009. TIMSS 2011 Assessment Frameworks. Ámsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

Mullis, I., M. Martin, G. Ruddock, C. O'Sullivan, A. Arora y E. Erberber. 2005. TIMSS 2007 Assessment Frameworks. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA.

Mullis, I., M. Martin, y P. Foy. 2008. TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings Form IEA's Trend in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA.

Näslund-Hadley, E., A. Loera Varela y K. Ann Hepworth. 2014. What Goes on Inside Latin American Math and Science Classrooms: A Video Study of Teaching Practices. *Global Education Review*. 1(3): 110–28.

Ramírez, M. 2006. Understanding the Low Mathematics Achievement of Chilean Students: A Cross-National Analysis Using TIMSS Data. I*nternational Journal of Educational Research*. 45(3): 102–16.

Schmidt, W., C. McKnight, G. Valverde, R. Houang y D. Wiley. 1997b. *Many Visions, Many Aims: A* Cross-National *Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics. Volume 1.* Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Schmidt, W., C. McKnight, R. Houang, H Wang, D. Wiley, L. Cogan y R. Wolfe. 2001. *Why Schools Matter: A* Cross-National *Comparison of Curriculum and Learning.* San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Schmidt, W., C. McKnight, S. Raizen, P. Jakwerth, G. Valverde, R. Wolfe, E. Britton, L. Bianchi y R. Houang. 1997a. *A Splintered Vision: An Investigation of U.S. Science and Mathematics Education.* Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Sprietsma, M. 2012. Computers as Pedagogical Tools in Brazil: A Pseudo-Panel Analysis. *Education Economics*. 20(1): 19–32.

Survey of Mathematics and Science Opportunities. 1992. Document Analysis Manual. SMSO, East Lansing, MI.

UNESCO-OREALC. 2015. Primera Entrega de Resultados: Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura – Oficina Regional para América Latina y el Caribe, Santiago.

Valverde, G. 2000. Strategic Themes in Curriculum Policy Documents: An Exploration of TIMSS Curriculum Analysis Data. *International Journal of Educational Policy Research and Practice*. 1(2): 133–52.
Valverde, G. 2004. Curriculum Convergence in Chile: The Global and Local Context of Reforms in Curriculum Policy. *Comparative Education Review*. 48(2): 174–-01.
Valverde, G. y E. Näslund-Hadley. 2010. The State of Numeracy Education in Latin America and the Caribbean. Nota Técnica Núm. 85. Washington, D.C.: BID.
Valverde, G., L. Bianchi, R. Houang, W. Schmidt y R. Wolfe. 2002. *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation from Policy to Pedagogy in the World of Textbooks*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
Zambrano Jurado, J. 2013. Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia. *Sociedad y Economía*. 25 (julio): 205–35.

CAPÍTULO 4

¿Cuáles son los principales desafíos para aprender matemática en América Latina y el Caribe?

Jeffery H. Marshall (EdCaminos) y
M. Alejandra Sorto (Universidad Estatal de Texas)

Este capítulo analiza los desafíos para el aprendizaje de matemática en América Latina y el Caribe (ALC) a través de una revisión de la evidencia empírica que vincula los insumos y las prácticas en el aula con el rendimiento de los alumnos. La revisión se realiza bajo la guía de tres preguntas fundamentales. Primero, ¿cómo es el ambiente de enseñanza y aprendizaje de matemática en las escuelas primarias urbanas de la región? Segundo, ¿qué elementos parecen ser los más importantes para explicar las variaciones en el rendimiento estudiantil, y qué tan disponibles están estos insumos y procesos críticos en el aula promedio? Y, finalmente, ¿cómo varían las oportunidades educativas dentro de los países en función del estatus socioeconómico? El objetivo de la revisión es complementar otros capítulos de este libro, en los que se ha descrito cómo aprenden matemática los niños (capítulos 1 y 2) y se han expuesto los niveles reales de rendimiento estudiantil (segunda mitad del capítulo 3). En la medida de lo posible, la revisión se restringe a los grados primarios de escuelas urbanas, y también establece algunos vínculos tentativos con la cuestión más amplia de las soluciones de tecnología en matemática al incluir insumos como el uso de computadoras e Internet.

Hay que dejar en claro de antemano que este capítulo abarca una agenda ambiciosa. Las preguntas planteadas involucran cuestiones relacionadas con la causalidad y cómo los insumos y procesos específicos afectan directamente los niveles de rendimiento de los alumnos en matemática. Sin duda, existe una gran cantidad de evidencia sobre las covariables del logro de la matemática en ALC, tanto a nivel regional como nacional. Sin embargo, los diseños de investigación con características experimentales (o cuasi experimentales) son mucho menos comunes (McEwan 2015) y, como resultado, la capacidad de evaluar la evidencia sobre una base estrictamente causal es considerablemente reducida.

Para abordar las preguntas principales, este capítulo se basa en dos fuentes generales de información. La primera incluye datos del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), que proporciona una descripción empírica de los niveles de rendimiento estudiantil, los entornos de enseñanza y aprendizaje y los factores de antecedentes familiares en toda la región de ALC. El enfoque aquí se encuentra en la aplicación LLECE más reciente, el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), que se complementa con algunas variables particularmente útiles recopiladas solo en la aplicación anterior, el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE). Los datos de LLECE son valiosos por tres razones: 1) permiten realizar análisis específicos de matemática en las zonas urbanas utilizando muestras representativas de más de 16 países; 2) se pueden emplear para evaluar los problemas de equidad y la estratificación que existe dentro del sector urbano; y 3) incluyen una gama de preguntas sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que se pueden analizar como covariables de los niveles de rendimiento de los alumnos, incluidas algunas preguntas sobre el uso real de la tecnología en las aulas y en el hogar.

Sin embargo, a pesar del atractivo obvio de múltiples conjuntos de datos regionales en la revisión de matemática en la región, los datos de LLECE proporcionan una imagen bastante básica del entorno del aula en sí. En otras palabras, algunos de los componentes fundamentales que determinan la calidad de la enseñanza de matemática, como los diferentes tipos de conocimientos de la materia por parte de los maestros, y la interacción entre maestros y alumnos, están prácticamente ausentes. Esto, a su vez, requiere la consulta de una fuente de información muy distinta, compuesta principalmente por estudios individuales por país. Su inclusión permite llevar la discusión acerca de la calidad y la efectividad más allá de los tipos de variables comúnmente disponibles en grandes conjuntos de datos muestrales, pero hay algunas compensaciones con respecto a los datos de LLECE. Primero, estos estudios no son tan maleables como lo son los conjuntos de datos de LLECE en términos de presentar resultados solo para zonas urbanas, o comparar características a través de estratos socioeconómicos (u otros). En segundo lugar, los datos no siempre están vinculados con el rendimiento de los alumnos, lo que limita su alcance como indicadores de práctica efectiva basada en los resultados estudiantiles. También hay limitaciones en la generalización y, en el caso de los recursos más cualitativos, los resultados pueden provenir solo de algunas escuelas o aulas. Finalmente, algunos de estos estudios son externos a ALC y no siempre específicos de matemática.

Este capítulo primero proporciona una breve revisión de los datos de LLECE y los métodos incorporados para el análisis estadístico que se realiza específicamente para el capítulo. Las principales preguntas de investigación se abordan luego en tres secciones separadas que aspiran a componer una visión global de la enseñanza y el aprendizaje de matemática. Estas preguntas abarcan los insumos escolares y las características de los antecedentes del maestro, así como la capacidad docente y los procesos de enseñanza, e incluyen el uso de computadoras y tecnología. En la última sección se presentan las conclusiones.

4.1 Análisis de los datos del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación

El análisis de los datos de LLECE primero involucró una revisión de los instrumentos de las encuestas TERCE (2013) y SERCE (2006) para identificar las variables de alumnos, familias, docentes y escuelas en varias categorías (aportes de la escuela, características del maestro, etc.).[1] Luego, cada variable se agregó (individualmente) a una ecuación de regresión multivariable[2] que incluía una serie de variables de control de alumnos, familias y comunidades frecuentemente analizadas.[3] Esto se hizo solo para alumnos

[1] Para más información sobre estas evaluaciones y la descarga de datos, véase http://www.unesco.org/new/en/santiago/education/education-assessment-llece/.

[2] Los resultados presentados se basan en una regresión de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) con datos ponderados y errores estándar corregidos por clústeres por aula. Para el TERCE, la variable dependiente no es una sola medida de rendimiento académico, sino más bien cinco valores plausibles generados con la teoría de respuesta de ítem, o *item response theory* (IRT). Esto requiere una especificación modificada que promedia los valores de los coeficientes a través de cinco variables dependientes. Se obtuvieron estimaciones utilizando efectos fijos por escuela (lo cual fue solo posible en SERCE, ya que en TERCE se recogió información de una sola aula por escuela), así como efectos aleatorios conocidos con el nombre de modelos lineales jerárquicos, *hierarchical linear modeling* (HLM). Los resultados de estas extensiones estadísticas son similares a los resultados de MCO, aunque en la mayoría de los casos las variables seleccionables son menos probables para ser estadísticamente significativas en las especificaciones con efectos fijos o HLM.

[3] Las variables incluidas en todos los modelos son las siguientes (con TERCE o SERCE indicado entre paréntesis cuando la variable es específica para ese año de la

de sexto grado de escuelas urbanas (públicas y privadas combinadas). Los resultados para cada variable se resumieron luego utilizando una tabla de frecuencia basada en tres categorías: estadísticamente significativa ($p \leq 0{,}05$) y positiva, significativa y negativa, e insignificante.

El resultado del análisis de regresión es extenso: se seleccionaron más de 100 variables individuales de TERCE y SERCE, y cada una se incluyó en hasta 16 regresiones específicas por país para alumnos de sexto grado urbanos. Las variables que se presentan en este capítulo se seleccionaron principalmente en función de su aplicabilidad a un dominio específico, y su posible relevancia como herramientas de políticas, y no en función de su importancia o como factor predictivo del rendimiento de los alumnos en matemática (véase UNESCO, 2008 y 2015, para revisiones más completas). Esta estrategia de reducción de datos se basa en una larga línea de revisiones de meta-estilos en educación que toman un grupo de estudios cuantitativos existentes y resumen los predictores más importantes (e insignificantes) del rendimiento de los alumnos (Fuller y Clarke 1994; Glewwe et al. 2011). La contribución de este capítulo a la literatura sobre rendimiento en matemática es una revisión actualizada y sistemática de un extenso conjunto de variables independientes que son específicas para una región en particular (ALC), y el uso de una única fuente de datos (LLECE) ofrece algunas ventajas. Primero, los resultados para las variables individuales son más fáciles de comparar, ya que cada una se agrega individualmente al mismo modelo de regresión estándar en todos los países. En segundo lugar, al evaluar los resultados basados en todas las estimaciones y en todos los países, se evita el tipo de sesgo de publicación que es inherente a los meta-resúmenes de los análisis estadísticos que se basan exclusivamente en la investigación publicada.

4.2 Insumos escolares "básicos" y características de los maestros

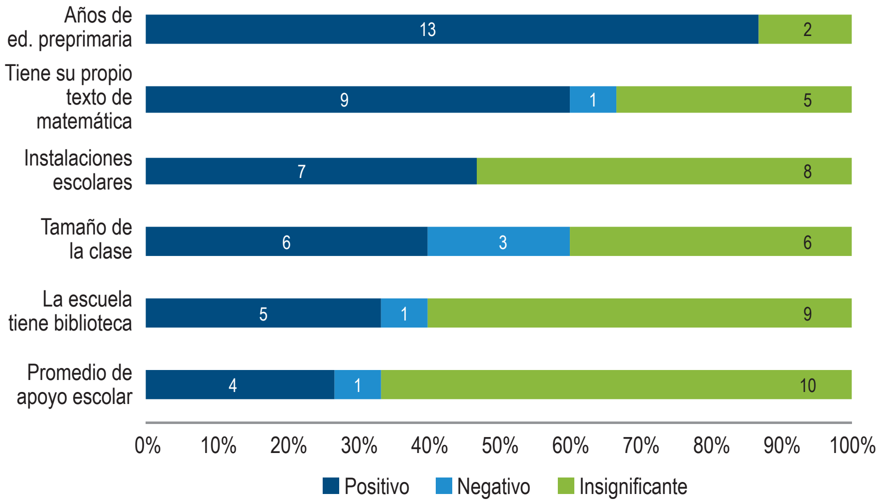
4.2.1 Insumos escolares y clima escolar

El gráfico 4.1 resume los resultados del análisis estadístico de algunos de los instrumentos de políticas más comúnmente citados para mejorar el

encuesta solamente): edad y sexo del alumno; el alumno nunca ha repetido un grado; controles para el idioma hablado en el hogar; situación laboral del niño; tasa de personas con respecto a las habitaciones del hogar (SERCE); situación socioeconómica individual del alumno basada en las posesiones y los servicios del hogar; educación parental tomada del cuestionario individual de los padres (TERCE); promedio de la escuela para la medida socioeconómica; y control de una escuela privada.

GRÁFICO 4.1

RESUMEN DE LOS PREDICTORES DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO DE ACUERDO CON EL TERCE 2013: INSUMOS E INFRAESTRUCTURA

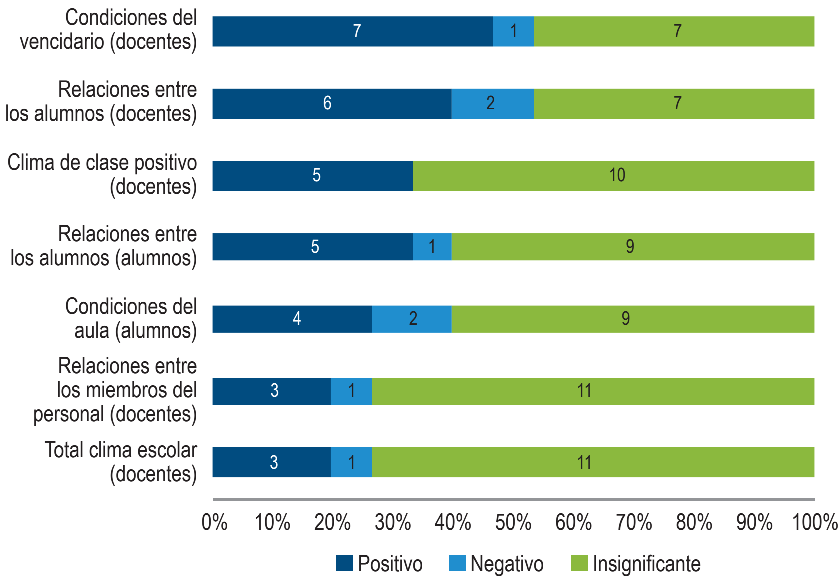


Fuente: TERCE (2013).

Nota: Todos los resultados se basan en análisis de regresión específicos de cada país (15 en total) con datos ponderados para alumnos urbanos; véase el texto principal para obtener más detalles sobre el modelo de regresión. Los números en las barras se refieren a la cantidad de países. “Años de educación preprimaria” es la asistencia total a preprimaria entre 0 y 6 años, según los padres. “Tiene su propio texto de matemática” = 1 si los alumnos tienen su propio libro de texto de matemática, y = 0 si carecen de él o comparten un libro con otros alumnos. “Instalaciones escolares” es el porcentaje de 11 instalaciones (por ejemplo, la oficina del director, la sala de computadoras, etc.) que están presentes en la escuela, según el director de la institución. “Tamaño de la clase” corresponde a la cantidad de alumnos que rindieron el examen, de modo que no tiene en cuenta a los alumnos ausentes el día de la visita. “La escuela tiene biblioteca” = 1 si la escuela tiene biblioteca, y = 0 si carece de ella (según el director de la institución). “Promedio de apoyo escolar” es el porcentaje de nueve servicios de soporte disponibles en la escuela (por ejemplo, programa de alimentación, prevención de la violencia, etc.).

rendimiento estudiantil en los países en desarrollo. Estos incluyen indicadores del clima escolar ligados a la forma en que los alumnos se relacionan entre sí y con los maestros, la manera en que se relacionan los docentes con otros docentes y el grado de apoyo que sienten en la escuela, y medidas sobre la seguridad y las condiciones del vecindario. Los números se refieren a los resultados de regresión de cada país: por ejemplo, la asistencia a la educación preprimaria es un predictor positivo (y significativo) del rendimiento de los alumnos en matemática en 13 de los 15 países analizados. Los resultados muestran que concurrir a preprimaria, tener un libro de texto propio de matemática y la infraestructura escolar son factores predictivos

GRÁFICO 4.2
RESUMEN DE LOS PREDICTORES DE RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO DE ACUERDO CON EL TERCE 2013: CLIMA EN EL AULA, LA ESCUELA Y EL VECINDARIO



Fuente: TERCE (2013).
Nota: Todos los resultados se basan en análisis de regresión específicos del país (15 en total) usando datos ponderados para alumnos urbanos; véase el texto principal para más detalles sobre el modelo de regresión. Los números en las barras se refieren a la cantidad de países. La fuente de los datos se menciona entre paréntesis. Todas las variables son promedios para una serie de preguntas basadas en tres o cuatro escalas de categorías. Cuando fue necesario, las escalas se han recodificado para que todas fuesen positivas (es decir, los valores más altos para todas las variables reflejan un mejor clima). Las medidas informadas por los alumnos y los padres se promedian a nivel escolar.

significativos del rendimiento de los alumnos en aproximadamente la mitad (o más) de los países (consúltense las notas de los gráficos 4.1–4.3 para las definiciones de las variables). En cuanto al tamaño de la clase, los resultados muestran que las clases más grandes en realidad se asocian positivamente con el rendimiento en las escuelas urbanas en el análisis de regresión en seis países, y negativamente (y son significativas) en solo tres países. Este resultado bastante sorprendente es un recordatorio de las limitaciones de la encuesta con muestras grandes para identificar, con certeza, lo que realmente importa para elevar los niveles de rendimiento de los alumnos. Este tema se vuelve a tratar varias veces en el capítulo.

El gráfico 4.2 continúa con el clima escolar. A los alumnos, maestros y padres de TERCE se les hicieron preguntas sobre diferentes aspectos del clima escolar, y todas las variables se han recodificado para que las puntuaciones positivas indiquen condiciones más favorables. Los resultados señalan que las condiciones informadas por los padres y los maestros se asocian positivamente con los niveles de rendimiento de los alumnos en matemática en más de la mitad de los países. Este vínculo un tanto tentativo resalta la importancia potencial del clima escolar para una amplia gama de procesos de escolarización, y con la propagación de la violencia en algunas áreas de ALC, este problema está adquiriendo una influencia aún mayor (Banco Mundial 2011). Las condiciones informadas por los alumnos se asocian de manera menos consistente con los logros, aunque se debe tener en cuenta que cuando se analizan como medidas de los alumnos a nivel individual, en lugar de como un promedio en el aula, las mejores condiciones predicen de manera coherente un mayor rendimiento.

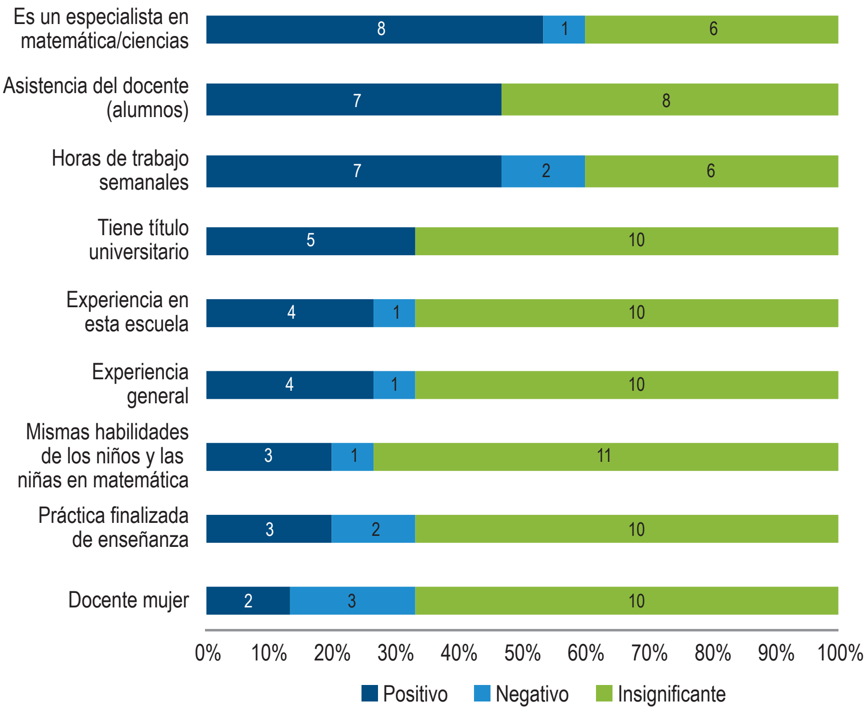
4.2.2 Características de los antecedentes de los maestros

Existe una fuerte creencia en el ámbito de la investigación educativa y en los círculos de políticas de que "los maestros importan". Este simple dicho es popular incluso en países relativamente ricos donde los niños tienen acceso a múltiples recursos de aprendizaje (OCDE 2005; Hanushek y Rivkin 2012; Rivkin, Hanushek y Kain 2005), por lo que hay una razón adicional para enfocarse en los maestros en contextos donde los niños están expuestos a pocas oportunidades de aprendizaje fuera de las cuatro o cinco horas diarias que pasan en la escuela. Pero ¿qué es exactamente lo que hace que algunos maestros sean más efectivos que otros?

La revisión de la efectividad de los maestros comienza en el gráfico 4.3, con los resultados de la regresión del TERCE para un grupo de indicadores de formación, experiencia y capacitación. Solo cuatro variables son factores predictivos significativos de un mayor rendimiento en matemática de los alumnos en cinco o más países: el maestro es un especialista en matemática o ciencias, asiste regularmente al aula (según informan sus alumnos), informa que trabaja más horas a la semana, y tiene un título universitario. La experiencia docente no se asocia sistemáticamente con los niveles de rendimiento del alumno; esta variable se analizó con más detalle para probar la hipótesis de que la experiencia es especialmente importante en etapas particulares de la carrera de un maestro (como en los primeros años; véanse Chetty, Friedman y Rockoff 2014; Ost 2014; Rice 2003). Estos resultados tampoco apuntaban a un patrón claro en los países del TERCE.

Uno de los puntos a enfatizar en esta revisión es la equidad, por lo que una pregunta particularmente destacable es cómo se distribuyen los predictores potencialmente importantes del rendimiento de los alumnos

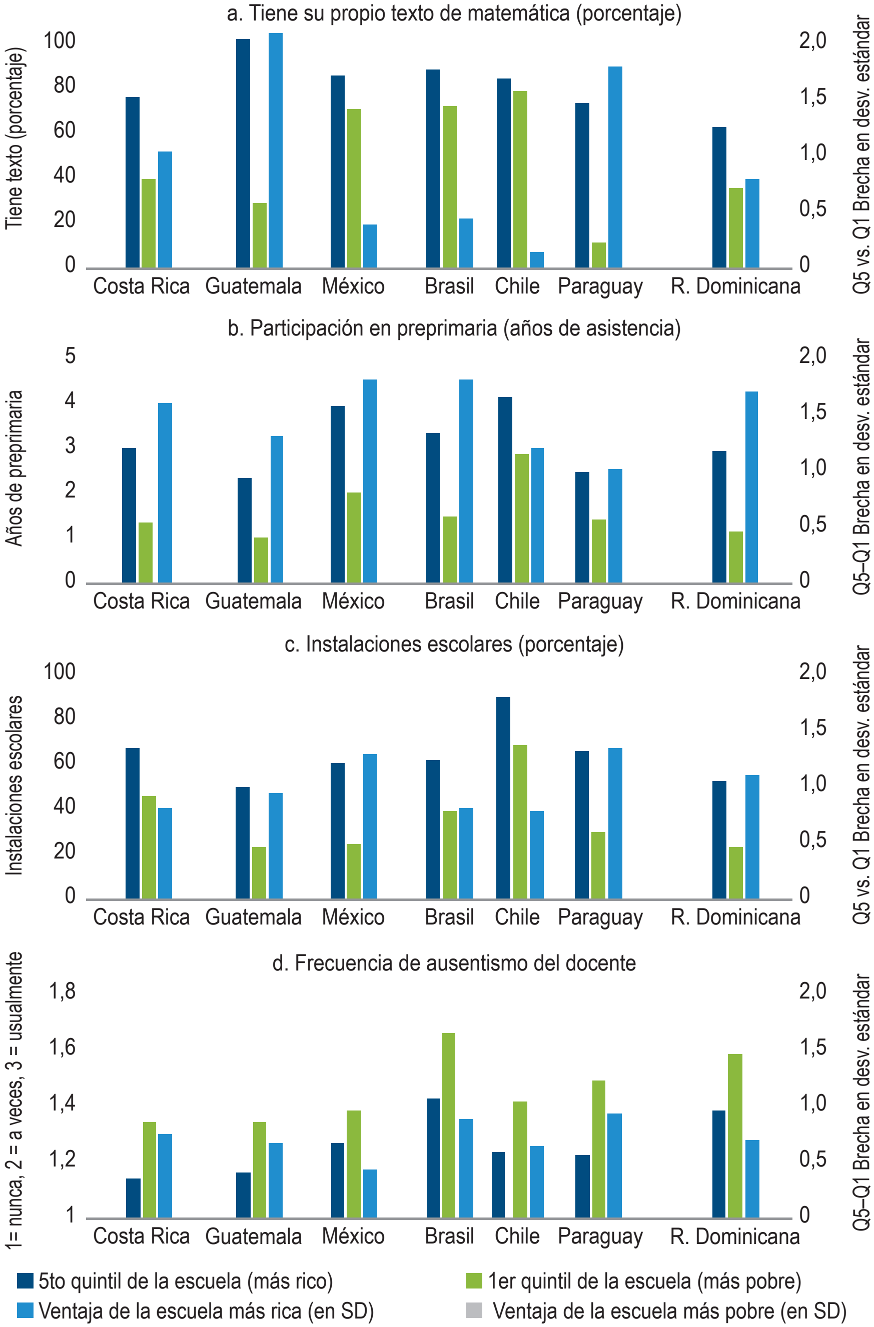
GRÁFICO 4.3
RESUMEN DE LOS PREDICTORES DEL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA EN SEXTO GRADO DE ACUERDO CON EL TERCE 2013: CARACTERÍSTICAS DE LOS ANTECEDENTES DEL MAESTRO



Fuente: TERCE (2013).
Nota: Todos los resultados se basan en análisis de regresión específicos del país (15 en total) con datos ponderados para alumnos urbanos. Véase el texto principal para más detalles sobre el modelo de regresión. Los números en las barras se refieren a la cantidad de países. Todas las variables se han obtenido de los cuestionarios a los maestros. "Es un especialista en matemática/ciencias" = 1 si el maestro informa su especialización en dichas asignaturas, 0 = es un maestro de asignaturas generales u otras. La "asistencia del maestro" es un promedio en el aula basado en los informes de los alumnos sobre la frecuencia con que se ausenta el maestro (1 = a menudo, 2 = a veces, 3 = nunca). "Horas de trabajo semanales" se refiere a las horas de trabajo en esta escuela (informadas por el maestro). "Tiene título universitario" = 1 si la educación es de nivel universitario o de posgrado, 0 = inferior a la universidad. "Experiencia en esta escuela" y "Experiencia en general" se miden en años completos. "Mismas habilidades de los niños y las niñas en matemática" = 1 si el maestro indicó que no hay diferencia en las habilidades matemáticas por género, 0 = si el maestro señaló que los niños o las niñas eran mejores en matemática. "Práctica finalizada de enseñanza" = 1 si es así, 0 = no se completó.

dentro de los países y entre ellos. El gráfico 4.4 proporciona un resumen detallado de cinco de los factores predictivos más consistentemente significativos del rendimiento estudiantil de los gráficos 4.1–4.3. Para cada variable se presenta el promedio para las escuelas más ricas (quintil 5) y

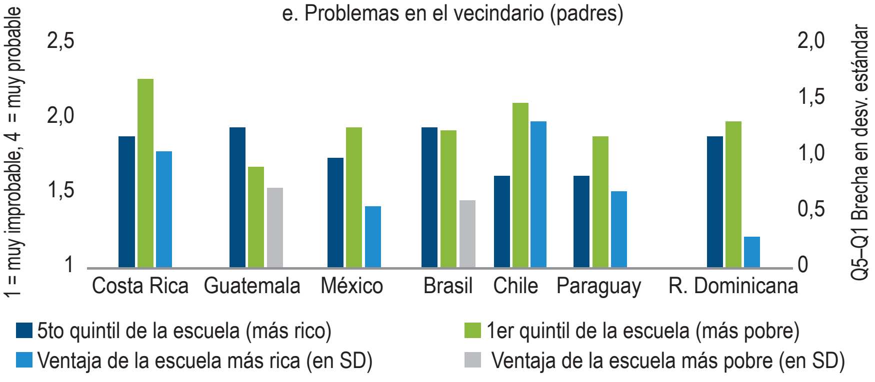
GRÁFICO 4.4
COMPARACIONES DE EQUIDAD DE VARIABLES SELECCIONADAS EN EL TERCE DE 2013 EN SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA



(continúa en la página siguiente)

GRÁFICO 4.4 *(continuación)*

COMPARACIONES DE EQUIDAD DE VARIABLES SELECCIONADAS EN EL TERCE DE 2013 EN SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA



Fuentes: TERCE (2013) y estimaciones propias.
SD: desviaciones estándar.

las más pobres (quintil 1), y junto a estos dos promedios se encuentra la “brecha” entre las escuelas Q5 y Q1 (véase la barra gris), que se mide en desviaciones estándar en el eje vertical de la derecha.[4] Esto se efectúa para siete de los 15 países del TERCE: en la región de Centroamérica/México y en la región de América del Sur, las agrupaciones consideran un país (relativamente) de puntaje alto (Costa Rica, Chile), un país de puntaje bajo (Guatemala, Paraguay), y el país más grande de cada región (México, Brasil). República Dominicana también se incluye como representante de la región del Caribe, que en el TERCE no contiene a Cuba.[5]

Los resultados del gráfico 4.4 confirman la presencia de grandes brechas por clase social en ALC, incluso cuando las comparaciones se

[4] El uso de desviaciones estándar facilita la comparación de las diferencias entre variables que utilizan escalas de medición diferentes. Por ejemplo, en Paraguay, el porcentaje de niños que poseen sus propios libros de texto de matemática en escuelas pobres (quintil 1) es muy inferior al promedio de escuelas del quintil 5, y la diferencia es de aproximadamente 1,5 desviaciones estándar (véase el panel A del gráfico 4.4). Esta diferencia (1,5 desviaciones estándar) es similar en magnitud a la diferencia en el número de años de asistencia a la educación preprimaria entre los alumnos del quintil 1 y del quintil 5 en Brasil (véase el panel B del gráfico 4.4.)

[5] Dado el alto rendimiento de Cuba en iniciativas anteriores de recopilación de datos del LLECE, esta omisión es significativa pero inevitable; los lectores pueden consultar informes anteriores del LLECE (UNESCO 2008) y otras fuentes secundarias (Carnoy, Gove y Marshall 2007) para obtener más información sobre el desempeño cubano.

restringen a zonas urbanas. Las diferencias de las desviaciones estándar entre los quintiles 1 y 5 son sustanciales, de un orden de 1 desviación estándar o más; nótese que la escala para las desviaciones estándar es 0–2,0 (lado derecho de todas las figuras), por lo que las barras grises que parecen pequeñas pueden indicar brechas bastante grandes. La participación en preprimaria es especialmente desigual, ya que los alumnos de sexto grado de familias urbanas ricas pasan en todos los casos más de un año adicional en algún tipo de institución preprimaria, en comparación con sus contrapartes del quintil 1. También existen grandes brechas en cuanto a tener su propio libro de texto de matemática y en cuanto a la infraestructura escolar. Además, el gráfico 4.4 revela algunas diferencias amplias entre los países en cuanto la prestación de servicios escolares. Finalmente, los resultados de las ausencias docentes (según los alumnos) y, en menor medida, las condiciones del vecindario (según los padres) no sugieren problemas generalizados: los promedios de los países están todos por debajo del punto medio de la escala ("a veces" el maestro está ausente y los problemas del vecindario son "improbables"). Sin embargo, hay algunas brechas destacables entre las escuelas de los quintiles 1 y 5, lo que sugiere que estos problemas se concentran en un número relativamente pequeño de escuelas urbanas.

¿En qué medida las diferencias en el gráfico 4.4 son atribuibles a la presencia de escuelas privadas en zonas urbanas? Un análisis separado (no presentado) se limitó únicamente a las escuelas públicas urbanas. Los resultados muestran que todavía existen brechas considerables, ya que casi la mitad de las comparaciones muestran ventajas de una escuela rica de 0,50 desviaciones estándar o más. Sin embargo, en tres países (Guatemala, Chile y Paraguay) las diferencias solo de las públicas son mucho menores, lo que sugiere que la desigualdad urbana en estos países es principalmente resultado de diferencias existentes entre los sectores público y privado.

4.2.3 Resumen

En general, los resultados de esta sección confirman la importancia de garantizar que todos los niños tengan acceso a un conjunto básico de insumos escolares y condiciones de aprendizaje (y oportunidades). En la realidad, estos no son verdaderamente elementos básicos, ya que es probable que la infraestructura escolar, la asistencia de los maestros, el acceso a la educación preprimaria y las condiciones del vecindario estén entrelazados con realidades socioeconómicas contextuales, administrativas e institucionales potencialmente complejas. Por lo tanto, las brechas resultantes por clase social no son de extrañar, y sirven como un fuerte recordatorio de la necesidad de políticas focalizadas que aborden temas de igualdad, incluso cuando las comparaciones se limitan a escuelas urbanas (públicas). Los resultados de esta sección también son notables por el número de variables que constituyen predictores insignificantes del rendimiento en matemática en sexto grado en el TERCE. Los resultados inconsistentes e incluso sorprendentes para variables como la formación docente, la certificación y el tamaño de la clase no son inusuales en los análisis de encuestas de grandes muestras del mundo en desarrollo (Fuller y Clarke 1994; Glewwe et al. 2011). Incluso en contextos industrializados como el de Estados Unidos, donde estos vínculos estadísticos pueden examinarse utilizando diseños longitudinales más potentes, la evidencia está lejos de ser concluyente, o los tamaños del efecto son relativamente pequeños (Wayne y Youngs 2003; Nye, Konstantopoulos y Hedges 2004). El hecho de que variables como la formación docente, la capacitación y los indicadores de recursos no sean factores fiables para predecir el rendimiento de los alumnos y, por extensión, instrumentos de políticas plausibles para mejorar los resultados y reducir la desigualdad, ha brindado un gran impulso a los investigadores para profundizar en su línea de investigación acerca de los procesos actuales de enseñanza y aprendizaje. La siguiente sección examina algunos indicadores relacionados con estos procesos.

4.3 Capacidad de los maestros

El objetivo de las siguientes dos secciones es ir más allá de los antecedentes básicos de los maestros (experiencia, educación) e identificar las características de su trabajo que son especialmente importantes para el aprendizaje de los alumnos en matemática. Hay dos elementos generales que revisten particular interés. El primero es lo que aquí se menciona libremente como la capacidad del maestro para enseñar matemática, lo que incluye varios dominios del conocimiento docente. El segundo (que se presenta en la sección 4.4) se refiere a las prácticas de enseñanza, que abarcan una gran cantidad de acciones del maestro que en conjunto ayudan a decidir su grado de eficacia.

Lo que interesa en esta revisión es describir la amplia gama de acciones docentes que se despliegan en las clases de matemática de América Latina y el Caribe, es decir: lo "bueno y lo malo", en lugar de centrarse en el trabajo de maestros modelo que parecen ser especialmente eficaces. Este enfoque coincide con la creencia de que la capacidad y las acciones de los maestros en el aula deben considerarse como resultados sistémicos, y no simplemente como una colección de resultados individuales. Esto también significa tener en cuenta de qué modo los resultados de la enseñanza se ven afectados por factores institucionales como la capacitación previa y los regímenes de preparación, las actividades de apoyo en la escuela y las estructuras de incentivos y supervisión.

4.3.1 Efectividad docente y factores relacionados

Una revisión detallada de los elementos de apoyo y reclutamiento de los maestros está fuera del alcance de este capítulo, y los vínculos directos entre estas características sistémicas y los niveles de matemática de los alumnos no son fáciles de establecer (para una revisión reciente de esta evidencia en ALC, véase Bruns y Luque, 2014). Pero dado su potencial para afectar directamente los aspectos de la capacidad docente y las prácticas de enseñanza que se incluyen en esta revisión, dichas características merecen cierta atención. Los estudios internacionales de sistemas efectivos, es decir, países con maestros muy capaces y altas calificaciones en exámenes internacionales de matemática, han identificado algunas características fundamentales del éxito: 1) implementar políticas que hagan de la enseñanza una carrera atractiva y facilitar el reclutamiento de alumnos con alta capacidad, dentro de lo cual se incluye que la paga de los maestros de matemática esté a la par de científicos e ingenieros; 2) alentar a los alumnos de las carreras docentes y a los maestros en formación a integrar el contenido y la preparación pedagógica, exponiéndolos a situaciones de aula donde se esté produciendo tal integración (AMTE 2013); 3) establecer altos estándares para los programas de formación docente, así como para ingresar a la profesión docente después de la graduación; y 4) centrarse en desarrollar e implementar mecanismos sólidos de garantía de calidad en todo el sistema (Ingvarson et al. 2013: 5–6; Carnoy et al. 2009; Bruns y Luque 2014).

¿Cómo se comparan los sistemas educativos de ALC con este modelo idealizado? Para el reclutamiento y el pago, la evidencia es mixta, ya que los salarios generales de los maestros son más bajos que los de profesionales similares (Mizala y Ñopo 2014), aunque algunos estudios muestran que la comparación es favorable si se hace por hora trabajada (Carnoy et al. 2009; Bruns y Luque 2014). En términos de preparación, hay evidencia de fragmentación: la preparación del contenido matemático es proporcionada por los departamentos de matemática, y la preparación pedagógica por los departamentos de educación, con pocos vínculos. Existe una tendencia a preparar maestros de nivel primario con un curso correctivo de "repaso" de matemática que no alcanza el tipo de contenido especializado ni el conocimiento pedagógico que necesitan para ser efectivos, incluso cuando trabajan con alumnos jóvenes (Rosario, Scott y Vogeli 2015). Hay un uso relativamente limitado de la enseñanza práctica y del aprendizaje experimental como parte de la preparación docente (UNESCO 2012), y los programas de preparación y las oportunidades de desarrollo profesional ofrecen muy poca exposición a prácticas efectivas de enseñanza de la matemática que involucren a los alumnos y faciliten el aprendizaje (uso de diagramas visuales, representaciones, discusión sobre diferentes métodos y soluciones, etc.) (Luschei y Sorto 2010; Sorto y Luschei 2010; Sáenz y Lebrija 2014). Finalmente, varios investigadores expresan preocupación porque los mecanismos de garantía de calidad y apoyo son inadecuados, ya que los maestros suelen estar aislados en sus aulas, tienen pocas oportunidades para mejorar sus prácticas y trabajan en entornos donde no existe la responsabilidad y hay poca presión para maximizar el uso del día escolar, o incluso para ir a trabajar todos los días (Vegas y Umansky 2005; Bruns y Luque 2014).

Pocos sistemas en el mundo tienen todas las características de calidad básicas en su lugar, por lo que los tipos de problemas encontrados en ALC no son inusuales. Sin embargo, ayudan a explicar los tipos de problemas que revelan los análisis empíricos de los entornos de enseñanza y aprendizaje de la región, que constituyen el tema de la siguiente sección.

4.3.2 Capacidad docente

La capacidad docente abarca potencialmente todo lo que un maestro sabe y puede hacer. Las secciones que siguen se centran en tres dominios específicos de conocimiento docente: conocimiento del contenido matemático, conocimiento de la enseñanza especializada en matemática y diseño de clases (o tareas) cognitivas.

Conocimiento del contenido matemático

No hay duda de que los maestros deben estar familiarizados con el tema que están enseñando, aunque la base de investigación para esta afirmación es sorprendentemente frágil. La evidencia que existe a nivel internacional abarca sobre todo ALC, donde unos pocos estudios han demostrado que los niveles más altos de conocimiento del contenido de matemática de los maestros están asociados con los puntajes más altos en matemática de los alumnos (Harbison y Hanushek 1992; Mullens, Murnane y Willett 1996; Santibañez 2006; Marshall 2009; Marshall y Sorto 2012; Metzler y Woessman 2012; Guadalupe, León y Cueto 2013). El conocimiento del contenido matemático que se está enseñando, especialmente en la escuela primaria, puede parecer una medida muy básica de la capacidad. Pero incluso estas habilidades mínimas no deben ser dadas por sentado, especialmente en los contextos más pobres. Por ejemplo, Harbison y Hanushek (1992) encontraron maestros de escuela primaria en zonas rurales del noreste de Brasil que obtuvieron calificaciones más bajas en sus exámenes de matemática que sus alumnos. Los maestros también necesitan adquirir mayores niveles de contenido que los que están enseñando.[6] Cuando los maestros entienden la matemática más allá del nivel que enseñan, están mejor equipados para abordar el trabajo diario de la enseñanza en esta asignatura, y pueden —por ejemplo— detectar y anticipar errores y conceptos erróneos de los alumnos (Marshall y Sorto 2012).

Con la creciente profesionalización de la profesión docente, resultados como los encontrados por Harbison y Hanushek hace 20 años en el Brasil rural son cada vez menos probables. Sin embargo, hay razones para preocuparse por los niveles de conocimiento del contenido que tienen los maestros de ALC. Por ejemplo, el Estudio Plurinacional de Formación y Desarrollo del Profesorado en Matemáticas (TEDS-M, por sus siglas en inglés) muestra que los docentes chilenos de matemática en formación previa al servicio obtuvieron el segundo nivel de conocimiento de contenido matemático promedio de 13 países del mundo, con calificaciones más bajas que los países relativamente más pobres, como Filipinas y Botsuana (gráfico A4.1.1 del anexo 4.1). Guadalupe, León y Cueto (2013) observaron que las calificaciones de los maestros peruanos de primaria en un examen de matemática de sexto grado (desde 2004) se distribuyeron normalmente, y que las brechas entre los docentes de las escuelas y los sectores público y privado eran aproximadamente de la misma magnitud que las brechas de aprendizaje entre los alumnos en estas categorías (Guadalupe, León y Cueto 2013, tabla 12).

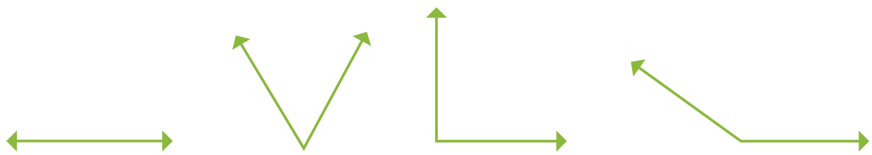
Las tablas de la liga internacional y las comparaciones de promedios dentro del país son ciertamente útiles, pero ¿cómo se ve realmente en la práctica el bajo nivel de conocimiento docente? El gráfico 4.5 presenta dos preguntas que se les hicieron a los docentes de primaria y secundaria en un estudio comparativo realizado en Costa Rica y Panamá (véase Carnoy et al., 2007, para más detalles). La pregunta 1 es un elemento muy

[6] En sus informes de 2001 y 2012 (“The Mathematical Education of Teachers”, la Conference Board of the Mathematical Science, American Mathematical Society y la Mathematical Association of America recomiendan “un dominio completo de la matemática que supere en varios grados lo que espera enseñar, así como de la matemática de grados anteriores” (CMBS 2001, 2012).

GRÁFICO 4.5
EJEMPLOS DE PREGUNTAS DE CONTENIDO MATEMÁTICO DE PANAMÁ Y COSTA RICA

Pregunta 1 (nivel = grado 3): ¿Cuál de los siguientes ángulos es obtuso?

a) b) c) **d)**



Pregunta 2 (nivel: grado 7): los alumnos de cuarto grado estaban cortando cuatro cintas.
La cinta amarilla mide 3,2 metros, la azul 3,18 metros, la roja 3,5 metros y la verde 3,09 metros.
La cinta más larga es:

a) Azul **b) Roja** c) Verde d) Amarilla

Fuente: Sorto et al. (2009).

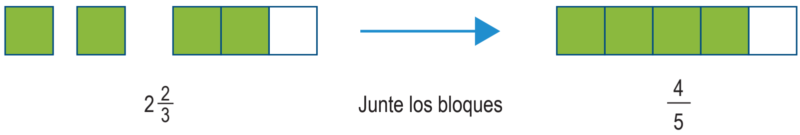
básico relacionado con la geometría del nivel de primaria, mientras que la pregunta 2 se toma del plan de estudios de los primeros años de secundaria. Los autores observaron que cerca del 20% de los maestros de primaria de la muestra de Panamá respondió incorrectamente la pregunta 1 y otro 10% dejó el tema en blanco. Dentro de esta misma muestra, solo el 41% de los maestros de primaria de Panamá respondió la pregunta 2 correctamente. Por el contrario, en Costa Rica, donde los maestros reciben considerablemente más preparación previa (Sorto y Luschei 2010) y los alumnos tienen puntuaciones mucho más altas en los exámenes (véanse los resultados de SERCE y TERCE), los niveles de conocimiento del contenido por parte de los maestros son mucho más elevados: un 91% y un 80% de los maestros de primaria respondió de forma correcta las preguntas 1 y 2, respectivamente.

Conocimiento pedagógico del contenido

Resultados como los relacionados con el gráfico 4.5 resaltan el imperativo de evitar suposiciones sobre lo que saben los maestros de las aulas de la escuela primaria. Mientras tanto, el conocimiento del contenido debe ser tratado como un elemento necesario, pero no suficiente, de la capacidad y efectividad del maestro. En los últimos 20 años, la investigación sobre el conocimiento de los maestros, principalmente en Estados Unidos, ha producido pruebas convincentes de que los docentes necesitan conocer la matemática de una manera que esté especializada en su trabajo (Shulman 1986; Ma 1999; Hill, Ball y Schilling 2008). Este conocimiento especializado,

GRÁFICO 4.6
EJEMPLO DE CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO, ÍTEM 1

Arnoldo dice que $2\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$ y usa la figura de abajo para demostrar su afirmación. ¿Por qué su razonamiento no es correcto? No se limite a convertir $2\frac{2}{3}$; Explique al alumno qué tiene de malo su razonamiento.



Fuente: Sorto et al. (2009).

o conocimiento de contenido pedagógico,[7] se encuentra en la intersección de tres dominios de conocimiento general: el conocimiento pedagógico, el conocimiento de contenido matemático de cuya enseñanza es responsable el maestro y el conocimiento matemático que supere esto en al menos un nivel (Sorto et al. 2009; Carnoy et al. 2007).

El gráfico 4.6 ilustra cómo este conocimiento es diferente del utilizado para profesiones ajenas a la educación.

El problema que se muestra en el gráfico 4.6 no es tan fácil como parece, y solo el 32% de los maestros encuestados proporcionó una respuesta correcta a un problema de este tipo (Carnoy et al. 2007). Primero, el maestro necesita saber la fuente del error y luego encontrar una manera efectiva de comunicar al alumno por qué su propia representación conduce a la respuesta incorrecta. Aquí es donde las diferentes formas de conocimiento se juntan: el alumno está utilizando el mismo bloque sombreado para representar tres cantidades diferentes (una unidad, un tercio de una unidad y una quinta parte de una unidad), lo que involucra conocimiento de la matemática. Esta identificación es necesaria pero no suficiente para ayudar a Arnoldo a comprender por qué su razonamiento es incorrecto. Reconocer que el alumno sabe cómo representar números racionales (la unidad de referencia subyacente del alumno para cada cantidad aislada coincide con la representación), y cómo modelar el

[7] Hill, Ball y Shilling (2008) definen el conocimiento del contenido pedagógico como un componente de una construcción más amplia llamada "conocimiento matemático para la enseñanza", que incluye el conocimiento de la materia como un segundo dominio. En su descipción, el conocimiento del contenido pedagógico constituye el conocimiento del contenido y de los alumnos, el conocimiento del contenido y pedagogía, y el conocimiento del currículo.

algoritmo de conversión en base a lo que él o ella sabe, es una mezcla de matemática y conocimiento pedagógico, en particular la comprensión del pensamiento del alumno y la comprensión matemática de por qué funciona el algoritmo.

La evidencia de algunos estudios a gran escala en países de ALC sugiere que el conocimiento del contenido pedagógico puede medirse y que esta forma de capacidad está asociada con la exposición a altos niveles de contenido matemático (Sorto et al. 2009; Marshall y Sorto 2012; Cueto et al. 2016; Varas et al. 2013). Por ejemplo, Varas et al. (2013) desarrollaron un instrumento que mide un aspecto del conocimiento del contenido pedagógico examinado por Hill, Ball y Shilling (2008) en Estados Unidos. Varas et al. (2013) midieron el "conocimiento del contenido y los alumnos" entre 83 docentes en servicio y 156 docentes en preparación (niveles de primaria y secundaria) de Santiago y Concepción, Chile. En promedio, los docentes obtuvieron un puntaje de 45% correcto en el instrumento. El equipo chileno concluyó que los altos niveles de "conocimiento del contenido y los alumnos" se asocian con una gran exposición a la matemática en los programas de preparación docente, o en la práctica real, lo que sugiere que los niveles más elevados de matemática predicen este conocimiento especializado.

Los resultados de Varas et al. (2013) son destacables en parte porque los docentes a menudo luchaban por responder correctamente las preguntas, incluso en zonas urbanas de un país relativamente rico y con un puntaje alto (basado en los niveles de rendimiento estudiantil). Estos resultados se corroboran en gran medida en el estudio comparativo previamente citado de la enseñanza de matemática en primaria y secundaria en Panamá y Costa Rica (Sorto et al. 2009; Carnoy et al. 2007). Los maestros de primaria de Costa Rica obtuvieron calificaciones más altas que sus homólogos panameños, y entre los maestros en formación de previa al servicio la brecha fue aún mayor. Estos resultados, así como los presentados anteriormente para el conocimiento del contenido (gráfico 4.5), son consistentes con una mayor preparación previa en Costa Rica (títulos universitarios, más clases de matemática de nivel superior, etc.). Sin embargo, cabe reiterar que incluso en Costa Rica, un país con niveles relativamente altos de capacitación docente y buenos niveles de rendimiento estudiantil, se encontraron deficiencias significativas en los niveles de conocimiento especializado de los docentes.

Un estudio reciente realizado en Perú (Cueto et al. 2016) permite examinar los vínculos entre el conocimiento especializado de un maestro y el rendimiento de los alumnos utilizando un diseño longitudinal. El instrumento pedagógico se diseñó para captar la capacidad de los maestros de

GRÁFICO 4.7
EJEMPLO DE CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO, ÍTEM 2

6. Claudia ha estado calculando correctamente la mayoría de sus ejercicios de división, pero recientemente ha tenido dificultades. A continuación se presentan algunos de los ejercicios realizados por Claudia.

a.

$$\begin{array}{r|l} 413 & 3 \\ \cline{2-2} \underline{3} & 137 \\ 11 & \\ \underline{9} & \\ 23 & \\ \underline{21} & \\ 2 & \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r|l} 815 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{8} & 47 \\ 015 & \\ \underline{14} & \\ 01 & \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r|l} 626 & 3 \\ \cline{2-2} \underline{6} & 28 \\ 026 & \\ \underline{24} & \\ 02 & \end{array}$$

6.1. ¿Cómo crees que haría Claudia en el ejercicio mostrado si continuara usando el mismo procedimiento para la división?

$$\begin{array}{r|l} 928 & 3 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

1. Es probable que ella responda a este ejercicio correctamente usando el mismo procedimiento.
2. Es probable que ella responda incorrectamente a este ejercicio utilizando el mismo procedimiento.

Fuente: Cueto et al. (2016)

la escuela primaria a fin de reconocer los patrones de error de los alumnos e identificar la fuente del error. Se aplicó en aproximadamente 150 salones de clase de cuarto grado como parte de la encuesta longitudinal "Young Lives" acerca de los logros de los alumnos y los entornos de aprendizaje. En el gráfico 4.7 se presenta un ejemplo de una pregunta de conocimiento de contenido pedagógico. Cerca del 70% de los maestros peruanos respondió a esta pregunta correctamente, y hubo una brecha significativa en el estatus socioeconómico: 64% correcto en las escuelas más pobres, contra 74% correcto en las más ricas. Usando métodos multivariados, los investigadores también encontraron que los puntajes de las pruebas de matemática de los alumnos eran más altos cuando su maestro tenía puntuaciones más elevadas en este instrumento.

Finalmente, el conocimiento especializado de los docentes también se ha analizado en relación con la integración de la tecnología en la enseñanza de la matemática, lo cual es una extensión importante, dado el tema de este libro. El conocimiento del contenido pedagógico tecnológico se refiere al "paquete total requerido para integrar tecnología, pedagogía y conocimiento del contenido en el diseño de la enseñanza para pensar y aprender matemática con tecnologías digitales" (Niess et al. 2009: 7). Este es un concepto relativamente nuevo, con pocos antecedentes de investigación centrados en matemática y sin vínculos disponibles con los niveles de rendimiento estudiantil. Pero dos estudios recientes de México (Mochon 2008, 2010) han indagado en este tipo de conocimiento al evaluar cómo el conocimiento del contenido pedagógico tecnológico de los maestros de primaria se relaciona con el uso de un paquete de *software* de enseñanza de matemática. Los resultados sugieren que los maestros con mayores niveles de este conocimiento utilizaron el *software* como una herramienta para alentar a los alumnos a crear y compartir sus propias estrategias de resolución de problemas. Los maestros con un alto conocimiento del contenido pedagógico tecnológico también mostraron más probabilidades de considerar la madurez cognitiva de los alumnos y de utilizar actividades para desarrollar y generalizar conceptos e ideas surgidos de los alumnos. En resumen, a través de las observaciones, Mochon dedujo que los maestros con altos niveles de conocimiento matemático podían adaptar mejor sus prácticas de enseñanza para alinearse con los objetivos del *software*.

Diseño de una clase (o tarea) cognitiva

El último aspecto en cuanto a la capacidad docente que se aborda aquí se denomina diseño de una clase cognitiva, y se refiere al nivel cognitivo de la clase tal como fue diseñada e implementada por el maestro en el aula. Este concepto considera elementos de la práctica de la enseñanza (véase la siguiente sección), pero aquí se trata como parte de la capacidad del maestro, ya que el nivel cognitivo de la clase se ve directamente afectado por la capacidad del maestro para conceptualizar la meta de aprendizaje y diseñar actividades que maximicen aquello que se requiere de parte de los alumnos. La importancia del diseño cognitivo está bien establecida en la literatura de Estados Unidos. Stein et al. (2000) destacan dos hallazgos clave. Primero, las tareas de enseñanza de matemática con altos niveles de demanda cognitiva son más difíciles de implementar en el aula, y las tareas que pretenden ser más exigentes a menudo se transforman en menos exigentes durante la enseñanza. Segundo, los estudios empíricos muestran que los beneficios del aprendizaje de los alumnos es mayor en las aulas donde se presentan actividades que alientan constantemente el pensamiento y razonamiento de alto nivel de los alumnos. Estos parecen aprender menos en las aulas donde dichas actividades son principalmente de naturaleza procedimental.

¿Cómo son las aulas de ALC en términos de diseño cognitivo? Se puede obtener una visión a partir de la base de datos de observación en el aula de varios países que se describe en Bruns y Luque (2014). En este estudio, se observó a los alumnos que pasaban cantidades significativas de tiempo de enseñanza copiando de la pizarra o en trabajos individuales, lo que sugiere que el tiempo de enseñanza se dedicaba sobre todo a tareas que requerían memorización y conocimientos relacionados con procedimientos. Los resultados de otros estudios de observación en el aula más detallados cuentan una historia similar. Un estudio comparativo de la enseñanza y el aprendizaje de matemática en Brasil, Chile y Cuba realizado por Carnoy, Gove y Marshall (2007) incorporó una rúbrica de Stein et al. (2000) que clasifica las clases de acuerdo con su mayor o menor demanda cognitiva. Solo un aula observada (en Cuba) obtuvo el puntaje más alto por "hacer matemática" en base a un pensamiento complejo y no algorítmico, que también implica la exploración de la naturaleza de los conceptos, procesos y relaciones matemáticas. En promedio, las aulas cubanas obtuvieron calificaciones significativamente más altas que las de Brasil y Chile, en parte debido al uso más frecuente de procedimientos y de explicaciones de los alumnos sobre los procedimientos que estaban usando. Los autores presentan un ejemplo de los videos cubanos donde se les pidió a los alumnos que indicaran si 430 es o no divisible por 10, y se les observó explicando que el 0 en el lugar de las unidades es un indicador de que 430 es un múltiplo de 10 y por lo tanto divisible por 10. Esta descripción de procedimientos y conexiones con otros conceptos matemáticos no estaba presente en las aulas brasileñas (Carnoy, Gove y Marshall 2007), mientras que en las aulas chilenas era más frecuente que en Brasil, pero aún no estaba muy extendido.

La ventaja cubana es notable dada la puntuación significativamente más alta de los alumnos en los exámenes LLECE de matemática (Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo [PERCE] y SERCE). Sin embargo, cabe señalar, una vez más, que incluso en un país con alto puntaje (a nivel regional), los episodios en el aula que requieren un esfuerzo cognitivo considerable, como la resolución de problemas de los alumnos independientemente del maestro, estuvieron en gran medida ausentes, y los promedios de demanda cognitiva se localizaron en el rango medio a medio-alto. En el otro extremo, el promedio general para la muestra brasileña de escuelas primarias se ubicó en el rango medio-bajo de la escala de demanda cognitiva de 4 puntos, que corresponde a procedimientos sin conexiones. Las clases observadas se centraron en producir respuestas correctas en lugar de desarrollar la comprensión, y a menudo consistían en un maestro que escribía en la pizarra, los alumnos copiaban y había poca interacción. Hubo pocos casos de vinculación entre conceptos y procedimientos. Las explicaciones solo las dieron los maestros y tendieron a enfocarse en describir el procedimiento utilizado (Carnoy, Gove y Marshall 2007).

Es probable que los maestros con mayores niveles en cuanto a contenido y conocimientos matemáticos especializados diseñen clases con tareas cognitivas más exigentes, aunque la evidencia de este tipo de vinculación entre los elementos de la capacidad docente es limitada. Sorto et al. (2009) proporcionan una excepción, ya que encuentran que el conocimiento matemático general de los maestros está asociado al nivel de demanda cognitiva de las tareas matemáticas con las que se involucran sus alumnos. En general, los maestros con niveles más altos de conocimiento matemático especializado tienden a involucrar a los alumnos en tareas que requieren que hagan conexiones entre representaciones y que exploren e investiguen la naturaleza de los conceptos y las relaciones. Por ejemplo, un maestro con gran capacidad (de acuerdo con el conocimiento del contenido pedagógico) dio a sus alumnos cuatro palos de igual longitud, y les pidió que crearan formas geométricas y exploraran todos los posibles tipos y cantidades de ángulos interiores. Algunos alumnos hicieron un cuadrado, otros un rombo, y siguió una discusión sobre el tipo de ángulos que se forman según el tipo de figura (por ejemplo, "¿Los ángulos que comparten un lado cuentan como uno o dos?"). En contraste, en una clase con el mismo objetivo, pero con un pobre diseño de tareas cognitivas, a los alumnos solo se les dio una tabla con información sobre el nombre de la figura, la cantidad de ángulos interiores y el tipo de ángulos involucrados (por ejemplo, "Cuadrado, 4 ángulos interiores, todos los ángulos son rectos"). Los maestros con mayor capacidad, medida por sus puntuaciones en contenido matemático y preguntas de conocimiento de contenido pedagógico, también fueron más propensos a dar clases que van más allá del conocimiento de los procedimientos, enfocándose en la comprensión conceptual, el razonamiento y la resolución de problemas (Sorto et al. 2009).

Las generalizaciones en toda la región de ALC deben manejarse con cuidado, y en el caso del diseño cognitivo, la base de evidencia es bastante pequeña. Pero hay algunos temas comunes de análisis de la demanda cognitiva basados en una variedad de fuentes de datos. En primer lugar, hay muy pocos casos de alumnos que participen en tareas cognitivas de alto nivel. En cambio, los maestros tienden a presentar el conocimiento con la intención de simplemente comunicarlo, lo cual es muy diferente (en un sentido cognitivo) que orientar a la clase en torno al aprendizaje de ese conocimiento. Las prácticas de enseñanza también son importantes, lo que allana el camino hacia la siguiente sección. Los maestros parecen tener pocas de las habilidades y herramientas necesarias para presentar a los alumnos una serie de actividades bien secuenciadas que podrían ayudarles a adquirir el concepto matemático subyacente. Y, por último, no suelen demostrar la capacidad de usar modelos y representaciones múltiples para ilustrar conceptos abstractos, que es otra dimensión del diseño cognitivo que está estrechamente vinculada a las prácticas de enseñanza.

4.4 Prácticas de enseñanza de matemática

Uno de los desafíos de revisar la evidencia sobre prácticas de la enseñanza efectivas es decidir qué aspectos específicos deben incluirse. La revisión que se presenta aquí se sostiene sobre la base teórica para la enseñanza efectiva que se detalla en el capítulo 2, que incluye una serie de "elementos críticos" para la práctica efectiva que han sido identificados recientemente por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM 2014). Las siguientes acciones revisten particular interés para el análisis que se realiza en este capítulo:

- Involucrar a los alumnos en tareas que permitan múltiples puntos de entrada y estrategias de solución variadas.
- Involucrar a los alumnos en el establecimiento de conexiones entre representaciones matemáticas.
- Facilitar el diálogo entre los alumnos para construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas mediante el análisis y la comparación de los enfoques y argumentos de los alumnos.
- Usar preguntas con una finalidad específica para evaluar y promover en los alumnos el razonamiento y la búsqueda de sentido.
- Desarrollar fluidez con los procedimientos sobre la base de la comprensión conceptual.
- Proporcionar a los alumnos oportunidades para participar en un esfuerzo productivo mientras lidian con ideas y relaciones matemáticas.
- Usar evidencia del pensamiento de los alumnos para evaluar los avances hacia la comprensión matemática (NCTM 2014: 10).

Este marco híbrido brinda una estructura flexible para organizar la evidencia real sobre la enseñanza y el grado en que las prácticas sustentadas por la investigación del NCTM que apoyan el aprendizaje de matemática (y por extensión varias dimensiones del marco presentado en el capítulo 2) están presentes en las aulas de ALC. También incluye vínculos con el rendimiento en matemática de los alumnos (en la medida de lo posible). Esto comienza en la sección 4.4.1 con una descripción de las actividades y secuencias de arquetipos de clases típicas. Este resumen de las estructuras de las clases comúnmente observadas es útil para evaluar el grado en que se implementan las prácticas matemáticas clave. Por ejemplo, para que los alumnos puedan comparar enfoques y argumentos sobre procedimientos e ideas matemáticas, deben dedicar tiempo a analizarlos. La segunda parte (sección 4.4.2) describe el uso de herramientas de enseñanza tales como libros de texto y objetos didácticos. La frecuencia del uso de estas herramientas ayuda a comprender la implementación de tareas que promueven múltiples puntos de entrada, múltiples soluciones y conexiones entre representaciones. La sección 4.4.3 detalla la naturaleza de la interacción entre maestros y alumnos, y el formato para el trabajo en el aula. Estas interacciones permiten entender hasta qué punto los docentes evalúan el pensamiento de los alumnos y promueven el razonamiento. El formato del trabajo de los alumnos también ayuda a definir hasta qué punto estos se involucran en un esfuerzo productivo y en desarrollar fluidez.

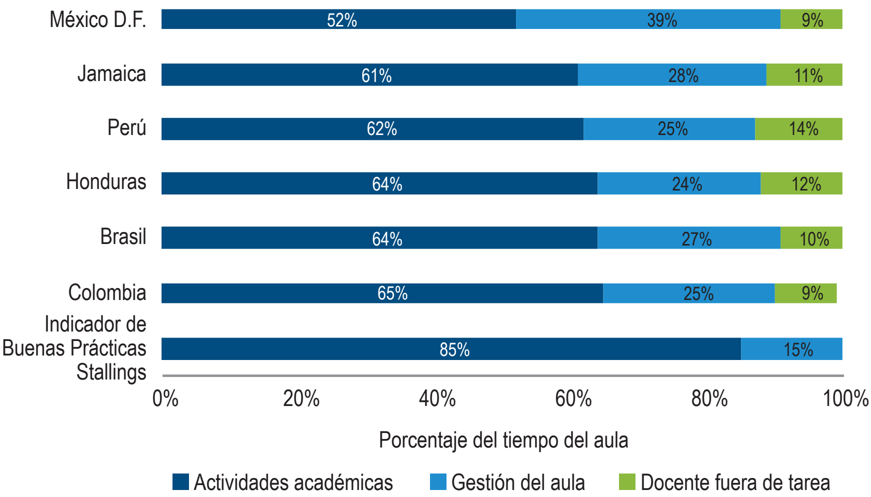
La estrategia de revisión para estas tres primeras secciones depende casi exclusivamente de los estudios existentes. Cuando está disponible, esta evidencia proviene de la región de ALC, pero esto no siempre es posible y nuestra dependencia de la investigación existente impide adaptar los resultados a las escuelas primarias urbanas. Finalmente, la sección 4.4.4 regresa a los datos de LLECE (principalmente el TERCE, pero algunos datos de SERCE) y trae las variables del proceso del aula. Estos no son datos de observación, sino que provienen de alumnos de sexto grado (medidos como promedios del aula).

4.4.1 Estructura de las clases de matemática

Los estudios sobre cómo se usa el tiempo en el aula son un buen punto de partida para describir la estructura básica del aula promedio en ALC. El gráfico 4.8 proviene de un estudio previamente citado de aulas regionales (Bruns y Luque 2014, figura O.7). Sobre la base de una rúbrica estándar de observación en el aula (llamada Stallings), los autores pudieron categorizar la clase promedio para cada país en función de una serie de actividades. Sus resultados muestran que, en promedio, el tiempo dedicado a las actividades relacionadas con el aprendizaje es del 65% o menos del tiempo total de clase en todos los países: cerca del 36% de este tiempo se dedica a la enseñanza activa, lo cual implica discutir y trabajar en tareas de matemática y un 25% a la enseñanza pasiva, como copiar. El porcentaje dedicado a la enseñanza no alcanza el 85% de referencia sugerido como parte del Indicador de Buenas Prácticas del Instrumento de Stallings (gráfico 4.8).

Las muestras del estudio de Bruns y Luque son lo suficientemente grandes como para observar la variación dentro y entre los países, y los resultados resaltan desigualdades sustanciales en los patrones de uso del tiempo. Los autores dan un ejemplo de Rio de Janeiro, donde, en las escuelas con los mejores resultados (según un índice de calificaciones de exámenes y tasas de aprobación), se dedicó en promedio un 70% del tiempo de clase a la enseñanza y un 27% al manejo del aula. Los maestros

GRÁFICO 4.8
RESUMEN DEL USO DEL TIEMPO EN LAS AULAS, PAÍSES SELECCIONADOS DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE (PORCENTAJE)



Fuente: Bruns y Luque (2014, figura O.7).

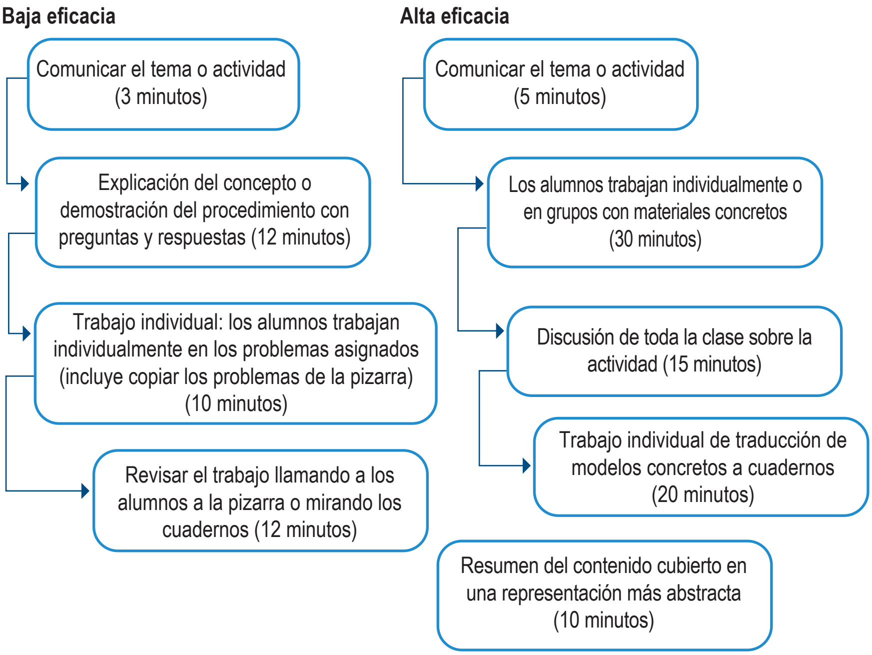
estaban fuera de sus tareas solo el 3% del tiempo y nunca se ausentaban del aula. Por el contrario, en las escuelas con el rendimiento más bajo, solo se dedicó a la enseñanza el 54% del tiempo, un 39% se invirtió en el manejo del aula, y los docentes fueron significativamente más propensos a estar ausentes de sus tareas y físicamente fuera del aula. Sobre la base de los cálculos de los autores, los alumnos de las escuelas de alto rendimiento de Rio recibieron "un promedio de 32 días más de enseñanza durante el año escolar de 200 días que sus homólogos en escuelas de bajo rendimiento" (Bruns y Luque 2014: 13).

Otros estudios observacionales en el aula realizados en la región han resaltado preocupaciones similares sobre la cantidad de tiempo que los alumnos están involucrados en actividades de enseñanza-aprendizaje efectivas. Carnoy et al. (2007b) observaron clases de matemática en escuelas primarias de Brasil y, en menor medida de Chile, donde un porcentaje significativo del día consistía en "tiempo muerto", sin que se llevara a cabo ninguna actividad organizada, o cuando se dejaba a los alumnos para copiar los problemas e instrucciones de la pizarra.

Los vínculos causales entre los indicadores de uso del tiempo en el aula y el rendimiento de los alumnos son muy difíciles de establecer, a pesar de que los resultados de Bruns y Luque (2014) sugieren que los puntajes de las pruebas son más altos en las aulas donde se dedica más tiempo a la enseñanza. Pero los indicadores de uso del tiempo cuentan solo una parte de la historia de la clase de matemática promedio, y es difícil categorizar cada actividad como buena o mala. En su lugar, la recopilación de actividades y su "flujo" deben entenderse como la estructura de la enseñanza que facilita la implementación de prácticas efectivas o bien limita el acceso de los alumnos a contenidos y procesos matemáticos importantes.

El gráfico 4.9 muestra el flujo de dos clases típicas de los países de ALC en función de los tipos de datos de observación en el aula descritos anteriormente (y las propias observaciones de los autores de más de 200 clases en toda la región). Uno está asociado con prácticas de enseñanza de matemática más efectivas (lado derecho), el otro con prácticas menos efectivas (lado izquierdo). La asignación de tiempo menos efectiva tiene lugar cuando el maestro brinda una mini conferencia en la que presenta un concepto o procedimiento, a veces acompañado por preguntas de respuesta corta, seguido por un período en el que los alumnos copian los problemas de la pizarra (o del libro de texto) y continúan trabajando

GRÁFICO 4.9
FLUJO DE LAS CLASES COMÚNMENTE OBSERVADAS: ARQUETIPOS DE BAJA VERSUS ALTA EFICACIA



Fuente: Elaborado por los autores.

individualmente en problemas asignados o ejercicios similares a los expuestos por el maestro. La clase termina con el maestro revisando el trabajo de los alumnos en sus escritorios o en la pizarra, con la participación de algunos de los alumnos. La clase menos efectiva está marcada por la desigualdad en la participación, tanto en términos del ritmo de trabajo (es decir, algunos niños a menudo están muy atrasados al final de la clase) como del grado de intervención en cualquier discusión o recitación que la acompañe.

En contraste, la lección más efectiva se produce cuando el maestro presenta una tarea, los alumnos trabajan individualmente o en grupos con materiales concretos o representaciones visuales, el maestro y los alumnos discuten su trabajo, los alumnos trasladan su trabajo a los cuadernos o la pizarra y al final se realiza un resumen del concepto, del procedimiento o de las ideas principales. Este tipo de estructura suele observarse en clases más largas (aproximadamente un 40% más que el prototipo de clase menos eficaz).

4.4.2 Uso de herramientas de enseñanza

Los elementos de enseñanza eficaces relacionados con la exploración de conceptos matemáticos, la conexiones entre representaciones múltiples y el uso de múltiples estrategias para abordar problemas (véase la discusión en la sección anterior de este capítulo y en el capítulo 2) dependen en gran medida del uso de los materiales de aprendizaje. Sin embargo, a partir de evidencia combinada de la región de ALC, los objetos didácticos parecen ser incorporados con poca frecuencia en la mayoría de las aulas. Primero, los datos de SERCE de 2006 muestran que los maestros de sexto grado informan un uso bastante escaso de las herramientas de enseñanza en sus clases de matemática, incluyendo ábaco, bloques con distintas formas, *cuisiner rods*, bloques de base 10, *tangrams*, calculadoras, *geoboards* u objetos didácticos no comerciales. El promedio general de frecuencia es cercano a 1,5 en una escala de 1 a 4 (1 = nunca, 2 = algunas clases, 3 = la mayoría de las de clases, 4 = todas las clases).

Los estudios de observación en el aula proporcionan resultados similares. Son relativamente pequeños los porcentajes de las clases en las que se utilizan objetos didácticos, calculadoras o computadoras, y los maestros dependen en gran medida de la pizarra y, en menor grado, de los libros de texto, especialmente en el nivel del tercer ciclo de primaria (Bruns y Luque 2014; Carnoy et al. 2007; Araya y Dartnell 2008). Ciertamente hay excepciones. Por ejemplo, Carnoy et al. (2007) observaron a algunos maestros que hacen un uso muy creativo de objetos didácticos no comerciales como palos de madera para construir polígonos regulares y explorar sus propiedades, o frijoles o lentejas para contar, o como representaciones de puntos en un plano. En lugar de bloques prediseñados de base 10, se observó a los alumnos utilizar sus propios lápices de colores para hacer grupos de decenas para modelar algoritmos estándar. Además, se halló evidencia del uso de reglas, compases y transportadores para aprender temas de medición y geometría. Pero este tipo de actividades parecen ser la excepción y no la regla.

No tenemos conocimiento de investigaciones que se centren en los vínculos entre el rendimiento de los alumnos y el uso de materiales de aprendizaje en la región de ALC, aunque esta pregunta se aborda a continuación con datos de SERCE. Sin embargo, dos meta-análisis recientes de Estados Unidos muestran que las intervenciones basadas en objetos didácticos son factores predictivos significativos del mayor rendimiento de los alumnos en matemática (Carbonneau, Marley y Selig 2013; Holmes 2013). Este tipo de evidencia, combinada con vínculos conceptuales entre el empleo de objetos didácticos y actividades de enseñanza particularmente efectivas (véase la sección 4.4.1), plantea serias preocupaciones sobre la aparente falta de tales intervenciones en la región. Una restricción obvia está relacionada con los recursos, ya que los datos del SERCE muestran que aproximadamente el 40% de los maestros de sexto grado (en 2006) informó que tenía menos de tres de los ocho materiales de aprendizaje requeridos. Pero existen otros tipos de restricciones sistémicas, como la forma del currículo oficial y, más específicamente, su representación en los libros de texto. Si las tareas presentadas en los libros de texto de matemática no se centran en el desarrollo de la fluidez matemática a partir de una base de comprensión conceptual, es menos probable que requieran el uso de estos materiales. Por lo tanto, los maestros pueden sentir que los materiales no son herramientas necesarias para la enseñanza y el aprendizaje de matemática.

4.4.3 Discurso matemático y cuestionamiento

Los datos de las observaciones en el aula también se pueden usar para resumir el discurso de matemática en los países de ALC. Hay varios formatos que son los más comunes: discusiones de toda la clase, interacciones individuales entre maestros y alumnos, y discusiones de los alumnos entre ellos en grupos (Bruns y Luque 2014; Carnoy et al. 2007; Carnoy, Gove y Marshall 2007). En promedio, las interacciones parecen ocupar alrededor de un tercio de la clase promedio, y se concentran en segmentos cuando el docente presenta material o los alumnos resuelven problemas. En algunos de los países observados, como Panamá y Chile, los alumnos de tercer grado pasan en la pizarra una cantidad considerable del tiempo de clase (un 13% y un 29%, respectivamente) escribiendo sus cálculos (Carnoy et al. 2007; Carnoy, Gove y Marshall 2007). En general, estas interacciones se caracterizan por preguntas cerradas que requieren respuestas de sí o no o una sola palabra (por ejemplo, "¿cuál es el valor de posición de 5 en 1.052?") o que requieren que los alumnos completen oraciones como "3 por 4 es ...". En el caso de trabajar en la pizarra, se le pide al alumno que escriba la solución de un cálculo (a menudo extraído de su propio cuaderno). Si el alumno tiene razón, se le pide que se siente, y si la respuesta es incorrecta, se le solicita a otro alumno que pase a la pizarra. Menos común es la interacción en la que los maestros les piden a los alumnos que expliquen sus respuestas, corrijan el trabajo de los demás y brinden explicaciones explícitas del razonamiento matemático.

Esta evidencia sugiere que el discurso y el cuestionamiento matemático en la mayoría de las aulas observadas no tienen el propósito de valorar el pensamiento de los alumnos o promover el razonamiento matemático, sino que son más evaluativos en su naturaleza, y se centran en las respuestas correctas finales. Además, la confianza en las preguntas simples no debe verse meramente como una opción pedagógica por parte de los maestros. Está estrechamente relacionada con su conocimiento especializado y su capacidad para organizar la clase de tal manera que desafíe a sus alumnos a lo largo de una serie de habilidades.

4.4.4 Procesos del aula y rendimiento estudiantil: datos SERCE y TERCE

La revisión realizada aquí acerca de la evidencia sobre el rendimiento en matemática concluye con la misma fuente de datos con la que comenzó. En el TERCE (y SERCE), a los alumnos de sexto grado se les hicieron una serie de preguntas sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula, incluido el uso de computadoras y otras tecnologías. Al promediar sus respuestas por aula, existe la posibilidad de capturar una variación significativa en las estrategias de enseñanza y relacionar estos factores con los niveles de rendimiento de los alumnos. Se debe (re) afirmar que estos son, en el mejor de los casos, vínculos tentativos: incluso como promedios en el aula, los diversos indicadores están sujetos a un error de medición y no sustituyen los datos reales de observación. Pero con tantos indicadores disponibles, y en las escuelas urbanas, los datos de LLECE sobre los procesos en el aula son simplemente demasiado interesantes como para ignorarlos.

Esta última sección se divide en dos partes: procesos y condiciones generales del aula, seguidos de una revisión del uso de computadoras y otras tecnologías.

Procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula

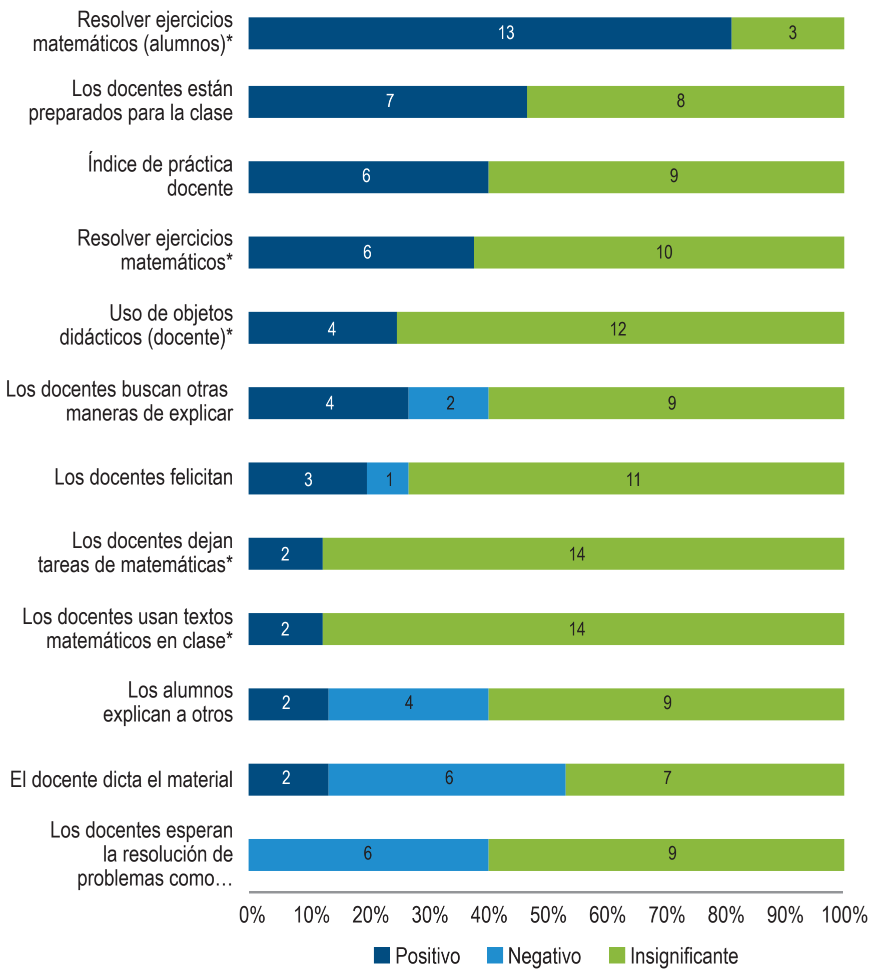
El gráfico 4.10 resume los resultados de un gran grupo de variables de proceso en el aula utilizando las mismas estrategias de análisis estadístico e informes descritas en las secciones 4.1 y 4.2. Las variables en sí provienen principalmente del TERCE, con cinco excepciones del SERCE (marcadas con un asterisco).

En general, los resultados del gráfico 4.10 muestran que pocas variables son predictores consistentemente significativos del rendimiento estudiantil. Este es otro recordatorio de las dificultades inherentes de comprender las prácticas efectivas en el aula sobre la base de instrumentos de encuestas realizadas con muestras amplias. El resultado que se destaca es la frecuencia con la que los alumnos informan sobre la resolución de ejercicios de matemática (solo disponible en el SERCE). Como medida individual a nivel del alumno, es el predictor más coherente del rendimiento en matemática según se aprecia en el gráfico 4.10 (véase también Cueto et al. 2014), aunque como promedio en el aula es menos importante. Existen preocupaciones bien fundadas acerca de una dependencia excesiva en la resolución de ejercicios matemáticos simples con bajos niveles de demanda cognitiva, como la memorización y los procedimientos sin conexiones con conceptos subyacentes (Stein et al. 2000). Esto es especialmente cierto cuando se trata de actividades de enseñanza que exponen a los alumnos al razonamiento matemático y la comprensión conceptual. Sin embargo, los resultados del análisis estadístico apuntan a la importancia potencial de involucrar activamente a los alumnos en actividades de matemática de algún tipo, lo cual es consistente con elementos específicos de un marco de enseñanza efectivo. Por ejemplo, el capítulo 2 se refiere a la importancia de la práctica durante las diferentes fases de adquisición de habilidades por parte de los alumnos.

El gráfico A4.1.2 del anexo 4.1 presenta las comparaciones de la brecha de los quintiles para cuatro variables: disponibilidad de objetos didácticos en el aula (véase la sección 4.4.2), frecuencia de resolución de ejercicios de matemática, preparación del maestro (según los alumnos) y uso del dictado por parte del maestro. La prevalencia de brechas de al menos 0,50 desviaciones estándar (véanse las barras de color rojo) ciertamente se destaca, y sugiere diferencias significativas en los entornos de aula entre escuelas urbanas relativamente ricas y pobres de la región. Algunas de las brechas más grandes se encuentran en la frecuencia con que los alumnos

GRÁFICO 4.10

RESUMEN DE LOS PREDICTORES DEL RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE SEXTO GRADO EN EL SERCE-TERCE: PROCESOS Y CONDICIONES DE ENSEÑANZA EN EL AULA



Fuentes: SERCE (2006); TERCE (2013).
Nota: Todos los resultados se basan en análisis de regresión específicos del país (15–16 en total) utilizando datos ponderados para alumnos urbanos; véase el texto principal para más detalles sobre el modelo de regresión. Los números en las barras se refieren a la cantidad de países. Las variables se obtuvieron de los cuestionarios de los alumnos de TERCE y se miden como promedios de aula. Las excepciones se indican entre paréntesis (para el origen de datos), y los asteriscos (*) se refieren a las variables disponibles solo en el SERCE. Las medidas del proceso se basan en escalas de tres puntos (es decir, 1 = nunca, 2 = algunas clases/a veces, 3 = la mayoría/todas las clases). El TERCE proporciona un "índice de práctica docente", y es un índice basado en múltiples variables de proceso en el aula.

informan el uso del dictado en el aula, lo que es un signo potencial de un pobre diseño en cuanto a las tareas cognitivas (consúltese la sección 4.3.2). Sin embargo, cabe tener en cuenta que los alumnos de todos los grupos de quintiles y países informan sobre un uso bastante frecuente del dictado (promedios superiores a 2 en una escala de 1 a 3 puntos), por lo que las brechas entre los quintiles, aunque significativas en la mayoría de los países, no muestran una separación clara por escuela.

Logros tecnológicos y matemáticos

Las evaluaciones SERCE y TERCE también incluyen una serie de preguntas sobre tecnología. Estas variables no llegan a informar uno de los temas centrales de este libro, que es cómo las soluciones tecnológicas de aprendizaje asistido por computadora pueden impactar el rendimiento en matemática. Sin embargo, sí hacen posible evaluar la disponibilidad de recursos como computadoras e Internet en las escuelas urbanas de la región, y ofrecen al menos un vistazo de cómo se utilizan los recursos tecnológicos en las aulas.

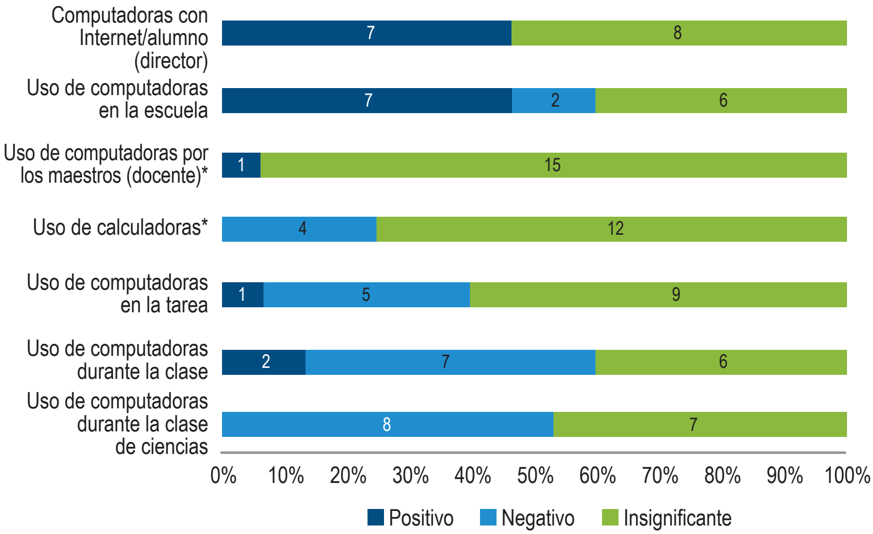
Los resultados del resumen de la regresión que se reflejan en el gráfico 4.11 muestran que los factores predictivos más sólidos del rendimiento en matemática de los alumnos son los indicadores de la razón de computadoras (con Internet) con respecto a los alumnos, y la frecuencia con la que estos últimos informan que usan computadoras en la escuela, pero no en sus clases. Es probable que estos resultados estén relacionados con los recursos generales disponibles en las escuelas y comunidades, y dicen poco sobre cómo el uso real de las computadoras afecta el aprendizaje.

El resultado que se destaca en el gráfico 4.11 es el número de relaciones negativas entre el rendimiento de los alumnos y el uso de la tecnología. Esto incluye promedios en el aula para el uso de la computadora durante la clase y como parte de la tarea, y la utilización de calculadoras en la tarea de matemática (SERCE). A los alumnos de sexto grado también se les hicieron una serie de preguntas sobre el uso de la computadora durante su clase de ciencias naturales (pero no en matemática). En general, los promedios en el aula en estas diversas actividades (búsqueda de información en línea, uso de la computadora por parte del maestro para presentar material, etc.) fueron bastante bajos: cerca de 1,7 de una escala de 4 puntos, o entre "nunca" y "algunas clases". Sin embargo, los alumnos que estudian en aulas en las que se reporta un mayor uso de computadoras en las clases de ciencias tienen calificaciones más bajas en matemática, ceteris paribus, en ocho de los 15 países del TERCE.

Estos resultados, que indican una relación negativa entre el uso de la tecnología en el aula y el rendimiento en matemática, son robustos para

GRÁFICO 4.11

RESUMEN DE LOS PREDICTORES DE RENDIMIENTO EN MATEMÁTICA DE SEXTO GRADO EN EL SERCE-TERCE: DISPONIBILIDAD Y USO DE TECNOLOGÍA



Fuentes: SERCE (2006); TERCE (2013).
Nota: Todos los resultados se basan en análisis de regresión específicos del país (15–16 en total) utilizando datos ponderados para alumnos urbanos; véase el texto principal para obtener más detalles sobre el modelo de regresión. Los números en las barras se refieren a la cantidad de países. Las variables se obtuvieron de los cuestionarios de los alumnos de TERCE y se miden como promedios de aula. Las excepciones se indican entre paréntesis (para el origen de datos) y los asteriscos (*) se refieren a las variables que solo están disponibles en el SERCE. Las medidas del proceso se basan en escalas de tres puntos (es decir, 1 = nunca, 2 = algunas clases/a veces, 3 = la mayoría/todas las clases). “Uso de la computadora durante la clase de ciencias” se refiere a los promedios en el aula para una serie de afirmaciones sobre el uso de computadoras durante las clases de ciencias.

diferentes especificaciones estadísticas,[8] pero aún deben manejarse con mucho cuidado. Como mínimo, los resultados negativos constituyen un recordatorio del peligro de confiar en soluciones tecnológicas simples para mejorar los niveles de rendimiento de los alumnos. No hay nada mágico en el acto de introducir una computadora (incluso con Internet) en un

[8] Estos incluyen agregar la disponibilidad de computadoras en la escuela como un control, así como incluir escuelas rurales y abandonar escuelas privadas (de las regresiones solo para zonas urbanas). Los alumnos más ricos reportan un uso mucho mayor de los recursos de computadora en todos los lugares (escuela, hogar, etc.), y las escuelas más ricas tienen significativamente más recursos de computadora e Internet. Sin embargo, el uso de computadoras en las aulas no es muy diferente entre las escuelas ricas y pobres de las áreas urbanas.

aula, de la misma manera que proporcionar una calculadora a un alumno no mejorará automáticamente su rendimiento en matemática. Estas son herramientas que deben usarse de manera efectiva en conjunto con (o mejor aún, incorporarse a) las tareas de aprendizaje basadas en los elementos críticos que se mencionan en este capítulo. De hecho, las ayudas tecnológicas incluso pueden funcionar con propósitos cruzados con el aprendizaje real cuando los alumnos las aplican para resolver problemas y obtener respuestas sin explorar conceptos, ganando fluidez en los tipos de ejercicios algorítmicos o memorizando cosas importantes.

4.5 Conclusiones

Este capítulo se centra en tres preguntas interrelacionadas con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de matemática en ALC: ¿Cómo es el aula promedio? ¿Qué variables de entrada y proceso son los factores predictivos más significativos del rendimiento de los alumnos en matemática? ¿Cómo se distribuyen estas características críticas en las escuelas urbanas de la región, especialmente a través de las diferencias entre clases sociales? Como se indicó al principio, esta es una agenda ambiciosa, dada la diversidad de la región entre países, la falta de investigación empírica en algunas de las áreas críticas abordadas y la dificultad inherente de establecer relaciones causales entre: 1) las características del aula y del maestro y 2) los resultados de los alumnos, como el rendimiento académico.

Teniendo en cuenta estos desafíos, hay que considerar los peligros de la generalización en toda la región. Sin embargo, los principales hallazgos del capítulo se resumen fácilmente y coinciden con los estudios previos acerca de la enseñanza en la región de ALC (Bruns y Luque 2014). El resultado que se destaca en este capítulo es la enorme brecha que existe entre cómo debería ser una clase de matemática efectiva y cómo son en verdad muchas clases en la región. En general, las aulas observadas en ALC son demasiado dependientes de las tareas de aprendizaje con bajos niveles de demanda cognitiva y prácticas de enseñanza directa y, como resultado, las clases no desafían a los alumnos a aprender realmente conceptos matemáticos, lo que constituye la puerta de entrada para alcanzar la competencia. Se usan pocos materiales didácticos, la interacción entre maestro y alumno se enfoca con demasiada frecuencia en la simple recitación en lugar de la discusión, y no siempre se les pide a los alumnos que demuestren su trabajo o demuestren un dominio de un tema antes de que la clase pase al siguiente. En pocas palabras, esta es una receta para un bajo promedio de rendimiento, lo que en gran medida se ve corroborado por los puntajes de matemática de ALC en evaluaciones nacionales, regionales e internacionales.

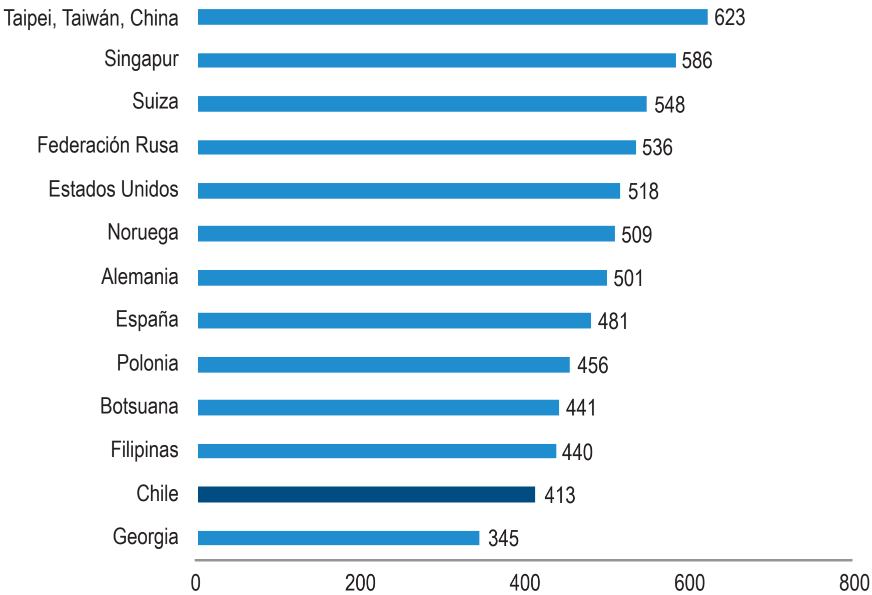
El capítulo también destaca las preocupaciones sobre la equidad, que por supuesto abordan un tema de larga data en ALC. Ciertamente hay evidencia de que los insumos (computadoras, infraestructura escolar), así como algunas características del clima escolar, están distribuidos de manera muy desigual en los sectores escolares urbanos de los países de la región. Esto no es una sorpresa, y conviene reiterar que estas condiciones desiguales generalmente persisten incluso cuando las muestras se restringen a escuelas públicas urbanas. Sin embargo, de acuerdo con estudios existentes, la historia es menos clara para los elementos de enseñanza y con que cuentan los maestros. Aún así, incluso en medio de restricciones de datos, hay dos conclusiones tentativas que parecen justificadas sobre la base de la evidencia disponible. Primero, pocas aulas muestran características de enseñanza efectivas, y es probable que las que se observan estén en escuelas relativamente ricas. En segundo lugar, y lo que es más importante, los tipos de niños que necesitan maestros especialmente efectivos no estudian en las aulas donde hay maestros bien preparados para ayudarlos a superar las desventajas asociadas con la pobreza y los bajos niveles de educación de los padres.

¿Qué explica la falta general de calidad observada en las aulas de matemática de la escuela primaria urbana de la región? La respuesta debe incluir referencias a factores contextuales. Los maestros urbanos de la región parecen estar trabajando con materiales de enseñanza limitados más allá de un libro de texto, y sus alumnos reciben poca ayuda fuera de clase; en promedio, casi el 50% de los padres de las muestras urbanas de sexto grado no han avanzado más allá de la escuela primaria. Pero las condiciones difíciles por sí solas no son responsables de esta situación. También parece haber limitaciones de capacidad, que esta revisión trató al centrarse en las diferentes formas de conocimiento matemático que los maestros deben tener para ser eficaces y que en muchos casos no parecen tenerlas. Las soluciones para abordar estas deficiencias están fuera del alcance de este capítulo, pero el análisis destaca la importancia, en varias regiones del mundo, no solo en ALC, de crear condiciones sistémicas en las que los maestros estén bien preparados para su trabajo, donde cuenten con el respaldo adecuado y donde el control de calidad sea primordial.

Este tema de la facilitación de la eficacia de los maestros se enlaza de manera útil con un tema clave de este libro, que es cómo el aprendizaje asistido por computadora puede ayudar a alumnos y maestros en las aulas de matemática en ALC. Otros capítulos abordan esta cuestión con más detalle; el enfoque aquí se ha centrado en cómo las soluciones tecnológicas se alinean con el modelo de enseñanza efectiva detallado en el capítulo 2. Los resultados que se presentan en este capítulo plantean algunas inquietudes sobre una dependencia simplista de las soluciones tecnológicas en educación: el uso de computadoras e Internet en un aula no mejora automáticamente el aprendizaje, aun cuando brinden a los alumnos una experiencia más agradable. Afortunadamente, las prácticas matemáticas actuales y las estructuras establecidas en el aula pueden aprovecharse para hacer uso de la nueva tecnología de una manera que pueda incorporarse en los métodos pedagógicos existentes. Hasta este punto, estamos de acuerdo con la afirmación de Means (2010, 304) de que "los educadores y los responsables de la formulación de políticas deben dejar de pensar en el *software* de aprendizaje como una intervención en sí misma y pensar en cambio en un sistema más amplio de actividades de enseñanza". En resumen, las aulas de matemática de ALC necesitan exponer a los alumnos a tareas de aprendizaje que promuevan el razonamiento y el pensamiento; en este sentido, la tecnología puede servir como un catalizador para alcanzar esta meta.

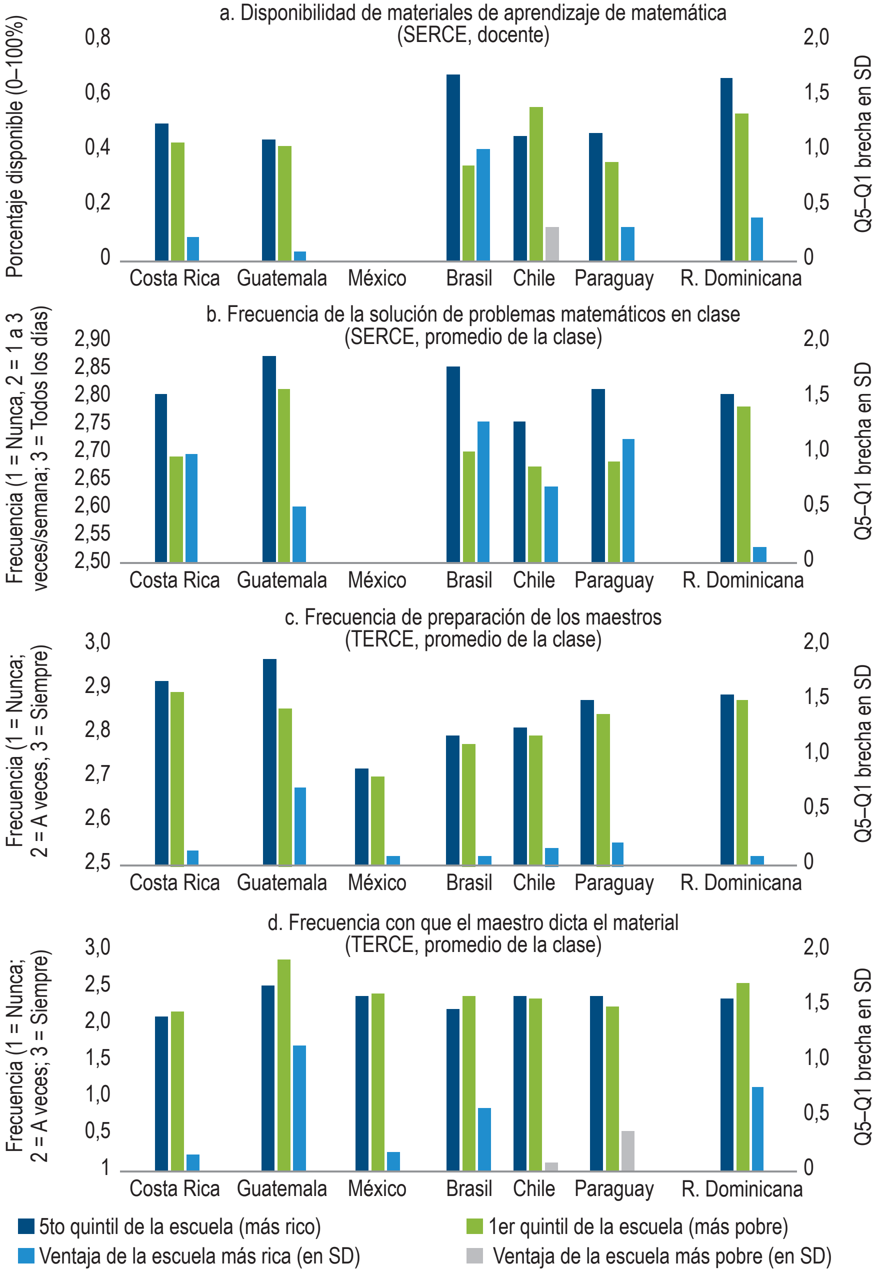
Anexo 4.1

GRÁFICO A4.1.1
CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO DE LOS DE FUTUROS MAESTROS DE MATEMÁTICA (ESCALA)



Fuente: Bruns y Luque (2013, figura O.5), según datos del Estudio de Formación y Desarrollo Docente en Matemática 2008 (TEDS-M).
Nota: El conocimiento del contenido matemático es una medida de escala con una media = 500.

GRÁFICO A4.1.2
COMPARACIONES DE EQUIDAD DE VARIABLES SELECCIONADAS EN EL SERCE (2006) Y TERCE (2013) PARA SIETE PAÍSES DE AMÉRICA LATINA



Fuentes: SERCE (2006); TERCE (2013); y cálculos de los autores.
SD: desviaciones estándar.

Referencias

Araya, R. y P. Dartnell. 2008. Video Study of Mathematics Teaching in Chile. Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME). Monterrey, México. Disponible en: http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Araya_Dartnell.pdf.

AMTE (Association of Mathematics Teacher Educators). 2013. *Standards for Elementary Mathematics Specialists: A Reference for Teacher Credentialing and Degree Programs*. San Diego: AMTE.

Banco Mundial. 2011. *Crime and Violence in Central America: A Development Challenge*. Washington, D.C.: Banco Mundial.

Bruns, B. y J. Luque. 2014. *Great Teachers: How to Raise Student Learning in Latin America and the Caribbean.* Washington, D.C.: Banco Mundial. (doi:10.1596/978–1–4648–0151–8.)

Carbonneau, K., S. Marley y J. Selig. 2013. A Meta-analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics with Concrete Manipulatives. *Journal of Educational Psychology* 105(2): 380–400.

Carnoy, M., T. Beteille, I. Brodziak, P. Loyalka, y T. Luschei. 2009. *Do Countries Paying Teachers Higher Relative Salaries Have Higher Student Mathematics Achievement?* Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

Carnoy, M., A. Gove y J. Marshall. 2007. *Cuba's Academic Advantage: Why Students in Cuba Do Better in School*. Stanford, CA: Stanford University Press.

Carnoy, M., T. Luschei, J. Marshall, B. Naranjo, B. y A. Sorto. 2007. *Improving Panama and Costa Rica's Education System for the 21st Century Economy and Society: A Comparative Study*. Panama: University of Pennsylvania y González-Revilla Family Education Foundation.

CBMS (Conference Board of the Mathematical Sciences). 2001. *The Mathematical Education of Teachers (CBMS Issues in Mathematics Education, Volume 11)*. Providence, RI y Washington, D.C.: American Mathematical Society and Mathematical Association of America.

———. 2012. *The Mathematical Education of Teachers II (CBMS Issues in Mathematics Education, Volume 17)*. Providence, RI Y Washington, D.C.: American Mathematical Society y Mathematical Association of America.

Chetty, R., J. Friedman y J. Rockoff. 2014. Measuring the Impacts of Teachers: Evaluating Bias in Teacher Value-Added Estimates. *American Economic Review* 104(9): 2593–632.

Cueto, S., J. León, M. Sorto y A. Miranda. 2016. Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Mathematics Achievement of Students in Peru. *Educational Studies in Mathematics* 94(3): 329–45. (doi:10.1007/s10649–016–9735–2.)

Cueto, S., G. Guerrero, J. Leon, M. Zapata y S. Freire. 2014. The Relationship between Socioeconomic Status at Age One, Opportunities to Learn and Achievement in Mathematics in Fourth Grade in Peru. *Oxford Review of Education* 40(1): 50–72. Disponible en http://dx.doi.org/10.1080/03054985.2013.873525.

Fuller, B., y P. Clarke. 1994. Raising School Effects While Ignoring Culture? Local Conditions and the Influence of Classroom Tools, Rules, and Pedagogy. *Review of Educational Research* 64(1): 119–57.

Glewwe, P., E. Hanushek, S. Humpage y R. Ravina. 2011. School Resources and Educational Outcomes in Developing Countries: A Review of the Literature from 1990 to 2010. Documento de trabajo del NBER Núm. 17554. Cambridge, MA: NBER.

Guadalupe, C., J. León y S. Cueto. 2013. Charting Progress in Learning Outcomes in Peru Using National Assessments. Documento de antecedentes preparado para *Education for All Global Monitoring Report 2013/4: Teaching and Learning: Achieving Quality for All.* Nueva York: UNESCO.

Hanushek, E. y S. Rivkin. 2012. The Distribution of Teacher Quality and Implications for Policy. *Annual Review of Economics* 4(1): 131–57.

Harbison, R. y E. Hanushek. 1992. *Educational Performance of the Poor: Lessons from Rural Northeast Brazil*. New York: Oxford University Press.

Hill, H., D. Ball y S. Schilling. 2008. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education* 39(4): 372–400.

Holmes, A. 2013. Effects of Manipulative Use on PK-12 Mathematics Achievement: A Meta-analysis. Ponencia presentada en Society for Research on Educational Effectiveness Conference Evanston, IL. Disponible en https://eric.ed.gov/?id=ED563072.

Ingvarson, L., J. Schwille, M. Tatto, G. Rowley, R. Peck y S.L. Senk. 2013. *An Analysis of Teacher Education Context, Structure, and* Quality-Assurance *Arrangements in TEDS-M Countries.* Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

Luschei, T. y M. Sorto. 2010. Teacher Education, Supervision, and Evaluation in Panama. En: K. Karras, G. Mavroides y C. Wolhuter (eds.), *International Handbook on Teacher Education*. Nicosia: UNESCO Chair of Education and University of Nicosia Press.

Ma, L. 1999. *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Marshall, J. 2009. School Quality and Learning Gains in Rural Guatemala. *Economics of Education Review* 28(2): 207–16.

Marshall, J. y M. Sorto. 2012. The Effects of Teacher Mathematics Knowledge and Pedagogy on Student Achievement in Rural Guatemala. *International Review of Education 58*(2): 173–97.

McEwan, P. 2015. Improving Learning in Primary Schools of Developing Countries: A Meta-analysis of Randomized Experiments. *Review of Educational Research* 85(3): 353–94.

Means, B. 2010. Learning Technology in Context: Time for New Perspectives and Approaches. Documento encargado por el Aspen Institute Congressional Program, "Transforming America's Education through Innovation and Technology." Aspen Institute, Washington, D.C.

Metzler, J. y L. Woessmann. 2012. The Impact of Teacher Subject Knowledge on Student Achievement: Evidence from Within-Teacher Within-Student Variation. *Journal of Development Economics* 99(2): 486–96.

Mizala, A. y H. Ñopo. 2014. Measuring the Relative Pay of Latin American School Teachers at the Turn of the 20th Century. Documento de trabajo 2014–15. Lima: Peruvian Economic Association.

Mochon, S. 2008. The Need for Developing Math Teachers' 'Knowledge for Teaching,' for an Effective Use of Technological Tools. En: K. McFerrin, R. Weber, R. Carlsen y D. Willis (eds.), *Proceedings of SITE 2008—Society for Information Technology and Teacher Education International Conference*. Las Vegas, NV: Las Vegas Association for the Advancement of Computing in Education. Disponible en https://www.learntechlib.org/p/28120/.

Mochon, S. 2010. The Relationship between Teacher Behavior and Students' Cognitive Progress When Educational Software Is Introduced into the Classroom. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa* 13(4–II): 355–71.

Mullens, J., R. Murnane y J. Willett. 1996. The Contribution of Training and Subject Matter Knowledge to Teaching Effectiveness: A Multilevel Analysis of Longitudinal Evidence from Belize. *Comparative Education Review* 40(2): 139–57.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). 2014. *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM.

Niess, M., R. Ronau, K. Shafer, S. Driskell, S. Harper, C. Johnston, C. Browning, S. Ozgün-Koca y G. Kersaint. 2009. Mathematics Teacher TPACK

Standards and Development Model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education* 9(1): 4–24.

Nye, B., S. Konstantopoulos y L. Hedges. 2004. How Large Are Teacher Effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26: 237–57.

OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). 2005. *Teachers Matter: Attracting, Developing and Retaining Effective Teachers.* París: OCDE.

Ost, B. 2014. How Do Teachers Improve? The Relative Importance of General and Specific Human Capital. *American Economic Journal: Applied Economics* 6(2): 127–51.

Rice, J. 2003. *Teacher Quality: Understanding the Effectiveness of Teacher Attributes*. Washington, D.C.: Economic Policy Institute.

Rivkin, S., E. Hanushek y J. Kain. 2005. Teachers, Schools, and Academic Achievement. *Econometrica* 73(2): 417–58.

Rosario, H., P. Scott y B. Vogeli. 2015. *Mathematics and its Teaching in the Southern Americas: With an Introduction by Ubiratan D'Ambrosio (Series on Mathematics Education Volume 10)*. Singapur: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Saenz, C. y A. Lebrija. 2014. La formación continua del profesorado de matemáticas: Una práctica reflexiva para una enseñanza. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 17(2): 219–44.

Santibañez, L. 2006. Why We Should Care If Teachers Get A's: Teacher Test Scores and Student Achievement in Mexico. *Economics of Education Review* 25(5): 510–20.

Shulman, L. 1986. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher* 15(2): 4–14.

Sorto, M. y T. Luschei. 2010. Teacher Education, Supervision, and Evaluation in Costa Rica. En: K. G. Karras, G. Mavroides y C. C. Wolhuter (eds.), *International Handbook on Teacher Education*. Nicosia: UNESCO Chair of Education and University of Nicosia Press.

Sorto, M., J. Marshall, T. Luschei y M. Carnoy. 2009. Teacher Knowledge and Teaching in Panama and Costa Rica: A Comparative Study in Primary and Secondary Education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(2): 251–90.

Stein, M., M. Smith, M. Henningsen y E. Silver. 2000. *Implementing Standards Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development.* Nueva York: Teachers College Press.

UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura). 2008. *Student Achievement in Latin America and the Caribbean. Results of the Second Regional Comparative and Explanatory Study (SERCE)*. Santiago de Chile: UNESCO.

———. 2012. *Antecedentes* y *Criterios para la Elaboración de Políticas Docentes en América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: UNESCO.

———. 2015. *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE): Factores Asociados*. Santiago de Chile: UNESCO.

Varas, M., N. Lacourly, A. López Collazo y V. Giaconi. 2013. Evaluación del conocimiento pedagógico del contenido para enseñar matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias* 31(1): 171–87.

Vegas, E. e I. Umansky. 2005. Improving Teaching and Learning through Effective Incentives. En: E. Vegas (ed.), *Incentives to Improve Teaching: Lessons from Latin America*. Washington, D.C.: Banco Mundial.

Wayne, A. y P. Youngs. 2003. Teacher Characteristics and Student Achievement Gains: A Review. *Review of Educational Research* 73(1): 89–122.

CAPÍTULO 5

Promoviendo un buen comienzo: la tecnología en la matemática de la primera infancia

Julie Sarama y Douglas H. Clements (Universidad de Denver)[1]

La tecnología educativa tiene el potencial de realizar múltiples contribuciones a la educación temprana en matemática en América Latina y el Caribe (ALC). La realización de este potencial depende de qué tecnología se utilice y cómo. La investigación sobre diferentes modelos de tecnología educativa ha identificado los beneficios específicos de cada uno. Entre estos modelos cabe citar la enseñanza asistida por la tecnología (que incluye práctica, tutoriales, tareas, herramientas y juegos); materiales didácticos tecnológicos; programación, codificación y robótica, y combinaciones de estos modelos. Para materializar los beneficios de estos diferentes modelos de tecnología educativa, los maestros necesitan apoyo y desarrollo profesional. Afortunadamente, existe una creciente oferta de dichos recursos.

5.1 Promoviendo un buen comienzo

José, alumno de primer grado, nunca habló en voz alta, siempre tardó en completar su trabajo y fue colocado en un "grupo de socialización" para "sacarlo de su caparazón". Cuando llegó una computadora, José pasó casi 90 minutos con la máquina el primer día. Inmediatamente después, su maestro notó que estaba completando la tarea en su pupitre sin ayuda. Luego

[1] La preparación de este capítulo recibió en parte el apoyo de la Fundación Nacional de Ciencia bajo las Subvenciones Núm. ESI-9730804 y REC-9903409 y del Instituto de Ciencias de la Educación a través de la subvención R305K05157. Todas las opiniones, los hallazgos y las conclusiones o recomendaciones expresados en este material corresponden a los autores y no reflejan necesariamente los puntos de vista de la Fundación Nacional de Ciencias o del Instituto de Ciencias de la Educación.

deslizaría su asiento hacia la tecnología y vería el programa de otros (escribir código de computadora o dar instrucciones) en el lenguaje de computadora Logo, que consiste en dirigir una "tortuga" en la pantalla para dibujar figuras geométricas. Por ejemplo, el código "repetir 4 [adelante 100 a la derecha 90]" le indica a la tortuga que dibuje una línea recta, luego gire 90 grados a la derecha y que lo haga cuatro veces en total, dibujando un cuadrado. Poco después, José se mantendría al lado de la tecnología, hablando y haciendo sugerencias. Cuando otros tenían dificultades, José se apresuraba a mostrarles una solución. Comenzó a brindar ayuda sobre Logo a los demás y a completar el doble de tarea por día que antes. Participó con entusiasmo durante las discusiones de clase y, como su "mayor logro", un día se le dio un "tiempo fuera" de 10 minutos porque no dejaba de hablar. En resumen, José subió del grupo más bajo en rendimiento al más alto.

¿Son tales resultados meras coincidencias o constituyen beneficios reales de ciertos entornos tecnológicos? Si es lo segundo, ¿cómo puede usarse la tecnología para maximizar estos beneficios para la enseñanza y el aprendizaje de matemática en la primera infancia? ¿Cuáles son las características únicas de estos entornos tecnológicos que se pueden capitalizar? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los diferentes modelos de tecnología educativa para la matemática en la primera infancia? ¿Cuáles son las estrategias de enseñanza efectivas? ¿Qué desarrollo profesional y apoyo requieren los maestros? Finalmente, ¿qué sugieren los modelos y las investigaciones para el uso efectivo de la tecnología educativa en ALC? Este capítulo aborda estas preguntas sucesivamente, pero primero cuestiona: ¿Por qué enseñar matemática en la primera infancia?

5.1.1 La promesa, y el potencial no realizado, de la matemática en la primera infancia

La matemática en la primera infancia es sorprendentemente importante. Lo que los niños saben y pueden hacer en sus primeros años de escuela puede predecir su rendimiento en matemática en los años siguientes, e incluso a lo largo de su carrera académica. Además, su conocimiento de matemática predice su rendimiento en lenguaje. La matemática parece ser un componente central de la cognición (Clements y Sarama 2011; Duncan et al. 2007; Duncan y Murnane 2014).

Además, la matemática es un área crítica de aprendizaje: muchos alumnos tienen un bajo desempeño en las escuelas de todo el mundo (Clements y Sarama 2003, 2007c), incluso en ALC (véase el capítulo 3; véase también Bos, Ganimian y Vegas 2013). Por ejemplo, los alumnos de ALC llevan más de dos años de rezago frente a sus contrapartes de los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en matemática, lenguaje y habilidades de pensamiento crítico, e incluso se hallan por detrás de los países del este asiático, incluido Vietnam (Bruns y Luque 2014). La falta de recursos informáticos explica parte de esta brecha (Breton y Canavire-Bacarreza 2018). Este capítulo se enfoca en los niños de los grados inferiores de las escuelas primarias de las áreas urbanas de ALC, porque las competencias y disposiciones fundamentales son críticas para el éxito en toda la trayectoria escolar.

5.1.2 Tecnología y niños pequeños: debates, teoría e investigación

Hace 20 años, se argumentaba que "ya no es necesario preguntarse si el uso de la tecnología es *apropiado*" en la educación de la primera infancia (Clements y Swaminathan 1995: 275). La investigación que apoyó esa declaración fue, y sigue siendo, convincente, pero los movimientos sociales y políticos mantienen su propio curso cíclico, y persiste la polémica contra el uso de la tecnología por parte de los niños pequeños. Esto es importante, porque algunos maestros mantienen un sesgo en contra de la tecnología que contradice la evidencia de la investigación (Lindahl y Folkesson 2012). Especialmente en las escuelas de estatus socioeconómico medio, algunos maestros creen que es "inapropiado" tener tecnología en las aulas para niños pequeños (Lee y Ginsburg 2007).

Los autores de este capítulo han contrarrestado en otros trabajos estas críticas (Clements y Sarama 2003), y otros autores han argumentado de manera similar contra las mismas (Lentz, Seo y Gruner 2014). Mientras tanto, la investigación continúa acumulando evidencia de que, por ejemplo, los hogares con más tecnología apoyan mejor el aprendizaje de matemática (Li, Atkins y Stanton 2006; Navarro et al. 2012), y esto es particularmente cierto para los niños de hogares minoritarios (Judge 2005). Dicho esto, también es verdad que algunas correlaciones no son significativas, incluidas las de la investigación en ALC (véase el capítulo 4). Entonces, claramente, la forma en que se usan las tecnologías importa. Las siguientes secciones resumen algunos de los hallazgos básicos de la investigación sobre niños pequeños y tecnología (Clements y Sarama 2010).

Niños que trabajan con tecnología

Quizás la crítica más antigua es que la tecnología educativa es "inadecuada para el desarrollo" de los niños pequeños (Barnes y Hill, 1983). Un argumento es que dicha tecnología exige de manera inapropiada un "pensamiento abstracto" (Cordes y Miller 2000). Tales críticas se basan en interpretaciones desacreditadas de la teoría de Piaget (Gelman y Williams 1997).

Quizá lo más importante es que estas críticas se basan en una visión de la tecnología demasiado general e indiferenciada. Los tipos de tecnologías disponibles y su contenido varían ampliamente y, cuando se usan de manera apropiada, pueden beneficiar a los niños desde la educación preprimaria hasta tercer grado (Clements y Sarama 2007c, 2010), especialmente en matemática (Shin et al. 2012; Thompson y Davis 2014). La naturaleza y el alcance de la contribución de la tecnología dependen en gran medida de qué modelos de tecnología se utilicen y de los objetivos que se propongan para estos modelos.

Enfoques para la tecnología educativa: más allá de las falsas dicotomías

Los debates también giran en torno de cómo debe usarse la tecnología para mejorar el aprendizaje de matemática. Esto puede implicar falsas dicotomías. Por ejemplo, algunos educadores se centran únicamente en ejercicios: un enfoque que si se utiliza solo es pernicioso e incluso ineficaz para esos objetivos limitados (véase el capítulo 2; véase también Henry y Brown 2008). Otros educadores toleran las aplicaciones de tecnología "abiertas" (o definidas detalladamente), "apropiadas para el desarrollo", basadas en una visión constructivista. Creemos que el constructivismo es una construcción teórica importante (Sarama y Clements 2009b), pero aunque tiene implicaciones fundamentales para la enseñanza, nos dice más sobre el aprendizaje que sobre la enseñanza (Clements 1997). Por lo tanto, las políticas y prácticas deben considerar cuidadosamente cómo los niños aprenden matemática y cómo la tecnología podría apoyar ese aprendizaje.

Trayectorias de aprendizaje. El fundamento teórico aquí expuesto se sustenta en las trayectorias de aprendizaje, un mecanismo de enseñanza-aprendizaje basado en la construcción. Cada trayectoria de aprendizaje tiene tres partes: 1) una meta, 2) una evolución del desarrollo y 3) actividades de enseñanza. Para alcanzar una cierta competencia matemática en un tema o dominio determinado (meta), los alumnos aprenden cada nivel sucesivo (evolución del desarrollo), ayudados por tareas (actividades de enseñanza) diseñadas para desarrollar las acciones mentales sobre los objetos que permiten pensar en cada nivel superior (Clements y Sarama 2014). Las estrategias de enseñanza incluyen el trabajo exploratorio inicial (o el juego) y una gama de técnicas que van desde la resolución de problemas hasta una variedad de estrategias explícitas de enseñanza. Una de las claves es la adecuada integración (por ejemplo, en las fases de aprendizaje; véase el capítulo 2 y van Hiele 1986).

El papel de la tecnología en la implementación de trayectorias de aprendizaje. La primera fase del aprendizaje les permite a los niños explorar inicialmente un tema, seguido de actividades propias de la Fase 2, las cuales requieren que los alumnos apliquen los conceptos para resolver problemas. Los conceptos y habilidades se desarrollan juntos y están conectados. Recién una vez que estén firmemente establecidos, se introducirán las tareas de la Fase 3 para desarrollar la fluidez. Estas tareas son, por supuesto, secuenciadas de acuerdo con la evolución del desarrollo para completar la trayectoria de aprendizaje hipotética. Además, las características de las tareas y las interacciones pedagógicas que las acompañan están explícitamente vinculadas a las transiciones entre niveles.

En conclusión, la tecnología puede hacer contribuciones sustanciales a la educación matemática de la primera infancia, si se usa bien (Sarama y Clements 2002b; Seng 1999), con aplicaciones que sean coherentes con las fases del aprendizaje. La mala noticia es que la realidad a menudo no cumple con esta promesa (Cuban 2001). Para ser eficaces, las políticas y las prácticas deben basarse en la investigación y la sabiduría de la práctica experta. No es probable que el simple hecho de proporcionar *hardware* aumente el aprendizaje de matemática (Ortiz y Cristia 2014), aunque puede incrementar las habilidades cognitivas (Cristia et al. 2017). Además, incluso si se utiliza bien, no se puede esperar que la tecnología por sí sola tenga un efecto más que moderado (Cheung y Slavin 2013). Este capítulo extrae implicaciones de lo que se ha aprendido de la investigación sobre la selección de modelos de tecnología educativa, el uso de estrategias de enseñanza efectivas y el desarrollo profesional.

5.2 Modelos de tecnología para la matemática en la primera infancia

En la introducción de este capítulo se describen los diferentes modelos de uso de la tecnología para la enseñanza de matemática. En esta sección se tratarán e ilustrarán cuestiones específicas relacionadas con la aplicación de estos modelos a la educación matemática de la primera infancia. Desde el principio, cabe considerar que el currículo de matemática utilizado marca una diferencia significativa en cuanto a qué y cómo aprenden los niños (Agodini et al. 2010), y las decisiones sobre tecnología educativa deben estar en concordancia con el currículo principal.

5.2.1 Enseñanza asistida por la tecnología

Incluso los niños pequeños pueden beneficiarse de la enseñanza asistida por la tecnología (EAT), incluido el uso de dispositivos digitales con fines educativos, para desarrollar habilidades y conceptos matemáticos. Una revisión de estudios rigurosos indica que las aplicaciones de EAT bien diseñadas e implementadas podrían tener un impacto positivo en el desempeño en matemática (National Mathematics Advisory Panel 2008), y hay estudios recientes que respaldan esta conclusión (Moradmand, Datta y Oakley 2013; Outhwaite et al. 2019; Nusir et al. 2013; Thompson y Davis 2014). Otra revisión reciente también concluyó que la EAT tiene efectos positivos, aunque modestos, y también sugirió que puede haber diferencias según el modelo de EAT que se utilice. La EAT Complementaria mostró el mayor efecto, de +0,19. Otras dos intervenciones tuvieron efectos más pequeños, pero también positivos. El aprendizaje de gestión tecnológica, es decir, el *software* que administra y califica las pruebas y utiliza la información para formular decisiones de enseñanza, tuvo un efecto de +0,08. Los programas holísticos, que integran la EAT y la enseñanza tradicional en un sistema curricular, tuvieron un efecto de +0,07. Sin embargo, otro meta-análisis sobre tecnología educativa para matemática inicial encontró un efecto mayor, de 0,48 (0,53 para el sentido numérico, 0,42 para las operaciones, 0,57 para los problemas de palabras y 0,59 para geometría y medidas) (Harskamp 2015).

Práctica

Un uso común de la EAT consiste en proporcionar práctica, por ejemplo, en habilidades como el conteo y clasificación (Clements y Nastasi 1993) o las tablas de sumar (Fuchs et al. 2006). De hecho, algunos revisores afirman que los mayores beneficios del uso de EAT han tenido lugar en la práctica de matemática de alumnos del primer ciclo de la escuela primaria (Fletcher-Flinn y Gravatt 1995), especialmente en programas educativos compensatorios (Lavin y Sanders 1983; Ragosta, Holland y Jamison 1981). Alrededor de 10 minutos por día bastaron para producir beneficios significativos, 20 minutos tuvieron incluso un efecto mejor (téngase en cuenta que la investigación recomienda sesiones cortas y repetidas, por lo que para los niños pequeños se sugiere invertir de 5 a 15 minutos en una sesión). Otro programa mostró buenos efectos en la fluidez aritmética para los alumnos de primer grado que practicaron durante 15 minutos tres veces por semana durante cuatro meses (Smith, Marchand-Martella y Martella 2011). El enfoque de EAT puede ser tan o más rentable que la enseñanza tradicional (Fletcher, Hawley y Piele 1990) y otras intervenciones pedagógicas, como la tutoría entre compañeros y la reducción del tamaño de las clases (Niemiec y Walberg 1987). Este enfoque ha sido exitoso con todos los niños (Shin et al. 2012), y se ha informado de avances sustanciales en el caso de niños de comunidades de bajos recursos (Primavera, Wiederlight y DiGiacomo 2001).

La práctica con tecnología puede ser especialmente útil para los niños que tienen dificultades en matemática o discapacidades de aprendizaje

(Harskamp 2015). Sin embargo, esto debe ocurrir en el punto correcto de la trayectoria de aprendizaje y debe ser el tipo correcto de práctica. Por ejemplo, la práctica básica, repetida, que busca desarrollar velocidad para los cálculos aritméticos no ayuda a los niños que están en un nivel de estrategia de conteo más inmadura. En cambio, la investigación sugiere un nivel de práctica que les ayude a comprender conceptos y aprender cálculos aritméticos antes de realizar ejercicios sometidos a la presión del tiempo (Hasselbring, Goin y Bransford 1988). Además, la práctica que apunta a adquirir fluidez y a enseñar las estrategias cognitivas puede ser más efectiva, especialmente para los niños (Carr et al. 2011).

¿Qué tan jóvenes pueden ser los niños y seguir obteniendo tales beneficios? Los niños de 3 años aprendieron a establecer un orden a partir de una tarea tecnológica tan fácilmente como a partir de una tarea concreta con muñecas (Brinkley y Watson, 1987–88). También se han reportado beneficios en habilidades como el conteo en la educación preprimaria para niños de 5 años (Hungate 1982).

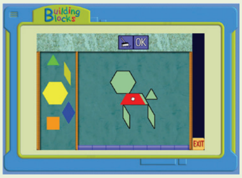
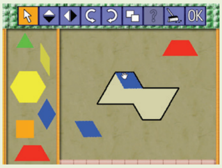
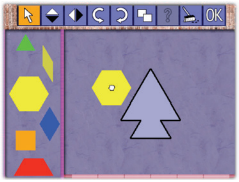
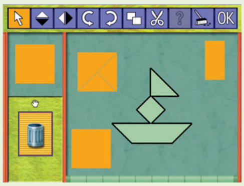
La posición adoptada en este capítulo es que los ejercicios deben usarse con cuidado y con moderación, especialmente con los niños más pequeños, cuya creatividad puede verse perjudicada por un itinerario sistemático de ejercicios de práctica (Haugland 1992). Algunos alumnos pueden sentirse menos creativos o menos motivados para realizar trabajos académicos si deben seguir un itinerario constante solamente de ejercicios de práctica (Clements y Nastasi 1985; Haugland 1992). También existe la posibilidad de que los niños estén menos motivados para realizar el trabajo académico siguiendo ejercicios de práctica (Clements y Nastasi 1985) y de que los ejercicios en la computadora por sí solos no se generalicen tan bien como con papel y el lápiz (Duhon, House y Stinnett 2012). Por el contrario, la práctica que fomenta el desarrollo y el uso de estrategias, que proporciona diferentes contextos (apoyo a la generalización) y que promueve la resolución de problemas puede ser más apropiada que los ejercicios de práctica, o puede utilizarse mejor en combinación con ellos. Para ser efectivos, todos los tipos de práctica deben atenerse a y ser consistentes con la enseñanza en la Fase 1 (explorar), seguida de la Fase 2 (aplicar los conceptos para resolver problemas), y deben ser apropiados para la cultura de los niños.

Tutoriales, tareas, pruebas de ingenio y herramientas

Otros modelos de EAT incluyen, y a menudo combinan, enfoques que van más allá de la práctica simple, como tutoriales, tareas, pruebas de ingenio y herramientas (por ejemplo, *screencasting*, o el uso de una aplicación en una tabla que captura audio y video de lo que está escrito o presentado en la pantalla; véase Thomas 2017). Como ejemplo de un rompecabezas o un problema a resolver, a María, de 5 años, se le presentó la tarea de encontrar un personaje de dibujos animados con ojos grandes y sin rayas. Miró a uno con rayas y dijo en voz alta: "¡*No* rayas!" Se dirigió a otro que no tenía rayas. "¡Ah! Yo creo que... ¡este es el correcto!... ¡No, ojos pequeños! [Moviéndose de nuevo] ¿Es este [sin rayas y ojos grandes]? Sí, entonces hago clic en él". Tenía razón. María desarrolló comprensión y luego adquirió fluidez no solo en los atributos y lógica, sino también en las estrategias de pensamiento y las habilidades de "aprender a aprender".

Como otro ejemplo, considérese una trayectoria de aprendizaje apoyada por la tecnología (Clements y Sarama 2007/2013). El objetivo es aprender la composición geométrica usando habilidades de resolución de problemas para juntar figuras para crear otras figuras. La evolución del desarrollo indica que los niños con una falta inicial de aptitud para la composición de formas geométricas adquieren la capacidad de combinar formas en imágenes, en un principio mediante prueba y error, y gradualmente por atributos, para finalmente sintetizar combinaciones de figuras en nuevas figuras. Los niveles de esta evolución a lo largo del tercer componente de la trayectoria de aprendizaje (tareas de enseñanza) se presentan en el gráfico 5.1, que contiene una serie de rompecabezas con dificultad creciente. Los niños disfrutan del hecho de que los bloques encajen y se mantengan juntos con precisión. (Los niños inicialmente resuelven rompecabezas con piezas variables que reproducen diferentes patrones físicos.) Y lo que es más importante aún, utilizan las herramientas del programa para realizar acciones sobre las figuras. Debido a que los niños tienen que descubrir cómo mover los bloques y luego *elegir* un movimiento, como deslizar o girar, son más conscientes de estos movimientos geométricos. Juanita, de 4 años, en un principio se refirió a las herramientas "que dan vueltas", pero más tarde las llamó herramientas de "rotación de figuras", y después de varios meses describió direcciones y cantidades, como "OK, obtenga *esta* herramienta de rotación [derecha o en el sentido de las agujas del reloj] ¡y rótela tres veces!". Estas elecciones también alientan a los niños a ser más deliberados. Ellos "piensan con anticipación" y hablan entre sí sobre qué forma y acción elegir a continuación. De esta manera, la tecnología desacelera sus acciones y aumenta su reflexión. Igual de importante es el hecho de que usar las herramientas de movimiento de manera deliberada ayuda a los niños a familiarizarse con ver formas en diferentes orientaciones y a darse cuenta de que cambiar la orientación no afecta el nombre o la clase de la forma. En una actividad relacionada, se desafía a los niños a construir una imagen o diseñarla con bloques físicos y copiarla en el programa. De nuevo, esto requiere el uso de herramientas específicas para los

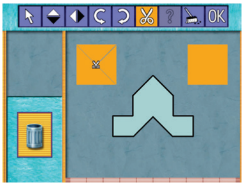
GRÁFICO 5.1
MUESTRAS DE UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA LA COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FORMAS GEOMÉTRICAS

Edad	Evolución del desarrollo	Tareas educativas	
2–3	**Ensamblador de piezas.** Crea imágenes en las que cada figura representa un rol único (por ejemplo, una forma para cada parte del cuerpo) y figuras que se tocan.	En el primer nivel de la serie “Piece Puzzler”, cada figura está delineada, pero toca a otras figuras solo en un punto, haciendo que la combinación sea lo más fácil posible.	
4	**Creador de imágenes.** Permite colocar varias formas para formar una parte de una imagen (por ejemplo, dos formas para un brazo). Utiliza prueba y error y no anticipa la creación de una nueva forma geométrica.	Las tareas en este nivel comienzan con la combinación de varias figuras para crear una “parte”, pero aún están disponibles las líneas internas. Considérese que deben utilizarse giros y vueltas.	
5	**Compositor de figuras.** Permite componer figuras con anticipación (“iSé lo que encajará!”). Se eligen formas usando ángulos así como longitudes laterales.	Los rompecabezas en este nivel no tienen pautas internas ni áreas más grandes; por lo tanto, los alumnos deben componer figuras con precisión.	
6	**Sustitución de creador compositor.** Crea nuevas figuras a partir de figuras más pequeñas y utiliza la prueba y el error para sustituir grupos de figuras por otras formas para crear nuevas formas de diferentes maneras.	Las tareas de “rompecabezas de piezas” son similares; la nueva tarea aquí es resolver el mismo rompecabezas de varias maneras diferentes.	
7	**Descomponedor de formas con imágenes.** Descompone las figuras con flexibilidad utilizando imágenes generadas de forma independiente.	En la serie de “súper figuras”, los alumnos solo tienen una forma en la paleta de formas y deben descomponer esa forma y luego recomponer las piezas para completar el rompecabezas.	

(continúa en la página siguiente)

GRÁFICO 5.1 *(continuación)*

MUESTRAS DE UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA LA COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FORMAS GEOMÉTRICAS

Edad	Evolución del desarrollo	Tareas educativas	
	Descomponedor de formas con unidades. Descompone las figuras de manera flexible utilizando imágenes generadas de forma independiente y descomposiciones planificadas.	En este nivel de "súper figura", los alumnos solo obtienen exactamente el número de "súper figuras" que necesitan para completar el rompecabezas. Nuevamente, se requieren múltiples aplicaciones de la herramienta de tijeras.	

Fuentes: Adaptado de Clements y Sarama (2014) y Sarama y Clements (2009b).

movimientos geométricos de deslizar, voltear y girar, y alienta a los niños a reflexionar sobre la orientación de las figuras. Téngase en cuenta que este y otros estudios muestran que las interfaces de tipo herramienta son necesarias para obtener este beneficio, aunque se puede aplicar la manipulación directa.

Múltiples estudios han apoyado la efectividad de esta trayectoria de aprendizaje (Clements y Sarama 2007b, 2008a; Clements et al. 2011). El *software* combina las tareas (rompecabezas de motivación) y las herramientas (herramientas de movimiento geométrico) ya descritas. Además, presenta pistas y tutoriales si los niños cometen varios errores consecutivos. El *software* utilizado por sí solo es eficaz y ha resultado particularmente útil para los alumnos hispanos usuarios de dos lenguas para el aprendizaje (Foster et al. 2016; Foster et al. 2018).

Se han reportado éxitos similares para otros programas basados en la investigación. Por ejemplo, se ha encontrado que la EAT, incluso con la dirección mínima de un maestro, es un medio viable para ayudar a los alumnos de primer grado con un factor de riesgo a descubrir la regla de suma 1 (sumar 1 es lo mismo que "contar uno más") por medio de la detección de patrones (Baroody et al. 2015). El *software* podría preguntar: "¿Qué número viene después de 3 cuando contamos?" e inmediatamente después respondiendo a una pregunta de suma relacionada, "3 + 1 = ?" Además, un ítem de "suma cero" y un ítem de suma (con ambos agregados mayores que uno) sirvieron como contraejemplos de la regla de suma 1 para desalentar el exceso de generalización de esta regla. Un programa de tecnología similar que combinaba la fluidez y el uso de estrategias cognitivas ayudó a los alumnos de segundo grado, especialmente a los varones, a mejorar su rendimiento aritmético (Carr et al. 2011). Un conjunto de actividades aumentó el rendimiento en matemática de alumnos de preprimaria de bajos ingresos con un tamaño de efecto de 1 desviación estándar, más de un año de ventaja sobre el grupo de control (Schacter y Jo 2016).

También son fundamentales los esfuerzos para determinar qué clase de objetivos pueden alcanzar los diferentes tipos de EAT. Por ejemplo, todos los alumnos de educación preprimaria de 5 años que trabajaron en entornos multimedia mejoraron sus habilidades matemáticas más que aquellos que no trabajaron en ningún entorno tecnológico. Además, los que trabajaron individualmente se desempeñaron al más alto nivel, mientras que los que trabajaron de forma cooperativa aumentaron su actitud positiva sobre el aprendizaje cooperativo (Weiss, Kramarski y Talis 2006). Finalmente, los tutoriales largos son raros en la matemática inicial; sin embargo, algunos programas están desarrollando nuevos enfoques. Uno utilizó entornos multimedia de colaboración con problemas que los niños de 4 a 7 años resolvieron de manera cooperativa (Kramarski y Weiss 2007). Se les dio tres pasos de retroalimentación para apoyar su aprendizaje. Estos niños superaron a los que trabajaron en colaboración pero sin el entorno multimedia. En otro enfoque, los niños crearon imágenes digitales que representaban a una persona o personaje y usaron ese personaje para compartir pensamientos e ideas a través de texto mecanografiado o el micrófono de la computadora (Cicconi 2014).

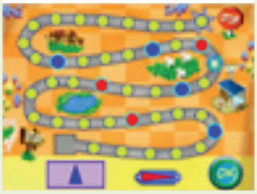
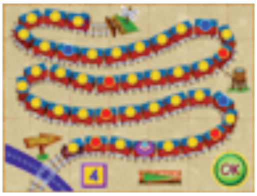
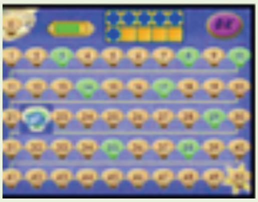
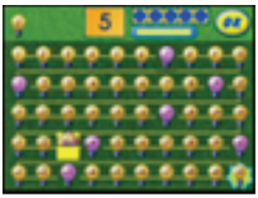
Juegos

Los juegos tecnológicos, elegidos correctamente, también pueden ser efectivos (véase el capítulo 6; véase también Ketamo y Kiili 2010). Los alumnos de segundo grado que experimentaron una interacción promedio de una hora durante dos semanas con un juego tecnológico respondieron correctamente al doble de ítems en una prueba de velocidad de tablas de sumar que los alumnos de un grupo de control (Kraus 1981). Incluso los niños más pequeños se benefician de una amplia variedad de juegos tanto tecnológicos como no tecnológicos (Clements y Sarama 2008b). Por ejemplo, en un juego simple, los niños pequeños colocan combinaciones de dedos en un iPad para jugar un juego de reconocer y representar números antes de que se acabe el tiempo. El trabajo piloto inicial con esta novedosa interfaz, que también promueve el uso de objetos didácticos más accesible para los niños, sus dedos, es prometedor (Barendregt et al. 2012).

Una vez más, a partir de las trayectorias de aprendizaje, el gráfico 5.2 ilustra los niveles seleccionados (Clements y Sarama 2007/2018) de una serie de juegos de mesa tecnológicos destinados a desarrollar de manera progresiva las competencias de los niños en el dominio del conteo, lo que conduce a estrategias de suma y resta basadas en el conteo. Por ejemplo, en el nivel de Productor (números pequeños), en el que pueden contar con precisión hasta 5 objetos, los niños pueden resolver problemas aritméticos simples como 3 + 2 "contando todos", produciendo un conjunto de 3, luego un conjunto de 2, luego contándolos todos. Se hace un avance al nivel de Contador con el Uso de Patrones, al que los niños pueden realizar una adición contando uno o dos números desde el primer sumando, de modo de resolver 4 + 2 diciendo "4, *5*, *6*", usando para 5 y 6 un patrón rítmico de dos tiempos. Es posible que estos niños aún no puedan contar con 5 o más números, porque el ritmo sería demasiado complicado. Sin embargo, cuando avanzan al nivel de Contador que Realiza un Seguimiento, pueden mantener un registro numérico de cuántos están contando (es decir, el segundo sumando), de modo de resolver 4 + 5 contando "4…, 5, 6, 7, 8, 9", levantando cinco dedos por cada conteo para realizar un seguimiento. Nuevamente, los formatos del juego y los objetivos claros motivan a los niños, y la enseñanza combina varios enfoques. Las tareas utilizan representaciones vinculadas para garantizar que los niños desarrollen un concepto sólido de los números. Es decir, los niños reciben apoyo para conectar imágenes, símbolos escritos, símbolos orales y acciones, lo que fomenta el aprendizaje y la retención (Mayer 2014). La conexión de las matrices de puntos, la longitud que se mueve en el camino, el tiempo que se tarda en hacer ese movimiento, etc., sirven para generar sentido numérico (Siegler y Ramani 2008). Un sistema de gestión (véase a continuación) mueve a los niños a lo largo de una trayectoria de aprendizaje basada en la investigación, empleando así la poderosa estrategia educativa de evaluación formativa (Penuel y Shepard 2016) para asegurar que cada niño esté aprendiendo nuevos conceptos y habilidades porque las tareas son desafiantes pero alcanzables (Hiebert y Grouws 2007).

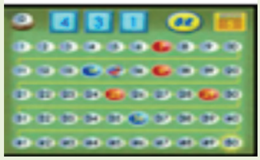
Los juegos más nuevos pueden tomar formas muy diferentes. Por ejemplo, en un proyecto se utilizó un robot para promover el compromiso, la interacción social y el aprendizaje de la geometría al involucrar a los niños en juegos y actividades sociales (Keren y Fridin 2014). El robot que aparece en la pantalla identifica una figura y pide a los niños que encuentren y toquen la misma figura en el robot físico. Las evaluaciones revelaron que estas experiencias mejoraron tanto el pensamiento geométrico como las tareas meta-cognitivas en los alumnos de educación preprimaria para niños de 5 años (Keren y Fridin 2014).

GRÁFICO 5.2
TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA EL CONTEO

Edad	Evolución del desarrollo	Tareas educativas	
4	**Contador (números pequeños).** Cuenta con precisión los objetos en una línea hasta 5 y responde a la pregunta “cuántos” con el último número contado.	*Juego de carreras para contar*. Los alumnos identifican cantidades numéricas en un marco de puntos y avanzan un número correspondiente de espacios en un tablero de juego. *Carrera en carretera.* Los alumnos identifican números de lados (tres, cuatro o cinco) en polígonos y avanzan un número correspondiente de espacios en un tablero de juego.	 
5	**Productor-Contador (números pequeños).** Cuenta los objetos hasta 5.	*Juego numeral del tren.* Los alumnos identifican números (1–5) y avanzan un número correspondiente de espacios en un tablero de juego.	
	Contador desde N (N + 1, N-1). Cuenta verbalmente y con objetos de números distintos a 1 (pero aún no realiza un seguimiento del *número* de conteos).	*Desde el mar hacia la costa*. Los alumnos identifican cantidades numéricas por medio de un conteo (simple). Avanzan una cantidad de espacios en un tablero de juego que es *uno más* que el número de puntos en el marco de números entre 5 y 10.	
6	**Contador con el uso de patrones.** Realiza un seguimiento de algunos actos de conteo, pero solo mediante el uso de un patrón numérico.	*Idea brillante*. Los alumnos reciben un número y un marco con puntos. Cuentan con este número para identificar la cantidad total y luego avanzan un número correspondiente de espacios en un tablero de juego.	

(continúa en la página siguiente)

GRÁFICO 5.2 *(continuación)*
TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA EL CONTEO

Edad	Evolución del desarrollo	Tareas educativas	
7	**Contador que realiza un seguimiento.** Realiza un seguimiento de los actos de conteo numéricamente, primero con objetos, y luego "contando los conteos". Cuenta de 1 a 4 *más* de un número dado.	*Pan comido*. Los alumnos suman dos números para encontrar un número total (sumas de 1 a 10) y luego avanzan un número correspondiente de espacios en un tablero de juego. *Eggcellent*. Los alumnos usan estrategias para identificar dos de tres números que, al sumarse, les permitirán alcanzar el espacio final en un tablero de juego en el menor número de movimientos. A menudo, eso significa la suma de los dos números más grandes, pero a veces hay otras combinaciones que permiten obtener un resultado positivo o evitar retroceder.	 

Fuentes: Adaptado de Clements y Sarama (2014) y Sarama y Clements (2009b); *Software* de Clements y Sarama (2007/2018).

Gestión mejorada con tecnología

Muchos sistemas recurren a la EAT, de acuerdo con la cual las computadoras realizan un seguimiento de los avances de los niños y ayudan a individualizar la enseñanza que reciben. Por ejemplo, tal sistema podría almacenar registros de cómo se están desempeñando los niños en cada actividad. Los asigna al nivel de dificultad correcto de acuerdo con el rendimiento anterior, utilizando las trayectorias de aprendizaje basadas en la investigación para cada tema. Los maestros pueden ver los registros de cómo se está desempeñando todo el grupo o un alumno de manera individual en cualquier momento. El sistema de gestión ajusta automáticamente la actividad en función de la dificultad, y ofrece la información y ayuda adecuadas. Algunos sistemas proporcionan generadores de pruebas y de planillas de cálculo. Se ha demostrado que dichos programas aumentan el rendimiento en matemática de alumnos de bajo, mediano y alto desempeño (Ysseldyke et al. 2003). En el futuro, los sistemas de evaluación pueden integrar un punto de referencia incorporado en el currículo y evaluaciones sumativas dentro y a través de los niveles, desde evaluaciones del currículo en el aula hasta comparaciones internacionales (Quellmalz y Pellegrino 2009).

La EAT: una advertencia

Los formuladores de políticas y los educadores no pueden dar por sentado que cualquier modelo de EAT es efectivo en todos los casos. Sea cual fuere el modelo elegido, se necesita un *software* de alta calidad y una perfecta implementación para materializar los efectos, incluso moderados (National Mathematics Advisory Panel 2008). Téngase en cuenta que las revisiones de investigación a menudo informan efectos pequeños a moderados (Cheung y Slavin 2013; Clements y Sarama 2003; Sarama y Clements 2009a). Además, la investigación revisada puede haber incorporado *software* de mayor calidad que gran parte de los que están disponibles. Por lo tanto, los paquetes de *software* específicos y los planes de implementación deben identificarse y ponerse a prueba.

Existen otros modelos además del enfoque de EAT. Uno de ellos consiste en usar objetos didácticos tecnológicos, como se explica en la siguiente sección.

5.2.2 Objetos didácticos tecnológicos

Los objetos didácticos son objetos, a menudo cuidadosamente estructurados, con los que los niños pueden actuar para aprender conceptos matemáticos. Los objetos didácticos tecnológicos son objetos digitales similares. En las secciones anteriores se presentaron objetos didácticos tecnológicos (las formas y herramientas del gráfico 5.1 constituyen un ejemplo particularmente bueno) y mostraron que pueden proporcionar representaciones “concretas” que son tan significativas para los alumnos como los objetos físicos y potencialmente más efectivas para apoyar el aprendizaje. Es decir, especialmente para los niños pequeños, los objetos didácticos tecnológicos pueden ser más manejables, flexibles y extensibles. De acuerdo con un estudio, los alumnos de tercer grado que trabajan con objetos didácticos tecnológicos obtienen beneficios estadísticamente significativos al aprender conceptos relacionados con fracciones (Reimer y Moyer 2004). Estos objetos didácticos tecnológicos fueron más fáciles y rápidos de usar que los objetos didácticos físicos y brindaron comentarios inmediatos y específicos. En otros ejemplos, los niños pueden pegar 10 cuadrados individuales para crear un “10” o juntar seis triángulos equiláteros para formar un hexágono regular (Lane 2010; Sarama y Clements 2009a; Thompson 2012). Un programa de objetos didácticos tecnológicos ayudó a los alumnos de segundo grado a aprender la multiplicación. El tipo de insumo no influyó en el aprendizaje, pero la provisión de retroalimentación visual así como también auditiva resultó en un mayor aprendizaje (Paek et al. 2011). Por ejemplo, el objetivo de un juego era revelar una escena oculta combinando grupos de bloques. Para crear un grupo de seis, los niños agregan dos bloques tres veces. A medida que los niños mueven los bloques, reciben retroalimentación visual sobre el valor de los bloques y el operador aritmético (2 + 2 + 2, de manera simbólica y auditiva). Un meta-análisis reciente de 66 estudios encontró efectos positivos para el uso de objetos didácticos tecnológicos (Moyer-Packenham y Westenskow 2013).

La siguiente lista resume siete posibilidades interrelacionadas, con énfasis en niños pequeños (para discusiones y resúmenes similares, véanse Moyer-Packenham y Westenskow 2013; Anderson-Pence y Moyer-Packenham 2016; Sarama y Clements 2009a; y Sarama, Clements y Vukelic 1996).

1. *Llevar las ideas y procesos matemáticos a la conciencia*. Incluso los niños pequeños pueden colocar las piezas del rompecabezas en su lugar sin ser conscientes de los movimientos geométricos que pueden describir estos movimientos físicos. El uso de herramientas mejoradas con la tecnología para manipular formas lleva esos movimientos geométricos a un nivel explícito de conciencia (Clements y Sarama 2007a).
2. *Fomentar y facilitar explicaciones completas y precisas*. Incluso los niños pequeños utilizan ideas matemáticas precisas con más frecuencia cuando hablan de su trabajo con objetos didácticos tecnológicos.
3. *Basar en objetos las acciones mentales*. Los niños pueden descomponer la tecnología de bloques de base 10 en unidades o pegar estas últimas entre sí para formar decenas. Tales acciones están más en línea con las acciones mentales que los alumnos deben aprender. Otro ejemplo: al usar objetos didácticos que sustentan la composición mental y la descomposición de formas, Álvaro, un alumno de educación preprimaria, comenzó a hacer un hexágono con triángulos en la computadora (Sarama, Clements y Vukelic 1996). Después de colocar uno, contó con su dedo en la pantalla alrededor del centro del hexágono incompleto, formando imágenes de los otros triángulos y diciendo: “¡Aquí tengo solo uno de lo que necesito, dos más!” Fuera de la computadora, Álvaro nunca había hecho tales afirmaciones.
4. *Cambiar la naturaleza misma del objeto didáctico*. Los objetos didácticos tecnológicos permiten que los niños exploren figuras geométricas

de maneras en que no pueden hacerlo con conjuntos de figuras físicas. Por ejemplo, de la mano de la tecnología, pueden cambiar el tamaño de las figuras representadas, alterando todas o algunas de las formas. Una población lingüística y económicamente diversa de niños de educación preprimaria hizo más patrones y usó más elementos en sus patrones al trabajar con objetos didácticos tecnológicos que al hacerlo con objetos didácticos físicos o mediante el dibujo. Finalmente, solo cuando se trabaja con objetos didácticos elaborados con tecnología, se crean nuevas formas (Moyer-Packenham, Niezgoda y Stanley 2005).

5. *Simbolizar conceptos matemáticos*. La tecnología permite que los objetos didácticos se conecten a símbolos, como cuando un niño agrega manzanas digitales a una canasta y escucha cada número de conteo ("...dos, tres...") y ve los números correspondientes (2, 3). Los objetos didácticos con tecnología mejorada pueden tener solo las características matemáticas que sus creadores desarrolladores desean que tengan y las acciones que los creadores deseen promover, y sin contar con propiedades adicionales que puedan distraer.
6. *Vincular lo concreto y lo simbólico con la retroalimentación*. Por ejemplo, el número representado por los bloques de base 10 se vincula de manera dinámica con las acciones de los alumnos en los bloques, de modo que cuando un alumno cambia los bloques, el número que se muestra también cambia automáticamente. Esto ayuda a los alumnos a entender su actividad y los números. También ayuda a conectar los objetos que los alumnos componen, mueven y transforman en otras representaciones (Anderson-Pence y Moyer-Packenham 2016). Por ejemplo, cuando los alumnos dibujan rectángulos a mano, nunca pueden pensar más sobre ellos de una manera matemática. Sin embargo, en el entorno de Logo, deben analizar la figura (visual/concreta) para construir una secuencia de comandos (simbólicos), como "adelante 75 derecha 90 adelante 30 derecha 90 derecha 90 derecha 90 derecha 90 derecha 90 derecha" para dirigir a la tortuga de Logo de modo de dibujar un rectángulo. Entonces, tienen que aplicar números a las medidas de los lados y ángulos (giros). Esto les ayuda a darse cuenta explícitamente de características tales como "lados opuestos de igual longitud". El vínculo entre los símbolos, las acciones de la tortuga y la figura son directos e inmediatos (Clements, Battista y Sarama, 2001). De manera similar, los niños conectan los símbolos de base 10 a objetos didácticos más a menudo en un entorno tecnológico que físico gracias a la retroalimentación de las "consecuencias naturales", es decir, cuando los alumnos manipulan los objetos didácticos de las nuevas tecnologías, los símbolos conectados proporcionan retroalimentación

inmediata sobre sus acciones (Thompson 1992). La tecnología ayuda a los alumnos a vincular el conocimiento sensorial-concreto y abstracto, permitiéndoles construir conocimiento integrado-concreto.

7. *Grabar y reproducir las acciones de los alumnos*. La tecnología permite que los alumnos almacenen más que configuraciones estáticas; también les permite grabar secuencias de sus acciones con objetos didácticos y modificarlos o reflexionar sobre ellos a voluntad.

Tecnología y juego cognitivo

Los niños pueden usar extensiones del enfoque de EAT para fomentar un pensamiento conceptual más profundo, incluido un tipo valioso de "juego cognitivo": las exploraciones intelectuales auto dirigidas con el entorno de *software*. De hecho, los aspectos dinámicos de la EAT a menudo involucran a los niños en el juego matemático más que los objetos didácticos físicos o los medios impresos (Steffe y Wiegel, 1994). Por ejemplo, dos niñas jugaban con el nivel de exploración gratuita de un conjunto de actividades llamadas "Tiempo de fiesta" (Clements y Sarama 2007/2018) en el que podían publicar cualquier número de elementos y el *software* contaba y etiquetaba los elementos. "¡Tengo una idea!", dijo una de ellas, quitando todos los artículos y arrastrando los manteles individuales a cada silla. "Hay que sacar tazas para todos. Pero primero tienes que decirme cuántas tazas habrá". Antes de que su amiga pudiera comenzar a contar, la primera niña interrumpió: "¡Y todos necesitan una taza para la leche y otra para el jugo!" Las niñas trabajaron arduamente en colaboración, primero encontrando tazas en la casa, pero finalmente contando dos veces en cada mantel individual en la pantalla. Su respuesta, inicialmente 19, no fue exacta, pero no se molestaron al tener que corregir cuando finalmente colocaron las tazas y advirtieron que necesitaban 20. Estas niñas estuvieron jugando con matemática en una situación, con soluciones, mientras se entretenían entre ellas.

Palabras finales: objetos didácticos concretos e ideas concretas integradas

Los objetos didácticos son significativos para aprender solo con respecto a las actividades y el pensamiento de los educandos. Los objetos didácticos físicos y tecnológicos pueden ser útiles, pero lo son aún más cuando se utilizan en entornos educativos completos y bien planificados (véase la discusión sobre orquestación en el capítulo 8). Su apariencia física no es importante: es su capacidad de ser manipulables y su significado lo que los hace efectivos desde el punto de vista educativo. Además, algunos estudios sugieren que los objetos didácticos tecnológicos pueden alentar a los alumnos a hacer explícito su conocimiento, lo que les ayuda a desarrollar un conocimiento integrado-concreto, si bien aún no se han llevado a cabo estudios rigurosos de causalidad al respecto.

5.3 Programación/codificación y robótica

Chris, alumno de educación preprimaria para niños de 5 años, está haciendo figuras con una versión simplificada de Logo (Clements, Battista y Sarama 2001). Él ha estado escribiendo "R" (para el rectángulo) y luego dos números para las longitudes de los lados. Esta vez elige 9 y 9. Ve un cuadrado y se ríe.

> Adulto: "Ahora, ¿qué significan los dos nueves para el rectángulo?"
> Chris: "¡No lo sé, ahora! ¡Tal vez lo nombre rectángulo cuadrado!"

Los niños de los primeros grados de primaria han mostrado una mayor conciencia explícita de las propiedades de las formas y el significado de las mediciones después de trabajar con el logotipo de la tortuga como lo hizo José, mencionado en la introducción de este capítulo (por ejemplo, "repita 4 [adelante 100 derecha 90]"). Aprenden sobre las medidas de longitud y los ángulos (Sarama et al. 2003). Especialmente ahora, con nuevas versiones de lenguajes de computadora, como Scratch Jr. (Flannery et al. 2013), los niños pequeños pueden aprender el lenguaje relacionado y transferir su conocimiento a otras tareas, como leer mapas e interpretar la rotación de objetos hacia la derecha y hacia la izquierda. Por ejemplo, Ryan, alumno de primer grado, quiso que la tortuga apuntara al interior de su rectángulo. Le preguntó a la maestra: "¿Cuál es la mitad de 90?" Después de que ella respondiera, tecleó rt 45 (para "giro a la derecha 45°"). "Oh, me fui por el camino equivocado". No dijo nada, manteniendo sus ojos en la pantalla. "Prueba a la izquierda 90", dijo al fin. Esta operación inversa produjo exactamente el resultado deseado (Kull 1986). Estos efectos no se limitan a pequeños estudios. Cabe citar una evaluación importante de un plan de estudios de geometría, basada en la codificación, que incluyó 1.624 alumnos y sus maestros (Clements, Battista y Sarama 2001). En los grados K–6, los alumnos que escribieron dichos códigos obtuvieron una puntuación significativamente más alta que los alumnos de control de una prueba de rendimiento de geometría general, lo que equivale aproximadamente al doble de las ventajas de los grupos de control. Estos efectos son especialmente significativos, porque se realizó una prueba de papel y lápiz, en la cual no se permitía acceder a los entornos tecnológicos en los que el grupo experimental había aprendido, y porque el plan de estudios era una intervención relativamente breve, que duraba solo seis semanas.

Finalmente, la codificación en computadoras no debe considerarse pertinente solo en mundos virtuales. Por ejemplo, en entornos robóticos (Nao; consúltese Crompton, Gregory y Burke 2018) o el más antiguo LEGO-Logo, los niños crean estructuras de Lego, incluidas luces, sensores, motores, engranajes y poleas, y las controlan a través de códigos informáticos. Hay solo unos pocos estudios de LEGO-Logo, pero indican que tales experiencias pueden afectar positivamente los rendimientos y competencias de matemática y ciencias en las habilidades de pensamiento de orden superior (Browning 1991; Castledine 2011; Enkenberg 1994; Flake 1990; Weir 1992). El LEGO-Logo parece proporcionar tareas de aprendizaje auténticas (Lafer y Markert 1994), motivar y capacitar a los alumnos, y es posible que también ayuden a desarrollar la autoestima (Silverman 1990; Weir 1992). Esto puede deberse a que el LEGO-Logo ofrece un entorno académico en el que los alumnos pueden desarrollar sus propias metas (Browning 1991; Lai 1993; Weir 1992). Esto puede ser especialmente cierto para los alumnos en riesgo de fracaso académico (Day 2002). Si el comienzo es temprano, como en el caso de la educación preprimaria para niños de 5 años, aparecen pocas diferencias entre ambos sexos, y los dos se benefician del trabajo con robots (Sullivan y Bers 2013). Un estudio muestra cómo los alumnos de 5 a 7 años aprendieron a modelar, explorar y evaluar la creación y programación de robots Lego en Australia (McDonald y Howell 2012).

Los robots actuales, como CHERP (Flannery y Bers 2013), y los entornos de programación extienden el trabajo inicial con robots tortuga y ofrecen aún más flexibilidad y oportunidades (Mousa, Ismail y El Salam 2017). El hecho de que estos sistemas apoyen el aprendizaje está respaldado por evidencia empírica (por ejemplo, de secuenciación; véase Kazakoff, Sullivan y Bers 2013). Se necesita más investigación antes de poder sacar conclusiones firmes sobre cualquier aplicación en particular, pero está claro que no hay una dicotomía entre computadoras y entornos de aprendizaje prácticos (Keren y Fridin 2014). Trabajos recientes han descrito cómo los niños muy pequeños en diferentes estadios de desarrollo se aproximan a la programación de un robot, un camino prometedor para diseñar experiencias futuras (Flannery y Bers 2013). Los maestros requerirán mayor perfeccionamiento profesional para implementar dicha forma de enseñanza (Kim et al. 2017).

Más allá de los conceptos y habilidades de matemática, se ha demostrado que este trabajo aumenta la creatividad mediante una variedad de medidas (Alchin 1993; Clements, 1986, 1991, 1995a, 1995b; Clements y Gullo 1984). Una vez más, el *software* de alta calidad, bien implementado, puede tener múltiples beneficios (National Mathematics Advisory Panel

2008). Una forma de lograrlos consiste en combinar diferentes modelos de tecnología educativa.

5.4 Combinando modelos de tecnología educativa

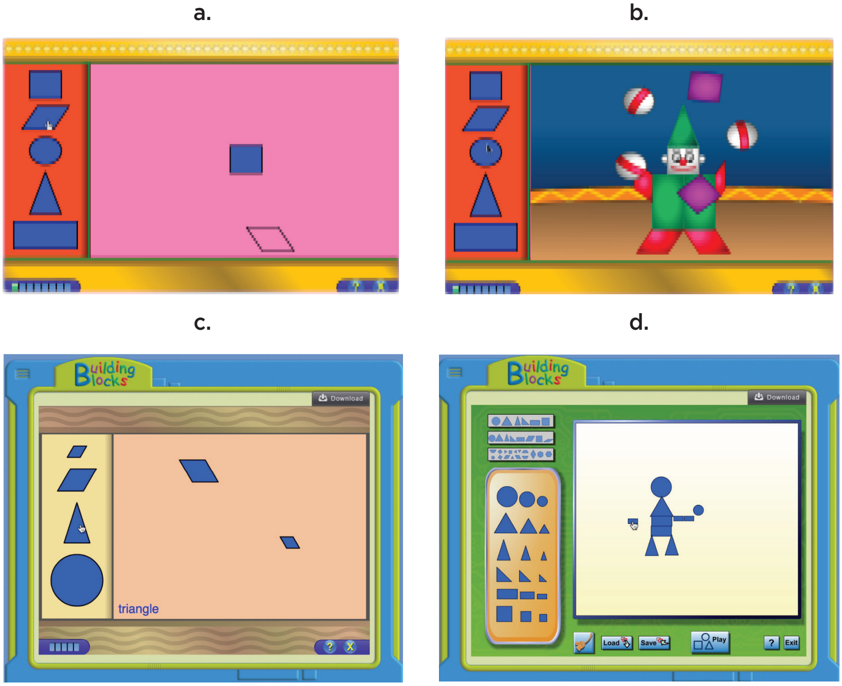
El capítulo 2 de este libro proporciona un marco útil con respecto a las tres fases de la enseñanza efectiva. La primera fase incluye la exploración inicial del tema por parte de los alumnos; la segunda, actividades diseñadas para promover y conectar la comprensión y la fluidez, mientras que la tercera se centra en el desarrollo de la fluidez. Estas fases coinciden con los enfoques teóricos y empíricos de Dina y Pierre van Hiele (van Hiele 1986), y nuestra propia teoría basada en trayectorias de aprendizaje (Sarama y Clements 2009b).

Este capítulo ya ha proporcionado ejemplos de tecnología educativa en apoyo del aprendizaje en diferentes fases. Esta sección expondrá dos ejemplos de cómo combinar diferentes modelos de tecnología educativa para respaldar las tres fases.

5.4.1 Combinación de modelos de EAT y objetos didácticos tecnológicos: la geometría

El primer ejemplo de combinar diferentes modelos de tecnología educativa implica una discusión más completa acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la composición geométrica. La trayectoria de aprendizaje ayuda a los niños a progresar a través de los niveles de composición geométrica con tareas, pruebas de ingenio (rompecabezas), y algunas herramientas (por ejemplo, movimientos geométricos) y tutoriales simples. Sin embargo, hay otros usos de la tecnología educativa que se mezclan en el programa de estudios. Estas actividades enseñan dos temas diferentes en geometría. Primero, los niños avanzan a través de la trayectoria de aprendizaje para hacer coincidir, reconocer y nombrar figuras, inicialmente solo con formas simples y familiares (por ejemplo, círculos y cuadrados) y luego expandiendo el conocimiento de las formas (por ejemplo, rombos), de modo que simplemente hacen coincidir la forma con un contorno presentado (gráfico 5.3). Cuando realizan esto, escuchan el nombre de la figura (repetidamente, a medida que se construye la imagen misteriosa), y el programa se convierte en un simple tutorial para nombrar figuras. Cuando completan la imagen misteriosa, ven una animación (panel B del gráfico 5.3). Al ir avanzando hacia el siguiente nivel, no ven el contorno, sino que escuchan el nombre de la forma (y un tamaño, si hay dos tamaños) y deben identificar dicha forma (panel C del gráfico 5.3).

GRÁFICO 5.3
EL PROGRAMA MYSTERY PICTURES ESTABLECE LA BASE PARA UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE EN LA COMPOSICIÓN GEOMÉTRICA



Fuentes: Adaptado de Clements y Sarama (2014) y Sarama y Clements (2009b); *Software* de Clements y Sarama (2007/2018).

La correspondencia de formas y nombres es el objetivo principal de esta secuencia. Sin embargo, las mismas actividades sirven como una experiencia introductoria al tema de la composición geométrica (juntar figuras como las del tangram chino para hacer otras figuras). Los niños ven ejemplos de cómo se pueden combinar las formas para crear nuevas imágenes y formas. Y lo que es más importante, se trata de imágenes misteriosas, por lo que los niños están adivinando constantemente cuál es la imagen resultante. Eso los motiva a "completar" mentalmente la imagen y anticipar la colocación de las formas siguientes. Del mismo modo, sus imágenes mentales son confirmadas o no, y deben ser actualizadas. Se trata de experiencias dinámicas de composición de formas, poderosos precursores de la próxima serie Piece Puzzler, que requiere que ellos mismos compongan las formas.

Esto no es todo lo que Mystery Pictures aporta en esta segunda trayectoria de aprendizaje. Después de completar cualquier nivel (no solo el final), se invita a los niños a explorar libremente entornos como los "patios de recreo" con herramientas matemáticas. Como se muestra en el panel D del gráfico 5.3, los niños crean sus propias imágenes misteriosas arrastrando formas para armar diseños u objetos. Cuando presionan el botón "Reproducir", su composición se convierte en una nueva "imagen misteriosa" para que otros la resuelvan.

Cabe considerar que en esta fase de exploración temprana, cualquier imagen es aceptable y no hay giros ni vueltas (que se introducen en el entorno de exploración libre de Piece Puzzler, más adelante en la secuencia). Sin embargo, los niños sí exploran unir formas para crear imágenes y formas nuevas, sentando las bases de la comprensión de la composición geométrica; la comprensión de la segunda fase y la eventual fluidez de la tercera fase promovida por la serie Piece Puzzler se han ilustrado en el gráfico 5.1. En otras palabras, las tareas de Mystery Pictures y la exploración gratuita con herramientas establecen la base para el progreso de los niños a través de la trayectoria de aprendizaje de la composición geométrica. Los niños solo hacen concordar o identifican formas, pero los resultados de su trabajo son imágenes hechas de otras formas: demostraciones de composición.

Finalmente, los alumnos trabajan en la segunda y especialmente en la tercera fase, desarrollando fluidez en la serie Super Shape. Aquí, los niños resuelven rompecabezas similares, pero solo tienen una forma para usar; por lo tanto, deben descomponer y modificar esa forma. Una transformación, realizada con la "herramienta hacha", deshace las formas en sus componentes canónicos (por ejemplo, mitades simétricas). En problemas posteriores, en la Super Shape suite, los alumnos usan la herramienta de tijeras, que les obliga a cortar la forma de un vértice o punto medio a otro. Por lo tanto, tienen que crear formas que no han visto antes. Luego, usan el programa "Crear una escena", en el que producen sus propias imágenes utilizando las ideas y habilidades matemáticas que han desarrollado. Es decir, giran, voltean, cambian de tamaño, pegan e incluso recortan formas para crear objetos para sus imágenes. Estos son ejemplos de objetos didácticos extensibles, integrados en una progresión de actividades de EAT basadas en trayectorias de aprendizaje (el campo necesita más ejemplos de tecnología educativa basada en la investigación; véase Wang et al. 2010.)

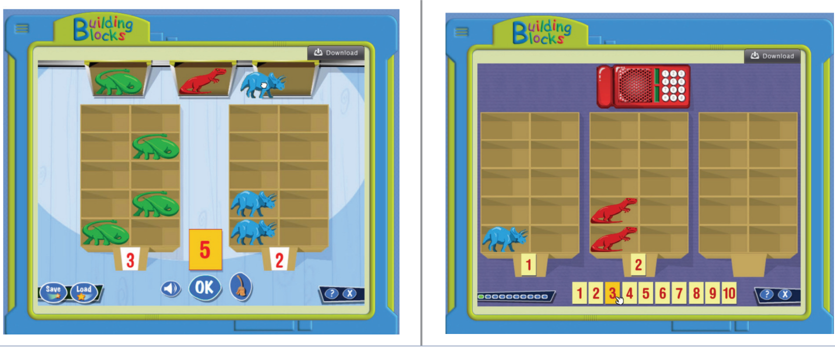
En resumen, sin objetos tecnológicos, el aprendizaje de EAT puede ser limitado. Los alumnos no siempre aprenden a manipular objetos matemáticos para resolver problemas de forma independiente. Por otro lado, sin la EAT, los alumnos a menudo no aprenden a usar las características de los objetos de la tecnología, o exploran las características de las superficies solo de forma trivial.

5.4.2 Combinación de modelos de enseñanza asistida por múltiples tecnologías y objetos didácticos tecnológicos: números y aritmética

Como segundo ejemplo, más conciso, se tratará la aritmética. Primero, los niños exploran sumar y restar números pequeños en múltiples entornos que proporcionan herramientas y representaciones múltiples vinculadas (el panel A del gráfico 5.4 presenta un ejemplo en el que agregar un dinosaurio a una de dos cajas aumenta el número en esa caja y la suma). En segundo lugar, realizan tareas guiadas, motivadoras. En el panel B del gráfico 5.4, los niños participan de una simulación simple, trabajando en la tienda de dinosaurios y recibiendo "pedidos": deben etiquetar la tercera casilla con la suma después de que el cliente solicite que ambas órdenes se coloquen en la misma casilla. Una vez más, las representaciones vinculadas ayudan a conectar ideas y procesos (incluida la conexión de la cuenta y la aritmética, y la vinculación de imágenes, símbolos y palabras orales como "tres" y "agregar"). Múltiples entornos como estos construyen comprensión, fluidez y generalización. Finalmente, los programas de simulacros desarrollan la fluidez en la tercera fase, pero solo después de que el niño haya demostrado tener plena competencia en las fases 1 y 2 (gráfico 5.5).

GRÁFICO 5.4
LOS AMBIENTES DE "EXPLORACIÓN LIBRE" DE LA TIENDA DE DINOSAURIOS

a. b.



Fuentes: Adaptado de Clements y Sarama (2014) y Sarama y Clements (2009b).
Nota: En el panel a, los niños pueden colocar tantos (hasta 10) dinosaurios de cualquier tipo en cualquier ubicación en cada una de las dos cajas y ver la suma. La serie comienza con el ejemplo más simple de adición. Por ejemplo, en el panel b, se les pide a los alumnos que se unan a conjuntos separados con números simples y proporcionen una solución que puedan determinar con un conteo simple.

GRÁFICO 5.5
PROGRAMAS DE PRÁCTICA PARA LA ADICIÓN

a. b.

Fuentes: Adaptado de Clements y Sarama (2014), Sarama y Clements (2009b), y Clements y Sarama (2007/2018).
Nota: Panel a: en “comparación doble”, los niños agregan las dos tarjetas y luego indican qué suma es mayor. Panel b: en este programa de simulacro, los niños intentan obtener la puntuación más alta respondiendo tantas preguntas adicionales como sea posible en un corto período de tiempo.

Esto solo sirve a fines ilustrativos. Cada año se crean nuevos programas y tecnologías. Por ejemplo, un estudio muestra numerosas formas en que las nuevas tecnologías podrían apoyar el desarrollo de una “línea numérica mental” (Moeller et al. 2012), y otro describe el uso de la tecnología multitáctil en Malasia para enseñar aritmética (Tyng, Zaman y Ahmad 2011). El objetivo debe ser alcanzar el potencial de las tecnologías educativas, incluido el promover la participación de los niños en tareas de matemática, emitiendo comentarios frecuentes y brindando mayores oportunidades para colaborar y comunicarse en torno a ideas de matemática.

5.4.3 Evaluación del enfoque combinado

¿Es efectiva tal síntesis de modelos? Como parte de un plan de estudios integral, el enfoque combinado ha demostrado ser eficaz (Clements y Sarama 2007b, 2008a; Sarama y Clements 2002a, 2009c). Además, la investigación muestra el papel especial del *software* Building Blocks utilizado en ese currículo (Clements y Sarama 2007/2018). Es decir, en cada uno de estos estudios, el *software* demostró una fuerte correlación (en ocasiones fue el más alto) con el rendimiento de los niños en matemática. Un estudio utilizó un contrafactual en una evaluación del *software* Earobics y encontró efectos positivos significativos en el rendimiento en matemática (Anthony et al. 2011).

5.5 La elección de modelos: el entorno tecnológico educativo

Dados los muchos modelos de tecnología educativa y la investigación mixta sobre cada uno, ¿cuáles son los que tienen más probabilidades de beneficiar a maestros y niños en las escuelas de ALC? Esta sección considera primero el entorno educativo y luego las cuestiones de acceso y equidad. A continuación, se centra en el desarrollo profesional y el apoyo para los maestros antes de abordar la cuestión de elegir entre los modelos.

5.5.1 La importancia del entorno tecnológico

Una encuesta reciente informó que la falta de financiamiento para equipamiento (incluido un número insuficiente de computadoras para la cantidad de niños en el aula), la escasez de apoyo técnico y administrativo, y la capacitación inadecuada (que conduce a una falta de confianza) fueron las principales barreras percibidas para el uso de computadoras en la primera infancia (Nikolopoulou y Gialamas 2015). Esta sección proporciona una breve descripción de lo que se requiere de las escuelas, aulas y maestros para tener éxito en la tecnología educativa.

En las aulas de la primera infancia y del primer ciclo de la escuela primaria, el mínimo viable para grupos de 18 a 22 niños comprende dos dispositivos de trabajo (computadoras o tabletas) y, con una programación eficiente, deberían servir para aulas aún más grandes. Muy pocos dispositivos con escaso acceso pueden generar tensión y un comportamiento agresivo.

La disposición de la tecnología en el aula puede potenciar su uso social. Poner dos asientos frente a una computadora y uno al lado para el maestro puede fomentar una interacción social positiva. Por supuesto, los programas de enseñanza administrada por la tecnología deben utilizarse individualmente (para fines de evaluación), pero los entornos de resolución de problemas se benefician de la conversación matemática que la tecnología realmente alienta (véase el capítulo 2; véase también Clements y Sarama 2003). La colocación de computadoras o tabletas cerca una de la otra puede facilitar el intercambio de ideas. La tecnología que se ubica en el centro del aula invita a otros niños a hacer una pausa y participar. Tal arreglo también ayuda al maestro a permanecer lo suficientemente cerca como para proporcionar supervisión y asistencia, pero no tanto como para inhibir a los niños.

Los tableros interactivos son particularmente apropiados para el uso en la primera infancia. Pueden involucrar a los alumnos en una variedad de programas EAT, permitir que los maestros monitoreen las actividades de los niños (Carey 2009) y promover prácticas matemáticas tales como actividades de razonamiento y resolución de problemas (Bourbour, Vigmo y Samuelsson 2015). Sin embargo, es fundamental que el tipo de uso sea considerado y planificado cuidadosamente; de lo contrario, los aspectos "entretenidos" pueden eclipsar el aprendizaje de matemática (Serow y Callingham, 2011; considérese que este estudio involucró a alumnos de niveles superiores al primer ciclo de la escuela primaria).

5.5.2 Equidad

Las descripciones de esta creciente gama de tecnología disponible plantean el problema crítico de la desigualdad en el acceso a la tecnología (*hardware* y *software*).

Primero, ¿qué se puede hacer con recursos limitados? Muchas escuelas de ALC no tienen nada parecido a la tecnología descrita en la sección anterior (como es esperable, especialmente las escuelas más pobres; véase el capítulo 4). Las escuelas con poblaciones de alumnos predominantemente indígenas en México, y en los países de ALC en general, tienen menos computadoras que las escuelas públicas normales. Sin embargo, hay algunas consideraciones positivas. En primer lugar, el acceso a la banda ancha se está expandiendo; un estudio realizado en Brasil indica que esto puede aumentar los logros de los alumnos de más años de edad (Silva, Milkman y Badasyan 2016). En segundo lugar, el programa Una Laptop por Niño en el Perú rural incrementó con éxito la proporción de computadoras por alumno de 0,12 a 1,18 (Cristia et al. 2017). En tercer lugar, hay experiencias que incluso se pueden hacer realidad con tecnología limitada. Aun las computadoras bastante antiguas sin conexión a Internet pueden ejecutar programas (de discos más antiguos y unidades de CD-ROM) que permanecen disponibles. Esto incluye casi todos los tipos de *software* que se analizan aquí: EAT, objetos didácticos y codificación (por ejemplo, logotipo de programación de computadoras). Dicho *software* es más antiguo, y los maestros y los niños merecen una mejor opción, pero incluso con recursos limitados, la tecnología educativa puede proporcionar beneficios sustanciales. Téngase en cuenta que la mayoría de las investigaciones con efectos positivos se realizaron con estos tipos de programas de *software*. Por ejemplo, con un desarrollo profesional adecuado y apoyo para los maestros (véase la siguiente sección), las versiones de Logo de medio siglo de antigüedad pueden proporcionar experiencias matemáticas útiles para los niños, al igual que los bloques de unidades que existen desde hace siglos.

Aun con un dispositivo en un aula (o escuela, con rotaciones entre aulas), los maestros pueden presentar simulaciones de EAT en un aula completa o rotar a los niños a través del uso individual o en parejas durante el día escolar. Si a los maestros se les proporcionan recursos e información sobre cómo se pueden integrar dichas simulaciones en el currículo, los niños pueden beneficiarse enormemente. Incluso se pueden usar calculadoras de bajo costo y con autoalimentación (con el apoyo adecuado de los maestros) para brindar experiencias exploratorias y de resolución de problemas que favorecen mucho a los niños (Khoju, Jaciw y Miller 2005; National Mathematics Advisory Panel 2008).

En segundo lugar, y quizás esto sea más importante en términos de desigualdades en el acceso a la tecnología, abordar los recursos limitados es un tema crítico de política para ALC, no solo porque existen desigualdades en los recursos escolares, sino también porque las escuelas que reciben niños de comunidades de bajos recursos necesitan tecnología adecuada aún más que las escuelas de comunidades con mayores recursos. Como ejemplo, considérese que la disponibilidad de una computadora en el hogar y un alto nivel socioeconómico son factores predictivos significativos de las habilidades informáticas básicas de los niños en la educación preprimaria (Saçkes, Trundle y Bell 2011). Mientras tanto, la disponibilidad de computadoras en preprimaria es un factor predictivo importante del desarrollo de las habilidades informáticas de los niños desde dicho nivel escolar hasta el tercer grado. Por lo tanto, la disponibilidad de una cantidad adecuada de computadoras en las aulas de la primera infancia ayuda a cerrar la brecha en las habilidades informáticas de los niños provocadas por el estatus socioeconómico y la falta de acceso antes de ingresar a la escuela. Asegurarse de que todas las aulas de la primera infancia tengan una cantidad adecuada de computadoras puede contribuir positivamente al desarrollo a largo plazo de las habilidades informáticas de los niños (Saçkes, Trundle y Bell 2011). Estas escuelas necesitan *hardware*. Además, si bien los niños pueden tener muchas experiencias sin el uso de Internet, el acceso en línea en las escuelas puede ampliar enormemente las aplicaciones y los recursos de conocimiento. Las tabletas y los teléfonos son móviles y menos costosos que la mayoría de las computadoras nuevas, y pueden acceder a Internet cada vez en más regiones geográficas de ALC. Se debe trabajar para extender este acceso a todas las escuelas. Se deben implementar políticas para avanzar hacia entornos adecuados de tecnología educativa. Cuando las computadoras están en manos de numerosos alumnos, la motivación y el rendimiento pueden aumentar, siempre y cuando los programas formen parte de iniciativas integrales y equilibradas que aborden los cambios en los objetivos educativos, los planes de estudio, la evaluación y la capacitación docente (temas que se tratan en la siguiente sección) (Zucker y Light 2009).

Por último, las limitaciones de espacio no permiten una descripción del uso de la tecnología educativa para niños con necesidades especiales, pero estas ventajas no deben pasarse por alto. Por ejemplo, un estudio a gran escala y multianual mostró de manera concluyente de cada fuente de información (entrevistas, datos de observación y puntajes en una medida de desarrollo) que cada uno de los 44 niños con necesidades especiales de 3 a 5 años que formaron parte del estudio obtuvieron beneficios sustanciales y significativos en términos de desarrollo socioemocional a partir de su trabajo con las computadoras. La medida cuantitativa del desarrollo mostró que, al unirse al programa, los niños ganaban un promedio de menos de medio mes por mes en el desarrollo socioemocional. Mientras participaban del programa, los niños estaban logrando una tasa promedio de progreso de 1,93 meses por mes (Hutinger y Johanson 2000). Por otra parte, la tecnología facilita la interacción social entre los niños con discapacidades y sus compañeros (Spiegel-McGill, Zippiroli y Mistrett 1989). Estas y otras publicaciones pueden servir como recursos que apoyan el uso de la tecnología para niños con discapacidades (Edyburn 2000, 2002).

Otro hallazgo prometedor es para los niños cuyo aprendizaje se realiza en dos lenguas. Un análisis correlacional de los datos del Estudio Longitudinal de la Primera Infancia mostró efectos positivos en cuanto al acceso y al uso de la computadora en el hogar. Es importante destacar que el uso de computadoras para matemática se asoció con una brecha reducida en el rendimiento en matemática entre los alumnos nativos de habla inglesa y los que empleaban dos lenguas (Kim y Chang 2010).

5.6 Maestros y tecnología

Los diferentes modelos de tecnología educativa, y las combinaciones entre ellos, pueden ser efectivos, pero solo si los maestros reciben apoyo y estímulo profesional adecuado. Las limitaciones de espacio no permiten describir la investigación sobre estos temas críticos. Sin embargo, se pueden proporcionar recursos para ayudar a guiar a los maestros y formadores de maestros en cuestiones como la gestión del entorno tecnológico (Sarama y Clements 2006) y estrategias efectivas para la enseñanza con tecnología (Bourbour, Vigmo y Samuelsson 2015; Clements y Sarama 2008b 2010). Estas cuestiones son esenciales. Una encuesta sobre el nivel de adopción de las tecnologías de información y comunicación en la enseñanza en tres países latinoamericanos encontró que la mayoría de los maestros participantes de un proyecto centrado en el uso de la tecnología educativa en matemática se calificaron a sí mismos en los niveles más altos de adopción de tecnología (Salinas et al. al. 2017). Sin embargo, hubo diferencias entre los países en cuanto a las percepciones y capacitación de los maestros y otros factores (como las personas en los roles de políticas y administración), y estas diferencias afectan —precisamente— la adopción de tecnología. Los factores culturales e individuales tienen interacciones complejas con el uso de la tecnología (Salinas et al. 2017).

5.6.1 Estrategias de enseñanza efectivas

Un factor fundamental a tener en cuenta para el uso efectivo de la tecnología se centra en la planificación, la participación y el apoyo docente. Idealmente, el rol del maestro en el uso de la tecnología educativa debe ser el de un facilitador del aprendizaje de los alumnos, mediante el establecimiento de estándares y el apoyo a tipos específicos de entornos de aprendizaje (véase el Capítulo 4). Cuando se utilizan programas abiertos, como los objetos didácticos tecnológicos, por ejemplo, es posible que sea necesario un soporte considerable antes de lograr el uso independiente. Otros aspectos importantes del apoyo incluyen estructurar y discutir el trabajo tecnológico para lograr que los alumnos formen conceptos y estrategias viables, plantear preguntas para ayudarlos a reflexionar sobre estos conceptos y estrategias, y “construir puentes” a fin de que los alumnos puedan conectar sus experiencias tecnológicas y no tecnológicas.

Los maestros cuyos alumnos se benefician significativamente del uso de la tecnología son activos. Un maestro o asistente que trabaja con tres a seis niños a la vez funciona bien para incorporar el uso de la tecnología o nuevas aplicaciones (Aronin y Floyd 2013). Este pequeño grupo puede ayudar al maestro a introducir la tecnología a sus compañeros de clase.

Luego, a medida que los niños usan el programa, los maestros efectivos se aseguran de que cada niño trabaje en los programas por lo menos de 5 a 10 minutos dos veces por semana en preprimaria y de 10 a 20 minutos por día en la educación preprimaria para niños de 5 años y hasta el tercer grado. Los maestros monitorean y guían el aprendizaje de tareas básicas por parte de los niños, y alientan la experimentación con problemas abiertos. Se comprometen a alentar, cuestionar, pedir y demostrar, pero sin ofrecer ayuda innecesaria ni limitar la oportunidad de los alumnos para explorar (véase el capítulo 2; véase también Hutinger y Johanson 2000). Redirigen conductas inapropiadas, modelan estrategias y presentan opciones. Enfocan la atención en aspectos críticos e ideas de las actividades. Cuando es apropiado, facilitan el desequilibrio, al utilizar la retroalimentación de la tecnología para ayudar a los alumnos a reflexionar sobre sus ideas y cuestionarlas y, eventualmente, fortalecer sus conceptos. También los ayudan a establecer vínculos entre la tecnología y el trabajo no tecnológico. Estas estrategias de enseñanza llevan a los alumnos a reflexionar sobre sus propias conductas de pensamiento y a poner en primer plano los procesos de pensamiento de orden superior. Dicha instrucción orientada de manera meta-cognitiva incluye estrategias de identificación de objetivos, monitoreo activo, modelado, cuestionamiento, reflexión, tutoría entre pares, discusión y razonamiento.

Las discusiones de todo el grupo que ayudan a los alumnos a comunicarse sobre sus estrategias de solución y a reflexionar sobre lo que han aprendido también son componentes esenciales de una buena enseñanza con tecnología. Los maestros efectivos evitan recurrir en exceso a estrategias de enseñanza directivas (excepto cuando sea necesario para ciertas poblaciones y en temas como el uso de equipos de tecnología). En su lugar, hacen que los alumnos se enseñen entre sí colocando físicamente a un alumno en un rol de maestro o recordándole verbalmente que explique sus acciones y responda a solicitudes específicas de ayuda. También, durante tales intercambios, los maestros efectivos hacen que la matemática sea clara y extienden las ideas que los alumnos encuentran.

Los alumnos trabajan mejor con *softwares* abiertos cuando se sugieren y guían proyectos en lugar de cuando se les dice simplemente que exploren libremente. Así, pasan más tiempo y buscan activamente diversas formas de resolver la tarea. Los niños a los que se les dice que simplemente exploren libremente, se desinteresan con rapidez. Proporcionar modelos y compartir los proyectos de los alumnos también puede ayudar a guiar y mantener su enfoque en el aprendizaje de matemática.

5.6.2 Desarrollo profesional

Existe evidencia de que mientras más docentes reciben apoyo para usar la tecnología, más aprenden sus alumnos, especialmente si el apoyo está dirigido al uso efectivo de la tecnología por parte de estos últimos (Fuller 2000). La investigación ha descrito las características del desarrollo profesional efectivo (para obtener descripciones más detalladas, consúltese Clements y Sarama 2008b; Clements y Sarama 2010, y Sarama y Clements 2006).

Muchos están de acuerdo con las características generales del desarrollo profesional efectivo. Por ejemplo, este debe ser multifacético, extenso, continuo, reflexivo, enfocado en acciones comunes y problemas de práctica (y especialmente en el pensamiento de los alumnos), basado en materiales curriculares particulares y, en la medida de lo posible, ubicado en el aula (Sarama y Clements 2013). Con respecto a la tecnología, el desarrollo profesional debe “caracterizarse por el acceso a *software* de alta calidad, la continuidad del programa, la integración del currículo y de la enseñanza, la variedad de socios en el aprendizaje (por ejemplo, coordinadores, otros docentes), la diversidad de formatos de aprendizaje (por ejemplo, visitas, talleres, reuniones, grupos, uno a uno), oportunidades para practicar-practicar-practicar y obtener retroalimentación y datos sobre el impacto" (Fullan 1992, 46). También debe involucrar a los participantes en equipos de la misma escuela, modelar enfoques constructivistas para el aprendizaje, y promover conversaciones y reflexiones continuas sobre la práctica, las teorías del aprendizaje y cómo la práctica en el aula puede cambiar en el contexto de la tecnología (Dwyer, Ringstaff y Sandholtz, 1991). La tecnología es un campo particularmente desafiante, porque la tarea de aprendizaje es desalentadora, la visión de un uso de alta calidad no queda clara y la asistencia bien diseñada, intensa, relevante y sostenida resulta crítica (Fullan 1992).

La investigación ha sugerido que un plazo inferior a 10 horas de capacitación docente en tecnología en realidad puede tener un impacto negativo en los alumnos de estos maestros (Ryan 1993). El tiempo disponible debe dedicarse a la capacitación práctica sobre el *hardware* y *software* que se utilizará y su conexión con el plan de estudios. El objetivo es desarrollar un conocimiento integral del contenido pedagógico tecnológico (véase el capítulo 4; véase también Jaipal y Figg 2010).

El uso efectivo de la tecnología depende de establecer un equipo de soporte de tecnología funcional, bien capacitado y localizado en la escuela, que proporcione liderazgo y apoyo para mantener el sistema. Esto puede conllevar a la institucionalización del programa después de que finalice el financiamiento externo (Hutinger y Johanson 2000).

Una vez más, sin embargo, intervienen cuestiones de equidad. Muchos maestros no han tenido la oportunidad de aprender el contenido matemático ni las estrategias pedagógicas que subyacen a la enseñanza y al aprendizaje efectivos (véase el capítulo 4). Por ejemplo, en Guatemala, los maestros tienen un año más de educación que la escuela secundaria. Pero hace poco las universidades han comenzado a brindar capacitación, por lo que hay nuevas oportunidades para influir en el conocimiento y las habilidades de los docentes. Algunos países de ALC incluyen oportunidades de financiamiento de organizaciones no gubernamentales para el desarrollo profesional, y las políticas deberían apoyar estas mayores oportunidades. Aquí el enfoque está puesto en el desarrollo profesional en el uso de la tecnología educativa, pero los maestros necesitan aprender, y aprender a aplicar en las aulas, los tres componentes de las trayectorias de aprendizaje: la meta (es decir, comprender el contenido matemático), la evolución del desarrollo, y las tareas y estrategias de enseñanza (que incluyen las tecnologías, pero de ningún modo se limitan a ellas).

Además, un maestro con acceso a Internet (dentro o fuera de la escuela) puede encontrar varios recursos que pueden ayudar a llenar esos vacíos. Por ejemplo, estamos trabajando con un equipo de la Universidad de Michigan en recursos en línea gratuitos para el desarrollo profesional en matemática.[2] Hay en danza otras discusiones sobre tecnologías educativas que apoyan el aprendizaje de los maestros mediante representaciones de la práctica y sobre los desafíos que implica comprender el pensamiento de los alumnos (Herbst et al. 2010).

Nuestro proyecto llamado Instrucción con tecnología mejorada basada en la investigación, la evaluación y el desarrollo profesional (TRIAD, por sus siglas en inglés, Technology-enhanced, Research-based Instruction, Assessment, and Professional Development) mejora la trayectoria profesional con una variedad de tecnologías, incluidos foros de discusión, correo electrónico, centros de aprendizaje a distancia y sitios web y aplicaciones, lo que optimiza la escalabilidad del desarrollo profesional. El más importante de ellos es la aplicación web "Aprender y enseñar con trayectorias de aprendizaje" [LT]^2 aplicación web,[3] que proporciona acceso escalable a las trayectorias de aprendizaje a través de descripciones, videos y comentarios. Cada aspecto de las trayectorias de aprendizaje, la evolución del desarrollo del pensamiento de los alumnos y la instrucción conectada, está vinculado a los demás. Por supuesto, la aplicación [LT]^2 es solo una herramienta. Todos los maestros recibieron una gama completa de oportunidades de desarrollo profesional, según la investigación descrita anteriormente. Participaron en un curso con crédito formado por varios componentes, que incluyen dos sesiones de día completo en verano y un seguimiento de un día cada mes, comunicaciones electrónicas, y capacitación y tutoría dentro del aula. Todos estos componentes utilizan la aplicación web [LT]^2 como herramienta.

Con el financiamiento de la Fundación Heising-Simons y la Fundación Bill y Melinda Gates, actualmente estamos rediseñando esta herramienta basada en la investigación para un acceso más amplio.

5.7 ¿Qué modelos de tecnología educativa son adaptables a América Latina y el Caribe?

¿Qué modelos de tecnología educativa podrían recomendarse para ALC? Debe considerarse en conjunto lo que se ha aprendido de la investigación y la práctica sobre modelos de tecnología, entornos tecnológicos y enseñanza. Por ejemplo, aunque los beneficios de la programación son prometedores, especialmente en una era tecnológica cada vez más

[2] Véase el enlace http://www.umich.edu/~devteam/.
[3] Visítese la página LearningTrajectories.org.

compleja, los requisitos para el uso efectivo de la codificación son considerables. Si el *hardware* es escaso y los maestros no han recibido suficiente capacitación y apoyo profesional, este puede ser un modelo improductivo y frustrante de implementar. Sin embargo, la política a largo plazo podría ser diseñada para alcanzar este tipo de aplicaciones tan sofisticadas.

En un contexto de recursos limitados, los formuladores de políticas enfrentan decisiones difíciles. Cuando los maestros reciben un salario insuficiente y el entorno físico carece de elementos básicos, como libros y objetos didácticos de matemática, los efectos moderados de la tecnología educativa pueden no justificar el costo. Si hay fondos disponibles, las aplicaciones simples, como los tutoriales de EAT y las aplicaciones de práctica, explícitamente alineados con los estándares (objetivos) y los programas de estudio existentes, pueden representar un enfoque manejable para los maestros. Nuevamente, incluso para estas aplicaciones más simples, los maestros deben recibir capacitación y apoyo en clase (por ejemplo, como se vio anteriormente, la EAT de ejercitación resulta inapropiada e ineficaz, a menos que los niños hayan pasado las primeras dos fases de enseñanza). A partir de la investigación, se sugiere la implementación de un sistema de *software* que:

- Combine modelos de EAT.
- Conduzca a los niños a través de trayectorias de aprendizaje.
- Incluya actividades introductorias de exploración.
- Incluya enseñanza explícita y luego práctica.
- Incluya objetos didácticos tecnológicos y orientación para su uso.
- Maneje la enseñanza y sus impactos para el maestro (enseñanza administrada por la tecnología).

Tal sistema puede ayudar a los niños directamente y tiene el beneficio adicional de permitir que los maestros aprendan más sobre matemática, y sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, mientras observan y apoyan a los niños para usar el sistema.

Si el *hardware* es escaso, se necesitará recurrir a los modelos que utilizan una computadora por aula. Por ejemplo, si los niños no pueden usar la computadora por al menos 5–10 minutos dos veces a la semana, las aplicaciones para uso individual pueden no ser efectivas.

Una vez que se haya establecido ese nivel de uso mínimo, será posible incluir otros modelos de tecnología educativa. Sin embargo, los maestros necesitarán un desarrollo profesional sustancial, lo que incluye reflexionar y reestructurar su enseñanza para emplear de manera efectiva simulaciones, herramientas y programación de computadoras (Clements y Sarama 2002).

CUADRO 5.1

CONCLUSIONES E IMPLICACIONES PARA LA POLÍTICA Y LA PRÁCTICA CON TECNOLOGÍA EDUCATIVA EN AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

Conclusiones	Implicaciones
1. El uso efectivo de la tecnología educativa exige la conexión de *hardware*, *software*, desarrollo curricular y desarrollo profesional.	Para comenzar con recursos escasos, es útil tener tutoriales de enseñanza asistida por la tecnología (EAT) y aplicaciones prácticas que estén cuidadosamente alineadas con los estándares y los programas de estudio. También se podría iniciar una planificación a largo plazo para incorporar el uso de aplicaciones más sofisticadas, como la programación y el diseño por computadora.
2. La investigación ha identificado características de la tecnología educativa que son efectivas para ayudar a los profesionales a enseñar mejor y a los niños a aprender mejor y más matemática.	Adquirir o diseñar tecnología educativa que combine diferentes modelos de EAT coherentes con las fases de aprendizaje (véase el capítulo 2) y los objetivos de aprendizaje, que lleve a los niños a través de las trayectorias de aprendizaje, y que permita administrar y guardar registros.
3. La evaluación formativa continua y el desarrollo profesional aseguran el éxito continuo.	Los educadores y los responsables de la formulación de políticas en todos los niveles deben planificar primero un sistema para elegir e implementar un enfoque de la tecnología educativa, luego para ampliar, y para supervisar y mejorar la intervención de manera continua.

Como se señaló en Sarama y Clements (2013), no se puede simplemente elegir un modelo de tecnología educativa: con tal elección el trabajo recién comienza. Lo que resulta imperativo es la eficacia del paquete de *software* en particular, su idoneidad para la audiencia de los niños, y sus requerimientos (*hardware*, otros recursos, apoyo para docentes, etc.). Una vez seleccionado, son requisitos para el éxito el contar con un plan cuidadoso, cuya implementación y pilotaje se hayan realizado, y solo entonces se podrá pensar en ampliar la intervención (Sarama y Clements 2013). En el cuadro 5.1 se proporciona un resumen de las implicaciones de la investigación.

Referencias

Agodini, R., B. Harris, M. Thomas, R. Murphy, L. Gallagher y A. Pendleton. 2010. *Achievement Effects of Four Early Elementary School Math Curricula: Findings for First and Second Graders*. Washington, D.C.: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

Alchin, G. 1993. Increasing Self Esteem and Creativity of People with a Developmental Disability through the Use of Computer Technology. *Australian Educational Computing* 8: 19–24.

Anderson-Pence, K. y P. Moyer-Packenham. 2016. The Influence of Different Virtual Manipulative Types on Student-led Techno-Mathematical Discourse. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 35(1): 5–31.

Anthony, J., S. Hecht, J. Williams, D. Clements y J. Sarama. 2011. Efficacy of Computerized Earobics and Building Blocks Instruction for Kindergarteners from Low SES, Minority and ELL Backgrounds: Year 2 Results. Documento presentado en Institute of Educational Sciences Research Conference, Washington, D.C.

Aronin, S. y K. Floyd. 2013. Using an iPad in Inclusive Preschool Classrooms to Introduce STEM Concepts. *Teaching Exceptional Children* 45(4): 34–39.

Barendregt, W., B. Lindström, E. Rietz-Leppänen, I. Holgersson y T. Ottosson. 2012. Development and Evaluation of Fingu: A Mathematics iPad Game Using Multi-touch Interaction. Documento presentado en la 11va Conferencia Internacional en Interaction Design and Children, Bremen, Alemania.

Barnes, B. y S. Hill. 1983. Should Young Children Work with Microcomputers: Logo before Lego™? *The Computing Teacher* 10: 11–14.

Baroody, A., D. Purpura, M. Eiland y E. Reid. 2015. The Impact of Highly and Minimally Guided Discovery Instruction on Promoting the Learning of Reasoning Strategies for Basic Add-1 and Doubles Combinations. *Early Childhood Research Quarterly* 30, Part A(0): 93–105. Disponible en http://dx.doi.org/10.1016/j.ecresq.2014.09.003.

Bos, M., A. Ganimian y E. Vegas. 2013. Brief #1: ¿Cómo le fue a la región? América Latina en PISA 2012. Washington, D.C.: BID.

Bourbour, M., S. Vigmo y I. Samuelsson. 2015. Integration of Interactive Whiteboard in Swedish Preschool Practices. *Early Child Development and Care* 185(1): 100–20. (doi:10.1080/03004430.2014.908865.)

Breton, T. y G. Canavire-Bacarreza. 2018. Low Test Scores in Latin America: Poor Schools, Poor Families or Something Else? *Compare: A Journal of Comparative and International Education* 48(5): 733–48.

Brinkley, V. y J. Watson. 1987–88. Effects of Microworld Training Experience on Sorting Tasks by Young Children. *Journal of Educational Technology Systems* 16: 349–64.
Browning, C.A. 1991. Reflections on Using Lego®TC Logo in an Elementary Classroom. En: E. Calabrese (ed.), *Proceedings of the Third European Logo Conference*. Parma, Italia: Associazione Scuola e Informatica.
Bruns, B. y J. Luque. 2014. *Great Teachers: How to Raise Student Learning in Latin America and the Caribbean*. Washington D.C.: Banco Mundial. (doi:10.1596/978–1–4648–0151–8.)
Carey, B. 2009. Studying Young Minds, and How to Teach Them. *The New York Times,* 21 de diciembre.
Carr, M., G. Taasoobshirazi, R. Stroud y M. Royer 2011. Combined Fluency and Cognitive Strategies Instruction Improves Mathematics Achievement in Early Elementary School. *Contemporary Educational Psychology* 36: 323–33.
Castledine, A. R. 2011. LEGO Robotics: An Authentic Problem Solving Tool? Ponencia presentada en la conferencia sobre educación STEM, Queensland University of Technology.
Cheung, A. y R. Slavin. 2013. The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-analysis. *Educational Research Review* 9(1): 88–113. (doi:10.1016/j.edurev.2013.01.001.)
Cicconi, M. 2014. Vygotsky Meets Technology: A Reinvention of Collaboration in the Early Childhood Mathematics Classroom. *Early Childhood Education Journal* 42(1): 57–65. (doi:10.1007/s10643–013–0582–9.)
Clements, D. 1986. Effects of Logo and CAI Environments on Cognition and Creativity. *Journal of Educational Psychology* 78: 309–18.
———. 1991. Enhancement of Creativity in Computer Environments. *American Educational Research Journal* 28: 173–87.
———. 1995a. Playing with Computers, Playing with Ideas. *Educational Psychology Review* 7(2): 203–07.
———. 1995b. Teaching Creativity with Computers. *Educational Psychology Review* 7(2): 141–61.
———. 1997. (Mis?)Constructing Constructivism. *Teaching Children Mathematics* 4(4): 198–200.
Clements, D. y D. Gullo. 1984. Effects of Computer Programming on Young Children's Cognition. *Journal of Educational Psychology* 76: 1051–58.
Clements, D. y B. Nastasi. 1985. Effects of Computer Dnvironments on Social-Emotional Development: Logo and Computer-assisted Instruction. *Computers in the Schools* 2(2–3): 11–31. Disponible en https://doi.org/10.1300/J025v02n02_04.

———. 1993. Electronic Media and Early Childhood Education. En: B. Spodek (ed.), *Handbook of Research on the Education of Young Children*. Nueva York: Macmillan.

Clements, D. y J. Sarama. 2002. "Teaching with Computers in Early Childhood Education: Strategies and Professional Development." *Journal of Early Childhood Teacher Education* 23: 215–26.

———. 2003. Strip Mining for Gold: Research and Policy in Educational Technology: A Response to "Fool's Gold." *Educational Technology Review* 11(1): 7–69.

———. 2007a. Early Childhood Mathematics Learning. En: F. Lester, Jr. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Vol 1.* Nueva York: Information Age Publishing.

———. 2007b. Effects of a Preschool Mathematics Curriculum: Summative Research on the *Building Blocks* Project. *Journal for Research in Mathematics Education* 38(2): 136–63.

———. 2007c. Gold der narren? 'Fools's Gold'? Kritische Bemerkungen zur kritik der Alliance for Childhood [Fool's Gold? Critical Remarks about the Critics from the Alliance for Childhood]. En: H. Mitzlaff (ed.), *Internationales Handbuch: Computer (ICT), Grundschule, Kindeergarten and Neue Lernkultur, Vol. 2*. Schneider Verlag Hohengehren: Baltmannsweiler.

———. 2007/2013. *Building Blocks, Volumes* 1 a*nd 2*. Columbus, OH: McGraw-Hill Education.

———. 2007/2018. Building Blocks Software [Computer Software]. Columbus, OH: McGraw-Hill Education.

———. 2008a. Experimental Evaluation of the Effects of a Research-based Preschool Mathematics Curriculum. *American Educational Research Journal* 45(2): 443–94. (doi:10.3102/0002831207312908.)

———. 2008b. Mathematics and Technology: Supporting Learning for Students and Teachers. En: O. Saracho y B. Spodek (eds.), *Contemporary Perspectives on Science and Technology in Early Childhood Education*. Charlotte, NC: Information Age.

———. 2010. Technology. En: V. Washington y J. Andrews (eds.), *Children of 2020: Creating a Better Tomorrow*. Washington, D.C.: Council for Professional Recognition/National Association for the Education of Young Children.

———. 2011. Early Childhood Mathematics Intervention. *Science* 333(6045): 968–70. (doi:10.1126/science.1204537.)

———. 2014. *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. 2da edición. Nueva York: Routledge.

Clements, D., y S. Swaminathan. 1995. Technology and School Change: New Lamps for Old? *Childhood Education* 71: 275–81.

Clements, D., M. Battista y J. Sarama. 2001. Logo and Feometry. *Journal for Research in Mathematics Education* 10. (doi:10.2307/749924.)

Clements, D., J. Sarama, M. Spitler, A. Lange y C. Wolfe. 2011. Mathematics Learned by Young Children in an Intervention Based on Learning Trajectories: A Large-scale Cluster Randomized Trial. *Journal for Research in Mathematics Education* 42(2): 127–66. (doi:10.5951/jresematheduc.42.2.0127.)

Cordes, C. y E. Miller. 2000. Fool's Gold: A Critical Look at Computers in Childhood. College Park, MD: Alliance for Childhood.

Cristia, J., P. Ibarrarán, S. Cueto, A. Santiago y E. Severín. 2017. Technology and Child Development: Evidence from the One Laptop per Child Program. *American Economic Journal: Applied Economics* 9(3): 295–320. (doi:10.1257/app.20150385.)

Crompton, H., K. Gregory y D. Burke. 2018. Humanoid Robots Supporting Children's Learning in an Early Childhood Setting. *British Journal of Educational Technology* 49(5): 911–27. (doi:10.1111/bjet.12654.)

Cuban, L. 2001. *Oversold and Underused*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Day, S. L. 2002. Real Kids, Real Risks: Effective Instruction of Students at Risk of Failure. *Bulletin* 86(682). Disponible en https://doi.org/10.1177/019263650208663203.

Duhon, G., S. House y T. Stinnett. 2012. Evaluating the Generalization of Math Fact Fluency Gains across Paper and Computer Performance Modalities. *Journal of School Psychology* 50: 335–45. (doi:10.1016/j.jsp.2012.01.003.)

Duncan, G. y R. Murnane. 2014. *Restoring Opportunity: The Crisis of Inequality and the Challenge for American Education*. Cambridge, MA: Harvard Education Press and the Russell Sage Foundation.

Duncan, G., C. Dowsett, A. Claessens, K. Magnuson, A. C. Huston, P. Klebanov, L. Pagani, L. Feinstein, M. Engel, J. Brooks-Gunn, M. Sexton, K. Duckworth y C. Japel. 2007. School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology* 43(6): 1428–46. (doi:10.1037/0012–1649.43.6.1428.)

Dwyer, D., C. Ringstaff y J. Sandholtz. 1991. Changes in Teachers' Beliefs and Practices in Technology-rich Classrooms. *Educational Leadership* 48: 45–52.

Edyburn, D. 2000. Assistive Technology and Students with Mild Disabilities. *Focus on Exceptional Children* 32(9): 1–24.

———. 2002. Measuring Assistive Technology Outcomes: Key Concepts. *Journal of Special Education Technology* 18(1): 53–55.

Enkenberg, J. 1994. Situated Programming in a LEGOLogo Environment. *Computers and Education* 22(1–2): 119–28.

Flake, J. 1990. An Exploratory Study of Lego Logo. *Journal of Computing in Childhood Education* 1(3): 15–22.

Flannery, L. y M. Bers. 2013. Let's Dance the 'Robot Hokey-Pokey!:' Children's Programming Approaches and Achievement throughout Early Cognitive Development. *Journal of Research on Technology in Education* 46(1): 81–101.

Flannery, L., B. Silverman, E. Kazakoff, M. Bers, P. Bonta y M. Resnick. 2013. Designing ScratchJr: Support for Early Childhood Learning through Computer Programming. Documento presentado en la 12va Conferencia Internacional en Interaction Design and Children, Nueva York. Disponible en: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2485785.

Fletcher, J., D. Hawley y P. Piele. 1990. Costs, Effects, and Utility of Microcomputer Assisted Instruction in the Classroom. *American Educational Research Journal* 27(4): 783–806.

Fletcher-Flinn, C. y B. Gravatt. 1995. The Efficacy of Computer Assisted Instruction (CAI): A Meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research* 12(3): 219–42. Disponible en https://doi.org/10.2190/51D4-F6L3-JQHU-9M31.

Foster, M., J. Anthony, D. Clements y J. Sarama. 2016. Improving Mathematics Learning of Kindergarten Students through Computer Assisted Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 47(3): 206–32. Disponible en https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.3.0206.

Foster, M., J. Anthony, D. Clements, J. Sarama y J. Williams. 2018. Hispanic Dual Language Learning Kindergarten Students' Response to a Numeracy Intervention: A Randomized Control Trial. *Early Childhood Research Quarterly* 43: 83–95. (doi:10.1016/j.ecresq.2018.01.009.)

Fuchs, L., D. Fuchs, C. Hamlett, S. Powell, A. Capizzi y P. Seethaler. 2006. The Effects of Computer-assisted Instruction on Number Combination Skill in At-risk First Graders. *Journal of Learning Disabilities* 39: 467–75.

Fullan, M. 1992. *Successful School Improvement*. Philadelphia: Open University Press.

Fuller, H. 2000. First Teach Their Teachers-Technology Support and Computer Use in Academic Subjects. *Journal of Research on Computing in Education* 32: 511–37.

Gelman, R. y E. Williams. 1997. Enabling Constraints for Cognitive Development and Learning: Domain Specificity and Epigenesis. En: D. Kuhn y

R. Siegler (eds.), *Handbook of Child Psychology, Vol. 2. Cognition, Perception, and Language*. Nueva York: John Wiley & Sons.

Harskamp, E. 2015. The Effects of Computer Technology on Primary School Students' Mathematics Achievement: A Meta-analysis. En: S. Chinn (ed.), *The Routledge International Handbook of Dyscalculia*. Abingdon, Oxon, Reino Unido: Routledge.

Hasselbring, T., L. Goin y J. Bransford. 1988. Developing Math Automaticity in Learning Handicapped Children: The Role of Computerized Drill and Practice. *Focus on Exceptional Children* 20(6): 1–7.

Haugland, S. 1992. Effects of Computer Software on Preschool Children's Developmental Gains. *Journal of Computing in Childhood Education* 3(1): 15–30.

Henry, V. y R. Brown. 2008. First-grade Basic Facts: An Investigation into Teaching and Learning of an Aaccelerated, High-demand Memorization Standard. *Journal for Research in Mathematics Education* 39(2): 153–83.

Herbst, P., W. Aaron, K. Bieda, G. Gonzalez y D. Chazan. 2010. Representations of Mathematics Teaching and Their Use in Transforming Teacher Education: Contributions to a Pedagogical Framework. Documento presentado en la 33ava Conferencia Annual del North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Reno, NV.

Hiebert, J. y D. Grouws. 2007. The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. En: F. K. Lester, Jr (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Vol. 1*. Nueva York: Information Age Publishing.

Hungate, H. 1982. Computers in the Kindergarten. *The Computing Teacher* 9: 15–18.

Hutinger, P. L. y J. Johanson. 2000. Implementing and Maintaining an Effective Early Childhood Comprehensive Technology System. *Topics in Early Childhood Special Education* 20(3): 159–73.

Jaipal, K. y C. Figg. 2010. Unpacking the 'Total PACKage:' Emergent TPACK Characteristics from a Study of Preservice Teachers Teaching with Technology. *Journal of Technology and Teacher Education* 18(3): 415–41.

Judge, S. 2005. Impact of Computer Technology on Academic Achievement of Young African American Children. *Journal of Research in Childhood Education* 20(2): 91–101. Disponible en https://doi.org/10.1080/02568540509594554.

Kazakoff, E., A. Sullivan y M. Bers. 2013. The Effect of a Classroom-based Intensive Robotics and Programming Workshop on Sequencing Ability in Early Childhood. *Early Childhood Education Journal* 41(4): 245–55. (doi:10.1007/s10643-012-0554-5.)

Keren, G. y M. Fridin. 2014. Kindergarten Social Assistive Robot (KindSAR) for Children's Geometric Thinking and Metacognitive Development in Preschool Education: A Pilot Study. *Computers in Human Behavior* 35: 400–12. (doi:10.1016/j.chb.2014.03.009.)

Ketamo, H. y K. Kiili. 2010. Conceptual Change Takes Time: Game-based Learning Cannot Be Only Supplementary Amusement. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia* 19(4): 399–419.

Khoju, M., A. Jaciw y G. Miller. 2005. *Effectiveness of Graphing Calculators in K-12* M*athematics Achievement: A Systematic Review*. Palo Alto, CA: Empirical Education Research Report.

Kim, C., J. Yuan, C. Gleasman, M. Shin y R. Hill. 2017. Preparing Pre-service Early Childhood Teachers to Teach Mathematics with Robots. En: B. Smith, M. Borge, E. Mercier y K. Lim (eds.), *Making a Difference: Prioritizing Equity and Access in CSCL, 12th International Conference on Computer Supported Collaborative Learning (CSCL), Vol. 2*. Filadefia: International Society of the Learning Sciences. (doi:10.22318/cscl2017.92.)

Kim, S. y M. Chang. 2010. Does Computer Use Promote the Mathematical Proficiency of ELL Students? *Journal of Educational Computing Research* 42: 285–305.

Kramarski, B. y I. Weiss. 2007. Investigating Preschool Children's Mathematical Engagement in a Multimedia Collaborative Environment. *Journal of Cognitive Education and Psychology* 6: 411–32.

Kraus, W. 1981. Using a Computer Game to Reinforce Skills in Addition Basic Facts in Second Grade. *Journal for Research in Mathematics Education* 12: 152–55.

Kull, J. 1986. Learning and Logo. En: P. Campbell y G. Fein (eds.), *Young Children and Microcomputers*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Lafer, S. y A. Markert. 1994. Authentic Learning Situations and the Potential of Lego TC Logo. *Computers in the Schools* 11(1): 79–94.

Lai, K. 1993. Lego-Logo as a Learning Environment. *Journal of Computing in Childhood Education* 4: 229–45.

Lane, C. 2010. Case Study: The Effectiveness of Virtual Manipulatives in the Teaching of Primary Mathematics. Disertación de maestría. Limerick, Reino Unido: University of Limerick. Disponible en http://digitalcommons.fiu.edu/etd/229.

Lavin, R. y J. Sanders. 1983. Longitudinal Evaluation of the C/A/I Computer Assisted Instruction Title 1 Project: 1979–82. Chelmsford, MA: Merrimack Education Center.

Lee, J. y H. Ginsburg. 2007. Preschool Teachers' Beliefs about Appropriate Early Literacy and Mathematics Education for Low- and Middle-socioeconomic Status Children. *Early Education and Development* 18(1): 111–43.

Lentz, C., K. Seo y B. Gruner. 2014. Revisiting the Early Use of Technology: A Critical Shift from 'How Young Is Too Young?' to 'How Much is Just Right? *Dimensions of Early Childhood* 42(1): 15–23.

Li, X., M. Atkins y B. Stanton. 2006. Effects of Home and School Computer Use on School Readiness and Cognitive Development among Head Start Children: A Randomized Controlled Pilot Trial. Merrill-Palmer *Quarterly* 52(2): 239–63. Disponible en https://doi.org/10.1353/mpq.2006.0010.

Lindahl, M. y A. Folkesson. 2012. ICT in Preschool: Friend or Foe? The Significance of Norms in a Changing Practice. *International Journal of Early Years Education* 20(4): 422–436. (doi:10.1080/09669760.2012.743876.)

Mayer, R. (productor) 2014. Research-based Principles for Multimedia Learning. Disponible en https://hilt.harvard.edu/news-and-events/events/research-based-principles-for-multimedia-learning/.

McDonald, S. y J. Howell. 2012. Watching, Creating and Achieving: Creative Technologies as a Conduit for Learning in the Early Years. *British Journal of Educational Technology* 43(4): 641–51. (doi:10.1111/j.1467–8535.2011.01231.x.)

Moeller, K., U. Fischer, H. Nuerk y U. Cress. 2012. Computers in Mathematics Education: Training the Mental Number Line. *Computers in Human Behavior* 48: 597–607.

Moradmand, N., A. Datta y G. Oakley. 2013. My Math Story: An Application of a Computer-assisted Framework for Teaching Mathematics in the Lower Primary Years. Documento presentado en la Conferencia Internacional de Society for Information Technology and Teacher Education, New Orleans. Disponible en: http://www.editlib.org/p/48603.

Mousa, A., T. Ismail y M. El Salam. 2017. A Robotic Cube to Preschool Children for Acquiring the Mathematical and Colours Concepts. *International Scholarly and Scientific Research and Innovation* 11(7): 1553–56.

Moyer-Packenham, P. y A. Westenskow. 2013. Effects of Virtual Manipulatives on Student Achievement and Mathematics Learning. *International Journal of Virtual and Personal Learning Environments* 4(3): 35–50. (doi:10.4018/jvple.2013070103.)

Moyer-Packenham, S., D. Niezgoda y J. Stanley. 2005. Young Children's Use of Virtual Manipulatives and Other Forms of Mathematical Representations. En: W. Masalski y P. C. Elliott (eds.), Technology-supported

Mathematics Learning Environments: 67th Yearbook. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Mathematics Advisory Panel. 2008. *Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development.

Navarro, J., M. Aguilar, E. Marchena, G. Ruiz, I. Menacho y J. Van Luit. 2012. Longitudinal Study of Low and High Achievers in Early Mathematics. *British Journal of Educational Psychology* 82(1): 28–41. (doi:10.1111/j.2044–8279.2011.02043.x.)

Niemiec, R. y H. Walberg. 1987. Comparative Effects of Computer-assisted Instruction: A Synthesis of Reviews. *Journal of Educational Computing Research* 3(1): 19–37. Disponible en https://doi.org/10.2190/RMX5-1LTB-QDCC-D5HA.

Nikolopoulou, K. y V. Gialamas. 2015. Barriers to the Integration of Computers in Early Childhood Settings: Teachers' Perceptions. *Education and Information Technologies* 20(2): 285–301.

Nusir, S., I. Alsmadi, M. Al-Kabi y F. Sharadgah. 2013. Studying the Impact of Using Multimedia Interactive Programs on Children's Ability to Learn Basic Math Skills. E-Learning *and Digital Media* 10(3): 305–19.

Ortiz, E. y J. Cristia. 2014. The IDB and Technology in Education: How to Promote Effective Programs? Nota técnica del BID Núm. 670. Washington, D.C.: BID.

Outhwaite, L., M. Faulder, A. Gulliford y N. Pitchford. 2019. Raising Early Achievement in Math with Interactive Apps: A Randomized Control Trial. *Journal of Educational Psychology* 111: 284–98. (doi:10.1037/edu0000286.)

Paek, S., D. Hoffman, A. Saravanos, J. Black y C. Kinzer. 2011. The Role of Modality in Virtual Manipulative Design. Ponencia presentada en CHI 11 Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems Conference, Vancouver, BC, Canada.

Penuel, W. y L. Shepard. 2016. Assessment and Teaching. En: D. Gitomer y C. Bell (eds.), *Handbook of Research on Teaching, Fifth Edition*. Washington, D.C.: American Educational Research Association. Disponible en https://doi.org/10.3102/978-0-935302-48–6_12.

Primavera, J., P. Wiederlight y T. DiGiacomo. 2001. Technology Access for Low-income Preschoolers: Bridging the Digital Divide. Documento presentado en American Psychological Association, San Francisco, agosto.

Quellmalz, E. y J. Pellegrino. 2009. Technology and Testing. *Science* 323(5910): 75–79.

Ragosta, M., P. Holland y D. Jamison. 1981. Computer-assisted *Instruction and Compensatory Education: The ETS/LAUSD Study*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Reimer, K. y P. Moyer. 2004. A Classroom Study of Third-graders' Use of Virtual Manipulatives to Learn about Fractions. Documento presentado en American Educational Research Association, San Diego, abril.

Ryan, A. 1993. The Impact of Teacher Training on Achievement Effects of Microcomputer Use in Elementary Schools: A Meta-analysis. En: N. Estes y M. Thomas (eds.), *Rethinking the Roles of Technology in Education, Vol. 2*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.

Saçkes, M., K. Trundle y R. Bell. 2011. Young Children's Computer Skills Development from Kindergarten to Third Grade. *Computers and Education* 57: 1698–1704.

Salinas, Á., M. Nussbaum, O. Herrera, M. Solarte y R. Aldunate. 2017. Factors Affecting the Adoption of Information and Communication Technologies in Teaching. *Education and Information Technologies* 22(5): 2175–96. (doi:10.1007/s10639–016–9540–7.)

Sarama, J. y D. Clements. 2002a. Building Blocks for Young Children's Mathematical Development. *Journal of Educational Computing Research* 27(1 y 2): 93–110. (doi:10.2190/F85E-QQXB-UAX4-BMBJ.)

_____. 2002b. Learning and Teaching with Computers in Early Childhood Education. En: O. N. Saracho y B. Spodek (eds.), *Contemporary Perspectives on Science and Technology in Early Childhood Education*. Greenwich, CT: Information Age.

_____. 2006. Mathematics, Young Students, and Computers: Software, Teaching Strategies and Professional Development. *The Mathematics Educator* 9(2): 112–34.

_____. 2009a. 'Concrete' Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Child Development Perspectives* 3(3): 145–50.

_____. 2009b. *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Nueva York: Routledge.

_____. 2009c. Scaling Up Successful Interventions: Multidisciplinary Perspectives. Documento presentado en American Educational Research Association, San Diego, abril.

_____. 2013. Lessons Learned in the Implementation of the TRIAD Scale-up Model: Teaching Early Mathematics with Trajectories and Technologies. En: T. G. Halle, A. Metz e I. Martinez-Beck (eds.), *Applying implementation Science in Early Childhood Programs and Systems*. Baltimore: Brookes.

Sarama, J., D. Clements y E. Vukelic. 1996. The Role of a Computer Manipulative in Fostering Specific Psychological/Mathematical Processes.

En: E. Jakubowski, D. Watkins y H. Biske (eds.), *Proceedings of the 18th Annual Meeting of the North America Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Sarama, J., D. Clements, S. Swaminathan, S. McMillen y R. González Gómez. 2003. Development of Mathematical Concepts of Two-dimensional Space in Grid Environments: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction* 21: 285–324.

Schacter, J. y B. Jo. 2016. Improving Low-income Preschoolers Mathematics Achievement with Math Shelf, a Preschool Tablet Computer Curriculum. *Computers in Human Behavior* 55(A): 223–29. (doi:10.1016/j.chb.2015.09.013.)

Seng, S. 1999. Enhancing Learning: Computers and Early Childhood Education [Information Analysis]. Ponencia presentada en Educational Research Association Conference, Singapur, 23–25 de noviembre de 1998.

Serow, P. y R. Callingham. 2011. Levels of Use of Interactive Whiteboard Technology in the Primary Mathematics Classroom. *Technology, Pedagogy and Education* 20: 161–73.

Shin, N., L. Sutherland, C. Norris y E. Soloway. 2012. Effects of Game Technology on Elementary Student Learning in Mathematics. *British Journal of Educational Technology* 43(4): 540–60. Disponible en https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2011.01197.x.

Siegler, R. y G. Ramani. 2008. Playing Linear Numerical Board Games Promotes Low-income Children's Numerical Development. *Developmental Science* 11(5): 655–61.

Silva, S., M. Milkman y N. Badasyan. 2016. The Impact of Brazil's Broadband at School Program on Student Achievement. *Journal of Economics and Economic Education Research* 17(1): 52–75.

Silverman, N. 1990. Logo and Underachievers. Disertación de maestría. St. Thomas: University of the Virgin Islands.

Smith, C., N. Marchand-Martella y R. Martella. 2011. Assessing the Effects of the *Rocket Math* Program with a Primary Elementary School Student at Risk for School Failure: A Case Study. *Education and Treatment of Children* 34: 247–58.

Spiegel-McGill, P., S. Zippiroli y S. Mistrett. 1989. Microcomputers as Social Facilitators in Integrated Preschools. *Journal of Early Intervention* 13(3): 249–60.

Steffe, L. y H. Wiegel. 1994. Cognitive Play and Mathematical Learning in Computer Microworlds. *Journal of Research in Childhood Education* 8(2): 117–31.

Sullivan, A. y M. Bers. 2013. Gender Differences in Kindergarteners' Robotics and Programming Achievement. *International Journal of Technology and Design Education* 23(3): 691–702. (doi:10.1007/s10798–012–9210-z.)

Thomas, A. 2017. Screencasting to Support Effective Teaching Practices. *Teaching Children Mathematics* 23(8): 492–99. Disponible en http://www.jstor.org/stable/10.5951/teacchilmath.23.8.0492.

Thompson, A. C. 2012. The Effect of Enhanced Visualization Instruction on First Grade Students' Scores on the North Carolina Standard Course Assessment. Disertación. Lynchburg, VA: Liberty University.

Thompson, C. y S. Davis. 2014. Classroom Observation Data and Instruction in Primary Mathematics Education: Improving Design and Rigour. *Mathematics Education Research Journal* 26(2): 301–23. (doi:10.1007/s13394–013–0099-y.)

Thompson, P. 1992. Notations, Conventions, and Constraints: Contributions to Effective Use of Concrete Materials in Elementary Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 23: 123–47.

Tyng, K., H. Zaman y A. Ahmad. 2011. Visual Application in Multi-touch Tabletop for Mathematics Learning: A Preliminary Study. En: H. Badioze Zaman, P. Robinson, M. Petrou, P. Olivier, T. Shih, S. Velastin y I. Nyström (eds.), *Visual Informatics: Sustaining Research and Innovations* (Vol. 7066). Berlín: Springer Berlin/Heidelberg.

van Hiele, P. M. 1986. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.

Wang, F., M. Kinzie, P. McGuire y E. Pan. 2010. Applying Technology to Inquiry-based Learning in Early Childhood Education. *Early Childhood Education Journal* 37(5): 381–89. (doi:10.1007/s10643–009–0364–6.)

Weir, S. 1992. LEGO-Logo: A Vehicle for Learning. En: C. Hoyles y R. Noss (eds.), *Learning Mathematics and Logo*. Cambridge, MA: MIT Press.

Weiss, I., B. Kramarski y S. Talis. 2006. Effects of Multimedia Environments on Kindergarten Children's Mathematical Achievements and Style of Learning. *Educational Media International* 43(1): 3–17. (doi:10.1080/09523980500490513.)

Ysseldyke, J., R. Spicuzza, S. Kosciolek, E. Teelucksingh, C. Boys y A. Lemkuil. 2003. Using a Curriculum-based Instructional Management System to Enhance Math Achievement in Urban Schools. *Journal of Education for Students Placed at Risk* 8(2): 247–65.

Zucker, A. y D. Light. 2009. Laptop Programs for Students. *Science* 323(5910): 82–85. Disponible en https://doi.org/10.1126/science.1167705.

CAPÍTULO 6

Guiando la tecnología para promover la práctica efectiva

Roberto Araya (Universidad de Chile) y
Julián Cristia (Banco Interamericano de Desarrollo)

Los gobiernos de América Latina y el Caribe (ALC) están interesados en programas educativos que mejoren el aprendizaje de los alumnos, sean de bajo costo y puedan escalarse con los recursos existentes. Este capítulo sostiene que los programas que guían el uso de la tecnología para promover la práctica de los alumnos pueden satisfacer estos requisitos. La clave de estos programas es que proporcionan instrucciones claras sobre cómo utilizar los recursos tecnológicos. Más específicamente, aquí se considera un programa como "guiado" si define claramente la materia que desea abordar, el *software* que se utilizará y el tiempo de uso de los recursos tecnológicos. En otras palabras, las tres "S" deben estar claramente definidas: *subject* (materia), *software* y *schedule* (tiempo) (Arias Ortiz y Cristia 2014). En este tipo de programas normalmente hay un fuerte enfoque hacia el desarrollo de habilidades a través de la práctica.

Este capítulo presenta evidencia y razones teóricas para respaldar la afirmación de que los programas de tecnología guiada centrados en la práctica pueden ser efectivos, eficientes y relativamente fáciles de escalar. Debido a que requieren inversiones limitadas de *hardware*, *software* y apoyo pedagógico, estos programas son eficientes y pueden ser ofrecidos por la mayoría de los países de la región. Finalmente, dado que reducen la carga de trabajo de los docentes (ahorrando tiempo de corrección de ejercicios y exámenes) y su implementación requiere pocas habilidades adicionales o cambios en la forma en que se lleva a cabo la enseñanza, es posible asegurar el apoyo necesario para su puesta en marcha. Los programas también tienen el potencial de ser escalados, pero existen desafíos que deben ser considerados y este capítulo analiza algunas estrategias para su abordaje.

Cabe aclarar que los programas de tecnología guiada no son una panacea: la evidencia muestra que, si bien producen mejoras en el aprendizaje, no pueden resolver por sí mismos los problemas educativos significativos de la región de ALC. Su limitación básica puede estar en el hecho de que sirven para apoyar, pero nunca para reemplazar la buena enseñanza.

La pregunta central que aquí se busca responder es: ¿cómo pueden maximizarse los efectos de estos programas? Para responderla, este capítulo analiza 10 decisiones de diseño clave que deben tomarse al momento de estructurar estos programas. La primera decisión está destinada a definir el objetivo del programa a través de la pregunta: ¿qué habilidades matemáticas se buscan mejorar? Luego, se analizan cuatro decisiones relacionadas con la manera en que se usarán las computadoras durante las sesiones con tecnología. Estas decisiones implican definir qué tipo de actividades de aprendizaje se realizarán durante las sesiones, cuántas horas a la semana se usarán las computadoras, qué papel desempeñarán los docentes y los coordinadores de tecnología en el proceso, y si las actividades de aprendizaje serán personalizadas para cada alumno o estarán dirigidas a toda la clase. Finalmente, se analizan las decisiones relacionadas con los insumos del programa, lo que incluye definir el lugar donde se ubicarán las computadoras, si los alumnos las usarán de forma compartida, el *software* que se utilizará, la forma de capacitar y entrenar al personal, y cómo se administrará el programa.

Claramente, este capítulo no va a apuntar a decisiones de diseño óptimas para todo contexto. De hecho, es difícil, o tal vez imposible, determinar la solución óptima para un contexto específico sin contar con evidencia detallada de los efectos y los costos de todas las opciones relevantes. Reconociendo estas limitaciones, se proporciona aquí un análisis tentativo de cada una de estas 10 decisiones de diseño clave mediante la exploración de las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la naturaleza de la decisión de diseño?
2. ¿Cuáles son las opciones relevantes y sus ventajas teóricas?
3. ¿Qué evidencia existe de la efectividad de cada opción?
4. ¿Qué elecciones se hicieron en un conjunto de programas tecnológicos efectivos que produjeron grandes efectos positivos?
5. ¿Qué opciones se tomaron en el programa ConectaIdeas en Chile, considerado un ejemplo de buenas prácticas?

Las preguntas 1 a 3 involucran el análisis teórico y empírico de las diferentes opciones para cada decisión de diseño. La pregunta 4 apunta a revisar las decisiones realizadas por un conjunto de programas de

CUADRO 6.1
PROGRAMAS QUE GUÍAN LA TECNOLOGÍA PARA PROMOVER LA PRÁCTICA EFECTIVA

Evaluación	Efecto	Grado	Niños	País	Tiempo semanal con tecnología
Banerjee (2007)	19	4	11.255	India	1 sesión de 120 minutos
Lai et al. (2013 i)	12	4	2.613	China	2 sesiones de 40 minutos
Lai et al. (2013 ii)	21	3	1.717	China	2 sesiones de 40 minutos
Lai et al. (2015)	16	3	2.425	China	2 sesiones de 40 minutos
Linden (2008)	25	3	1.114	India	5 sesiones de 60 minutos
Mo (2013)	16	4	3.592	China	2 sesiones de 40 minutos

Fuente: SkillsBank (www.iadb.org/skillsbank).
Nota: Programas incluidos en SkillsBank, en la categoría "Tecnología guiada con tiempo adicional". Las evaluaciones "Lai et al. (2013 i)" y "Lai et al. (2013 ii)" fueron informadas en el estudio de Lai et al. (2013). Los efectos se expresan en puntos de aprendizaje. Un punto de aprendizaje es equivalente a 0,01 desviaciones estándar. Para evaluar los efectos, se debe tener en cuenta que un alumno promedio de cuarto grado en Estados Unidos mejora aproximadamente 50 puntos en un año. Se presenta el grado promedio de los participantes en cada evaluación. Todas las evaluaciones cumplieron con los criterios de inclusión en el SkillsBank; por ejemplo, todas utilizan métodos experimentales. Las intervenciones se centraron en mejorar el aprendizaje en matemática, excepto "Lai et al. (2013 ii)", que se enfocó en la lectura.

tecnología educativa que demostraron grandes efectos positivos en el aprendizaje de matemática y que fueron incluidos en el sitio web SkillsBank, en la categoría "Tecnología guiada con tiempo adicional" (véase el cuadro 6.1).[1]

Finalmente, la pregunta 5 se refiere a las decisiones tomadas por el programa Conectaldeas en Chile. Este programa fue diseñado e implementado

[1] El SkillsBank es un sitio web que resume evidencia rigurosa sobre cómo desarrollar habilidades a lo largo del ciclo de vida (www.iadb.org/skillsbank). El sitio incluye tres categorías de programas relacionados con la tecnología. Según el meta-análisis realizado al momento de desarrollar este sitio web, los programas clasificados en la categoría "Tecnología guiada con tiempo adicional" son efectivos (es decir, incrementan el aprendizaje). En cambio, los programas de las categorías "Tecnología guiada sin tiempo adicional" (aquellos que guían el uso de la tecnología, pero mantienen constante el tiempo de enseñanza dedicado a matemática y lenguaje) y "Computadoras" (centrados en incrementar el acceso a los recursos tecnológicos, sin guiar su uso) no presentan evidencia de efectividad.

por un equipo multidisciplinario de investigadores del Centro de Investigación Avanzada en Educación de la Universidad de Chile, coordinado por Roberto Araya, uno de los coautores de este capítulo. El programa ConectaIdeas busca mejorar el aprendizaje de matemática de escuelas primarias ubicadas en áreas desfavorecidas de Santiago de Chile, habiéndose implementado en 11 escuelas de la Comuna Lo Prado desde 2011 a 2016. El programa utiliza como una estrategia importante es la "gamificación", es decir, el uso de juegos para motivar a los alumnos. En una revisión de alrededor de 90 iniciativas destinadas a mejorar el aprendizaje de matemática en ALC, los editores de este libro consideraron a ConectaIdeas como la iniciativa más prometedora. Por lo tanto, se invitó a Roberto Araya a contribuir como coautor del presente capítulo y a transmitir la experiencia acumulada por el equipo en el desarrollo de este programa.[2]

6.1 Por qué pueden funcionar los programas de tecnología guiada centrados en la práctica efectiva

Esta sección describe el *statu quo* de la enseñanza de matemática en ALC y cómo un programa de tecnología guiada centrado en la práctica podría cambiar la forma en que los alumnos aprenden. Luego, revisa la evidencia empírica y teórica para sustentar que estos programas pueden ser efectivos, eficientes y relativamente fáciles de escalar. Finalmente, se describen las limitaciones de estos programas.

6.1.1 El statu quo de la enseñanza de matemática

¿Cómo se realiza la enseñanza de matemática en una escuela típica de bajo nivel socioeconómico de Santiago, Chile? Si bien es posible que exista una variación considerable entre las escuelas, se puede pensar en ciertos patrones comunes, que se describen a continuación.

En estas escuelas, los alumnos de cuarto grado normalmente tienen tres sesiones semanales de matemática de aproximadamente 90 minutos, cada una en sus aulas regulares (en algunos casos, hay una cuarta sesión adicional de 90 minutos).

¿Y cómo transcurre normalmente una clase? Una clase regular podría comenzar con la presentación de un tema por parte del maestro (por

[2] Durante la redacción del presente libro, se realizó una evaluación experimental de ConectaIdeas que encontró que el programa generó grandes mejoras en el aprendizaje de matemática de alumnos en escuelas desfavorecidas de Santiago de Chile (Araya et al., 2019).

ejemplo, sumar fracciones con el mismo denominador), quien proporciona conceptos clave y ejemplos, y después solicita a los alumnos que resuelvan un conjunto de ejercicios. Mientras los alumnos resuelven los ejercicios, el maestro se asegura de que todos estén trabajando, responde preguntas y realiza comentarios. Al final de la clase, el maestro resume el tema tratado, enfatiza los puntos clave y asigna tareas.

Hay varios potenciales problemas con esta sesión (clase) de aprendizaje, los que incluyen:

- *Baja participación*. Muchos alumnos pueden encontrar que las actividades de aprendizaje son menos atractivas que aquellas basadas en juegos o que involucran el uso de tecnología.
- *Práctica limitada*. En parte debido a la falta de participación, la cantidad de práctica que los alumnos realizan podría ser limitada. Y esto es un inconveniente porque la práctica es clave para el desarrollo de habilidades.
- *Retroalimentación esporádica*. La retroalimentación también es un elemento crucial en el desarrollo de habilidades, pero como los docentes tienen un tiempo limitado y muchos alumnos que apoyar, solo pueden brindar retroalimentación de manera esporádica.
- *Seguimiento costoso*. Para los docentes resulta difícil monitorear el trabajo de los alumnos e identificar quién necesita apoyo adicional. Por lo tanto, no pueden usar su tiempo de forma estratégica.
- *Poca colaboración*. Es posible que haya alumnos que dominen los conceptos y puedan brindar apoyo a sus compañeros con dificultades para que comprendan los contenidos planteados. Este proceso de tutoría entre pares podría ser beneficioso tanto para quienes dan apoyo como para quienes lo reciben, puesto que la investigación sugiere que explicar conceptos y analizar estrategias son actividades potentes para mejorar la comprensión (Okita y Schwartz 2013). Más aún, la colaboración y la comunicación se consideran habilidades críticas en el siglo XXI, y practicarlas en la escuela podría ser una buena forma de desarrollarlas.

6.1.2 Cómo un programa de tecnología guiada puede mejorar la enseñanza

En el contexto descrito, el equipo de la Universidad de Chile desarrolló el programa ConectaIdeas, orientado a aprovechar las posibilidades que abre la tecnología para enfrentar los problemas planteados. A continuación, se describen los cambios que se esperan con la implementación de este programa.

Para empezar, una de las tres sesiones de matemática que se llevaban a cabo en el aula, con este programa se realiza en el laboratorio de computación. Además, se agrega una cuarta sesión de matemática, la cual también tiene lugar en el laboratorio de computación. Esta sesión utiliza el tiempo que anteriormente se dedicaba al aprendizaje de habilidades informáticas o de música, o es cubierta con tiempo no asignado a ninguna materia. Por lo tanto, la introducción del programa normalmente incrementa el tiempo semanal total dedicado a matemática (de 270 a 360 minutos). Asimismo, el tiempo de aprendizaje de matemática en el aula disminuye 90 minutos y el empleado en el laboratorio de computación se incrementa hasta alcanzar 180 minutos. Sin embargo, se debe tener en cuenta que, en algunos casos, las escuelas ya tenían cuatro sesiones de matemática, por lo que aquí el tiempo total de matemática no cambia, si bien dos de las cuatro sesiones semanales se trasladan del aula regular al laboratorio de computación.

Durante las dos sesiones de matemática en el aula, el maestro continúa enseñando de la misma manera en que lo hacía antes de la implementación del programa (aunque puede dedicar un poco menos de tiempo a resolver ejercicios y algo más a la presentación y discusión de conceptos). Por su parte, en las dos sesiones en el laboratorio de computación, el coordinador del laboratorio es responsable de la enseñanza, aunque en muchos casos trabaja de forma coordinada con el maestro. Durante estas sesiones, los alumnos trabajan principalmente en resolver problemas de matemática que están alineados con los temas tratados en las sesiones de clase en el aula. Tales problemas intentan desarrollar una variedad de habilidades matemáticas que incluyen la computación, el modelado, la representación, el análisis y la resolución de problemas.

Asimismo, durante las sesiones se impulsa el desarrollo de habilidades relacionadas con la comunicación y la colaboración. Por ejemplo, los maestros hacen preguntas abiertas a todos los alumnos a través de la plataforma, quienes deben proporcionar respuestas y también analizar y brindar retroalimentación a las respuestas suministradas por sus compañeros. De esta manera, la tutoría entre compañeros se ve facilitada por la tecnología. Los alumnos que demuestran cierto dominio de los conceptos cubiertos en una clase son identificados por la plataforma y los coordinadores del laboratorio de computación pueden asignarlos para que apoyen a los alumnos que solicitan asistencia. Estas actividades pueden mejorar la comprensión conceptual de los alumnos y también fortalecer sus habilidades metacognitivas y socioemocionales.

Finalmente, se implementan una serie de estrategias de gamificación con el propósito de aumentar la motivación de los alumnos y aprovechar las dinámicas sociales positivas asociadas con la competencia entre equipos.

En concreto, las diferentes secciones de las escuelas que usan la plataforma compiten para ver qué grupo realiza más ejercicios cada semana. Más aún, en consonancia con el objetivo de mantener alta la motivación de los alumnos, es posible organizar torneos periódicos (por ejemplo, cada dos o cuatro meses) en los que alumnos de diferentes escuelas se conecten a la plataforma al mismo tiempo y participen por equipos en tiempo real.

6.1.3 Los programas de tecnología guiada enfocados en la práctica, ¿pueden ser eficaces, eficientes y fáciles de escalar?

Eficacia

La evidencia indica que los programas que guían el uso de recursos tecnológicos para promover la práctica efectiva y proporcionan tiempo de aprendizaje adicional generan importantes ganancias de aprendizaje. De hecho, como se muestra en el cuadro 6.1, seis evaluaciones de programas revisados en SkillsBank produjeron ganancias de entre 12 y 25 puntos de aprendizaje en los puntajes promedio de los alumnos en matemática y lenguaje,[3] con una ganancia promedio de 16 puntos. Para poner estos resultados en perspectiva, un alumno promedio de cuarto grado en Estados Unidos avanza alrededor de 50 puntos de aprendizaje en un año (Hill et al. 2008). Otra forma de comprender estos resultados es comparándolos con las diferencias en la efectividad de aprendizaje entre maestros documentadas en un estudio de Estados Unidos. En dicho estudio, los educadores que se encontraban en el cuartil superior en efectividad superaban a aquellos en el percentil inferior en 33 puntos de aprendizaje (Kane, Rockoff y Staiger 2008).

Los programas revisados en este capítulo también se pueden poner en contexto si se comparan con el rezago de aprendizaje entre el alumno promedio de ALC y el alumno promedio de países con un producto interno bruto (PIB) similar al de esta región (50 puntos de aprendizaje). Por lo tanto, los programas implementados en China e India que se analizan en este capítulo pueden cerrar aproximadamente un tercio de esta brecha.

Existe evidencia que sugiere que el programa ConectaIdeas de Chile también genera importantes ganancias de aprendizaje. Un estudio halló que en las 11 escuelas donde se implementó el programa, los puntajes promedio de los exámenes de matemática aumentaron 33 puntos de aprendizaje en un año (Araya et al. 2015). Los autores de ese estudio informaron que la ganancia promedio anual de matemática en un distrito vecino fue de 7 puntos de aprendizaje. Tomando a dicho distrito vecino

[3] Un punto de aprendizaje corresponde a un efecto de 0,01 desviaciones estándar.

como grupo de comparación, los autores concluyeron que el programa produjo un aumento de 26 puntos de aprendizaje en los puntajes de las pruebas de matemática.

Eficiencia

Un programa es eficiente si logra su objetivo a un bajo costo. En ese contexto, la pregunta que debe plantearse es si el programa es más costo-efectivo que otras opciones relevantes. Un análisis presentado en Busso et al. (2017, capítulo 7) indica que los tipos de programas analizados en este capítulo pueden ser considerados como costo-efectivos. Específicamente, este análisis mostró que los programas de tecnología guiada que ofrecen a los alumnos un tiempo de aprendizaje adicional requieren un aumento anual de menos de US$5 para lograr una ganancia de 1 punto de aprendizaje. En contraste, otras intervenciones educativas populares, como reducir el tamaño de la clase y extender el día escolar, requieren entre US$47 y US$210, respectivamente, para lograr el mismo aumento (1 punto).

(Relativamente) Fáciles de escalar

Desde una perspectiva de políticas públicas, un programa costo-efectivo no es relevante si no se puede implementar a gran escala, teniendo en cuenta el contexto y los recursos existentes en un sistema educativo. Por lo tanto, es importante analizar si los programas cubiertos en este capítulo cumplen con este punto en los países de la región. Para ello, es necesario analizar los requisitos de capacidad que el escalamiento de estos programas exigiría, los cambios requeridos en el comportamiento de los actores relevantes, y si estos cambios podrían lograrse o no.

Al considerar los requisitos de capacidad, un insumo básico que necesitan estos programas es la electricidad. Debido a que la gran mayoría de las escuelas públicas urbanas de la región tienen acceso a electricidad, esto no parece ser un desafío para el escalamiento. Ahora bien, los programas de tecnología en educación requieren de la provisión de *hardware*, *software* y otros insumos de infraestructura, que además deben funcionar de forma apropiada para que la enseñanza tenga lugar. En consecuencia, estos programas también necesitan de la capacidad de los implementadores para garantizar que las computadoras funcionen adecuadamente. Existen diferentes modelos que aseguran esto, como el desarrollo de unidades especiales dentro del ministerio de Educación o la contratación de servicios en el sector privado, pero, independientemente del modelo que se elija, es fundamental que exista capacidad para garantizar que todos los insumos necesarios funcionen adecuadamente.

La implementación de la tecnología en los programas educativos tiene una característica única en comparación con otros tipos de intervenciones educativas, tal es la posibilidad de monitorear cómo y cuánto se utiliza dicha tecnología. Esto proporciona información fundamental para los maestros, los directores y los administradores de los programas. Conocer las escuelas y los alumnos que utilizan los recursos tecnológicos de manera subóptima brinda una buena oportunidad para pensar en estrategias que sean capaces de enfrentar tales desafíos.

Si bien es imprescindible cubrir las necesidades tecnológicas mencionadas, los factores humanos también tienen un papel clave. En particular, los actores centrales del proceso educativo deben estar dispuestos a adoptar los cambios de prácticas necesarios para implementar el programa. A diferencia de muchos otros programas que buscan mejorar la enseñanza de matemática, los programas de tecnología guiada como los aquí descriptos no imponen requisitos adicionales para el conocimiento curricular o pedagógico de los maestros. Por esa razón, si bien se necesita de personal especializado que pueda capacitar y apoyar a los maestros existentes, las demandas que se les realizan a estos últimos suelen ser limitadas.

Todo esto no significa que conseguir el apoyo de maestros y directores sea una tarea fácil. Los maestros pueden temer que el nuevo programa represente nuevas responsabilidades y una mayor carga de trabajo, y que estos cambios expongan su falta de competencia en las habilidades requeridas para usar la tecnología de manera efectiva en el aula. Por lo tanto, es fundamental brindarles el apoyo necesario para que puedan hacer una transición efectiva a sus nuevos roles.

Quizás la pregunta que surge aquí es ¿por qué todavía no se han implementado estos programas a gran escala en ALC? Esto es particularmente relevante dado el claro interés expresado por los gobiernos de la región en implementar programas de tecnología en materia de educación (Arias Ortiz y Cristia 2014). Una razón podría ser que hasta hace poco no se contaba con evidencia clara de la efectividad de los diferentes modelos tecnológicos. Esta falta de evidencia allanó el camino para que se realizaran intervenciones a gran escala orientadas a aumentar el acceso a la tecnología, pero que, sin embargo, tuvieron un bajo impacto en el aprendizaje de los alumnos. Poco a poco, la desinformación está desapareciendo, al menos en ciertos círculos, gracias a un proceso de acumulación de evidencia rigurosa. En efecto, mientras que en 2005 no había una evaluación experimental rigurosa de programas de tecnología en educación en países en desarrollo, ahora la situación ha cambiado radicalmente. Aun así, se necesita seguir trabajando para generar y difundir información rigurosa y relevante para los gobiernos de la región.

6.2 Diez decisiones de diseño

Esta sección analiza 10 decisiones de diseño clave sobre cómo estructurar programas que guían el uso de la tecnología para promover la práctica efectiva de los alumnos. Como se mencionó, el objetivo es orientar estas decisiones para maximizar los efectos en el aprendizaje y la costo-efectividad.

El cuadro 6.2 presenta las 10 decisiones de diseño en cuestión, clasificándolas en tres áreas: objetivos, procesos e insumos. Para empezar, la decisión 1 está relacionada con los objetivos del programa, es decir, con lo que se busca lograr, e involucra definir qué tipos de habilidades matemáticas se quiere fortalecer.

A continuación, hay cuatro decisiones sobre cómo se desarrollará el proceso de aprendizaje con tecnología. Específicamente, las decisiones 2 a 5 implican definiciones sobre qué actividades de aprendizaje serán implementadas, por cuánto tiempo se usarán las computadoras, cuáles serán los roles de los maestros y los coordinadores de laboratorio, y si la enseñanza será personalizada para cada alumno o común toda la clase.

Finalmente, hay cinco decisiones (de la 6, a la 10) que tienen relación con los insumos del programa, en particular con los recursos o servicios que el programa proporciona de forma directa. Estas decisiones involucran diferentes aspectos, como la ubicación de las computadoras, si habrá uno o más alumnos por máquina, el *software* que se empleará, la capacitación y el entrenamiento que se brindará y cómo se administrará el programa.

CUADRO 6.2
DIEZ DECISIONES DE DISEÑO

	Decisión
Objetivo	1. ¿Qué habilidades?
Procesos	2. ¿Cuáles actividades de aprendizaje?
	3. ¿Cuánto tiempo?
	4. ¿Qué personal?
	5. ¿Enseñanza personalizada o común para la clase?
Insumos	6. ¿Computadoras en el aula o en el laboratorio?
	7. ¿Uno o más alumnos por computadora?
	8. ¿Qué *software*?
	9. ¿Cómo capacitar y dar *coaching*?
	10. ¿Cómo gestionar?

Fuente: Elaboración propia.

Decisión 1: ¿Qué habilidades?

Desde la década de 1970, tradicionalmente los programas de tecnología en educación centrados en matemática se han orientado a desarrollar la fluidez matemática y buscar que los alumnos puedan realizar operaciones básicas, como la multiplicación de un solo dígito, a gran velocidad y de forma casi automática. La fluidez matemática es importante porque proporciona las habilidades necesarias que se utilizan para otras tareas de orden superior, como la resolución de problemas. Al desarrollar fluidez matemática se espera que se liberen recursos cognitivos que pueden ser usados en problemas más complejos. Las computadoras son particularmente adecuadas para desarrollar estas habilidades porque proporcionan actividades atractivas para promover la práctica sostenida y brindan retroalimentación automática a los alumnos.

Sin embargo, como se ha señalado en los capítulos 1 y 2, los cambios que están ocurriendo en el siglo XXI aumentan la necesidad de que los alumnos sean capaces de comprender profundamente los conceptos matemáticos y aplicarlos con éxito a las situaciones del mundo real. En otras palabras, aunque aún se necesita la fluidez matemática para realizar operaciones básicas, hay una creciente demanda para que los alumnos resuelvan problemas matemáticos relacionados con situaciones del mundo real, como las que se enfatizan en el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés).

Existe consenso entre los expertos en educación matemática en que, para desarrollar tal comprensión profunda, la enseñanza debe cambiar sustancialmente (NCTM 2014). En particular, se debe poner un mayor énfasis en las actividades de aprendizaje que promueven el desarrollo de múltiples métodos de solución, las explicaciones de los alumnos sobre cómo llegaron a sus respuestas, el uso de diagramas gráficos matemáticos y el establecimiento de conexiones sólidas entre múltiples áreas de matemática (por ejemplo, aritmética, medición o geometría) y problemas del mundo real.

En este contexto, es difícil imaginar que el uso tradicional de la tecnología en matemática, que enfatiza la práctica intensiva para lograr fluidez matemática, desempeñará un papel importante en facilitar esta transición. Y si bien la tecnología puede ser utilizada para lograr fluidez en operaciones básicas, si toda la enseñanza con tecnología se dedica a desarrollar solo esta habilidad, es difícil esperar efectos en otras áreas. Esto se refleja bien en las evaluaciones de los programas tradicionales, que muestran que los efectos de aprendizaje están más concentrados en habilidades de cálculo que en la resolución de problemas (Slavin y Lake 2008).

Los desarrolladores de *software* reconocen este desafío y están introduciendo nuevas actividades para contribuir a desarrollar una mejor comprensión de la matemática. Sin embargo, muchas de las actividades que promueven las nuevas formas de enseñar matemática (por ejemplo, el uso de múltiples métodos de solución, las explicaciones de los alumnos sobre cómo llegan a una respuesta y el uso de diagramas) no parecen estar bien adaptadas a los tipos de interacciones habilitadas por *software* tradicional. Un buen ejemplo de esto puede verse en una evaluación realizada por Wang y Woodworth (2011) del *software* DreamBox, el cual tiene una serie de características bien desarrolladas y ha sido expresamente diseñado para enfatizar la comprensión y no solo la fluidez. Aunque la evaluación encontró que este *software* tenía efectos positivos en el aprendizaje de la matemática, los efectos se concentraron más en el cálculo que en la resolución de problemas (13 y 6 puntos de aprendizaje, respectivamente).

En consecuencia, un desafío importante consiste en asegurar que las habilidades desarrolladas en las sesiones con tecnología pongan el foco en otras habilidades que van más allá de la fluidez matemática. El equipo de la Universidad de Chile ha tratado de enfrentar este desafío desarrollando una gama de habilidades matemáticas durante las sesiones con tecnología, las que incluyen computación básica, modelado, representación, análisis y resolución de problemas. La estrategia subyacente es garantizar que las actividades realizadas contribuyan al desarrollo de la comprensión conceptual y el sentido numérico. Esto implica presentar problemas de diferentes maneras, relacionar conceptos abstractos con aplicaciones prácticas y requerir que los alumnos apliquen estrategias a situaciones nuevas.

Decisión 2: ¿Cuáles actividades de aprendizaje?

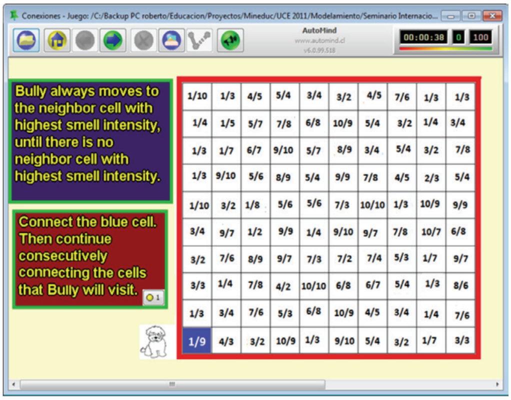
Los programas educativos de tecnología tradicional enfatizan las actividades de aprendizaje, como es el caso de los juegos interactivos, que buscan desarrollar la fluidez en las operaciones básicas. Además, en algunas implementaciones de programas, al comienzo de las sesiones con tecnología se proporcionan videos cortos y atractivos (de 3 a 5 minutos de duración) para revisar los conceptos importantes cubiertos durante las sesiones de aprendizaje en las aulas. En algunos casos, las sesiones suelen terminar con explicaciones generales y conclusiones por parte de los docentes (junto con los alumnos) sobre los conceptos y algoritmos importantes que se revisaron durante el día.

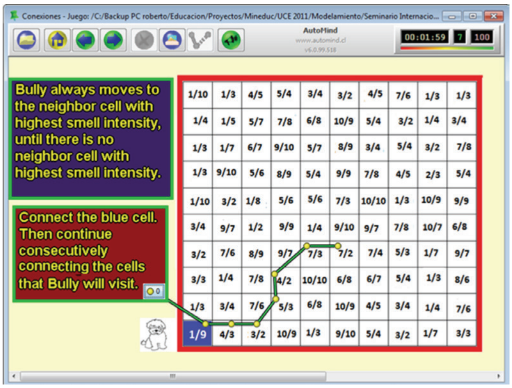
Sin embargo, para desarrollar una gama de habilidades matemáticas que vayan más allá de la fluidez en las operaciones básicas, se deben incluir otras actividades. Para enfrentar este desafío, el equipo de la Universidad de Chile concluyó que los juegos interactivos para desarrollar fluidez matemática en los conceptos básicos no deberían tomar más de 10 a 15 minutos en cada sesión. Además, el equipo ha señalado que los docentes no tienden a usar videos, probablemente porque piensan que son ellos quienes deberían brindar a los niños las explicaciones de los nuevos conceptos.

La mayoría de las actividades de aprendizaje que involucran ejercicios de matemática en computadoras deben buscar el desarrollo de la comprensión conceptual y el sentido numérico de los alumnos. En algunos casos, los alumnos necesitan resolver preguntas estándar de opción múltiple, pero en otros es conveniente que tengan muchas alternativas diferentes para elegir al momento de resolver un ejercicio.

En el gráfico 6.1 se presenta un ejemplo de un ejercicio que se aleja del formato estándar de opción múltiple. En este ejercicio, los alumnos

GRÁFICO 6.1
EJERCICIO EN EL QUE LOS ALUMNOS COMPARAN FRACCIONES





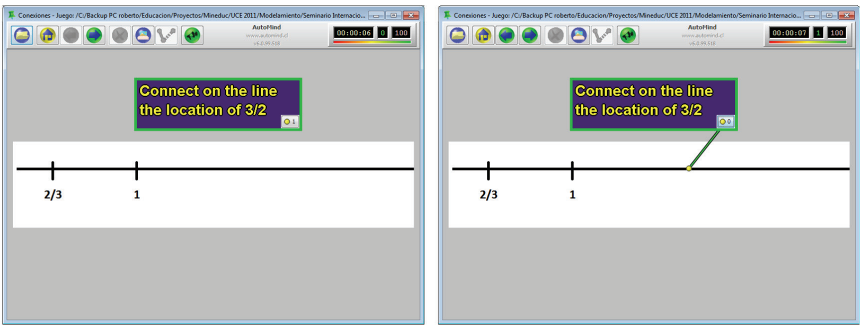
Fuente: Captura de pantalla de la plataforma ConectaIdeas.

necesitan ayudar a un perro guiándolo a través de las diferentes celdas para buscar un hueso. Los alumnos comienzan en la celda ubicada en la esquina inferior izquierda y deben elegir a qué celda contigua se moverá el perro a continuación, teniendo en cuenta que la intensidad del olor es proporcional a la fracción presentada en la celda. El panel superior muestra el ejercicio tal y como es presentado, y el panel inferior muestra la trayectoria correcta elegida por un alumno. Este ejercicio involucra a un alumno haciendo comparaciones múltiples de fracciones en el contexto de un problema real.

En otros problemas, los alumnos deben elegir entre infinitas posibilidades. Por ejemplo, el gráfico 6.2 muestra un ejercicio en el que a un alumno se le presenta el panel a la izquierda y se le pide que conecte una línea a un punto que se encuentra aproximadamente en la ubicación 3/2. Por lo tanto, este ejercicio no busca que se aplique un algoritmo estándar, sino que más bien intenta desarrollar el sentido numérico del alumno, quien necesitará usar la información sobre la distancia que existe entre 2/3 y 1 para comprender el tamaño aproximado de la unidad y luego poder ubicar el punto 3/2.

Un desafío que enfrentó el equipo de la Universidad de Chile fue que algunos maestros no se sentían cómodos con los ejercicios no tradicionales presentados en los gráficos 6.1 y 6.2. En muchos casos, hizo falta un esfuerzo para demostrar que incorporar estos ejercicios es importante y que los alumnos pueden resolverlos. Este proceso puede constituir una actividad de desarrollo profesional, en el sentido de sugerir a los maestros alternativas con nuevos ejercicios que vayan más allá de la aplicación estándar de algoritmos.

GRÁFICO 6.2
EJERCICIO EN EL QUE LOS ALUMNOS DESARROLLAN EL SENTIDO NUMÉRICO DE LAS FRACCIONES



Fuente: Captura de pantalla de la plataforma ConectaIdeas.

Como se enfatizó en el capítulo 2, los expertos en aprendizaje matemático recomiendan que los alumnos dediquen tiempo a dar explicaciones sobre los conceptos aprendidos y las maneras de resolver los diferentes problemas. El equipo de la Universidad de Chile siguió esta recomendación al plantear que en cada sesión los alumnos respondan al menos una pregunta que requiera pensar sobre un problema de la vida real y expliquen por qué una determinada estrategia matemática es adecuada para resolverlo. Estos tipos de preguntas buscan desarrollar habilidades metacognitivas, en este caso, habilidades relacionadas con reconocer problemas, elaborar diferentes estrategias para resolverlos, diseñar un plan e implementarlo, y finalmente evaluar si la estrategia elegida funcionó.

Un ejemplo de pregunta orientada a desarrollar habilidades metacognitivas sería: "¿En qué situaciones de la vida diaria puedes necesitar aplicar el concepto de área?" Cuando esta pregunta se realizó en una clase, los alumnos proporcionaron una variedad de respuestas, a saber:

1. No sé
2. Al comprar algo grande
3. Cuando hay un perímetro
4. Cuando compro fruta
5. Cuando tengo que comprar madera para el suelo de una habitación
6. Con mis juguetes o carros
7. Nunca

Entre todas las respuestas informadas, solo la 5 expresa una comprensión correcta de cómo aplicar el concepto de área. Esto muestra las dificultades que enfrentan los alumnos para comprender las aplicaciones prácticas de los conceptos que se enseñan en la escuela, así como la importancia que tiene brindarles oportunidades para practicar estas habilidades. Además, la plataforma envía las respuestas proporcionadas por un alumno a otros alumnos para que puedan reflexionar sobre ellas y realizar comentarios. Estos procesos son útiles para desarrollar no solo comprensión matemática, sino también habilidades de trabajo en equipo. De hecho, cuando se trabaja en un equipo, hay muchos casos en que los participantes necesitan evaluar las respuestas proporcionadas por sus compañeros y hacer comentarios constructivos sobre ellas.

Otra actividad importante que facilita la tecnología es la tutoría entre pares. Como se mencionó, la plataforma ConectaIdeas identifica a los alumnos que dominan los conceptos cubiertos en una sesión, quienes luego son asignados por el coordinador del laboratorio para asistir a los alumnos que piden ayuda. Las encuestas realizadas sugieren que los alumnos con dificultades valoran el apoyo proporcionado por los demás alumnos y que, en la práctica, lo solicitan. Además, algunos alumnos con dificultades pueden sentirse más cómodos pidiendo ayuda a un compañero en lugar de un maestro.

La consigna básica de los programas analizados en este capítulo es que la práctica es clave para desarrollar habilidades matemáticas. Sin embargo, la práctica requiere motivación. La tecnología puede ayudar a que el aprendizaje sea más atractivo, pero la experiencia demuestra que una vez que la novedad del uso de una tecnología en particular se desvanece, se necesitan acciones complementarias para mantener una alta participación de los alumnos. Como se mencionó, la gamificación es una estrategia útil para aumentar la motivación y promover la práctica de los alumnos; sin embargo, también presenta limitaciones porque, nuevamente, los alumnos pueden perder interés a medida que pasa el tiempo.

Una estrategia que parece particularmente prometedora consiste en introducir torneos basados en equipos. La evidencia de diferentes disciplinas indica que la motivación crece fuertemente en los deportes de equipo como el fútbol o incluso por la mera presencia de otras personas que observan a alguien realizando una tarea (Zajonc 1965). En el ámbito de la educación, los investigadores han señalado hace ya mucho tiempo el gran potencial de introducir torneos en equipo para promover la motivación de los alumnos (Edwards, Vries y Snyder 1972; Slavin 2010). Sin embargo, esto es difícil de implementar en las aulas regulares debido a la logística involucrada. Además, hacer que un grupo de alumnos en el aula compita con otro grupo podría eventualmente crear una dinámica perjudicial.

El equipo de la Universidad de Chile ha tratado de aprovechar el potencial de los torneos por equipos en educación utilizando tecnología. En particular, se busca promover la motivación por medio de la realización de torneos regulares en los que alumnos de una sección de una escuela compiten con alumnos de secciones de otras escuelas. Estos torneos requieren que un alumno de una escuela compita con un alumno de otra y que los puntos obtenidos en estos juegos individuales se agreguen a nivel de sección. Los torneos involucran la participación simultánea de muchas escuelas, lo que hace que los eventos sean más atractivos. Los torneos no solo aumentan la motivación, sino que también proporcionan un incentivo concreto para participar de prácticas intensivas en las semanas previas al torneo. Además, estos torneos promueven la colaboración dentro de la sección porque ganar o perder depende del desempeño de todos los alumnos, no solo de los mejores de la clase o la escuela, como es el caso de las olimpíadas de matemática y otras competiciones.

Decisión 3: ¿Cuánto tiempo?

El tiempo de enseñanza es el recurso central en el aprendizaje y, por lo tanto, debe administrarse con cuidado. Por ello, una decisión de diseño clave tiene que ver con cuánto tiempo se debe dedicar a las sesiones con tecnología.

Una fuente de evidencia relevante para esta decisión proviene del análisis de los resultados de las evaluaciones de los programas de tecnología educativa que tienen como objetivo aumentar el aprendizaje de matemática. Por ejemplo, un meta-análisis de 71 evaluaciones en Estados Unidos presentó efectos por tiempo de uso a nivel semanal (Cheung y Slavin 2013). El estudio muestra que para los programas evaluados donde los alumnos dedicaban menos de 30 minutos a la semana, el efecto promedio era de 6 puntos de aprendizaje; donde destinaban entre 30 y 75 minutos, alcanzaba los 20 puntos; y donde los alumnos dedicaban más de 75 minutos, el efecto promedio registraba 14 puntos de aprendizaje. Esto sugiere que los efectos parecen ser más altos para los programas que dedican al menos 30 minutos a la práctica semanal. Estos resultados, aunque informativos, deben ser interpretados con cautela debido a que las intervenciones evaluadas en estos estudios varían no solo en términos del tiempo semanal empleado en las sesiones de tecnología, sino también en muchas otras dimensiones, como el *software* utilizado, la calidad de la implementación y el contexto.

Una revisión de las evaluaciones experimentales en países en desarrollo incluyó seis programas enfocados en matemática (Arias Ortiz y Cristia 2014). Tres de los programas en China incluyeron 80 minutos semanales de uso de tecnología con un efecto promedio de 14 puntos de aprendizaje. Un programa en India asignó 120 minutos y tuvo un efecto de 41 puntos de aprendizaje, mientras que otro involucró 300 minutos de uso de computadoras en sesiones después de la escuela y tuvo un efecto positivo de 25 puntos de aprendizaje. Finalmente, un tercer programa en India también asignó 300 minutos de práctica semanal, pero el uso de tecnología reemplazó a la enseñanza regular de matemática y generó un efecto negativo de 48 puntos de aprendizaje. Los autores de este último estudio atribuyeron los efectos negativos encontrados al hecho de que las sesiones con tecnología no estaban bien diseñadas y reemplazaron tiempo de enseñanza en escuelas que eran consideradas de alta efectividad. Estos resultados sugieren la necesidad de pensar detenidamente cuánto tiempo se dedica a las sesiones con tecnología.

Claramente, esta decisión debe depender de los tipos de habilidades que se vayan a desarrollar y de las actividades de aprendizaje involucradas.

Por ejemplo, los expertos en educación matemática sugieren que desarrollar la fluidez matemática no debería tomar más de 10 a 20 minutos al día. En realidad, si se dedica demasiado tiempo a los ejercicios para promover la fluidez matemática podrían darse efectos perjudiciales.

Una pregunta relacionada es si el tiempo semanal asignado se debe concentrar en una sesión o si debe administrarse en dos o más sesiones a la semana. Aquí hay dos problemas potenciales que se deben tener en cuenta. Por un lado, las sesiones más cortas pueden ayudar a proporcionar actividades de aprendizaje más variadas y atractivas para los alumnos en un día. Por el otro, iniciar una sesión con tecnología puede requerir un tiempo considerable, por lo que menos sesiones y más largas pueden generar un mejor aprovechamiento del tiempo.

Por ende, un aspecto clave que se debe considerar es cuánto tiempo se necesita para el inicio de una sesión con tecnología. Esto depende de un conjunto de factores que incluyen problemas técnicos, dificultades para garantizar que todos los alumnos hagan una transición adecuada al laboratorio de computación e incluso elementos culturales relacionados con la puntualidad de los grupos para iniciar las actividades. Tales factores explican por qué la duración de las sesiones puede diferir según el contexto. En China, varias evaluaciones que demostraron efectividad involucraron dos sesiones semanales de 40 minutos cada una. En contraste, el equipo de la Universidad de Chile no considera apropiado trabajar con sesiones tan cortas, ya que han documentado que en su país una sesión requiere 25 minutos o más para que la enseñanza inicie. Por lo tanto, para la región, las sesiones más largas podrían ser más apropiadas, razón por la cual el programa ConectaIdeas involucra sesiones de 90 minutos.

Decisión 4: ¿Qué personal?

Para que las sesiones con tecnología sean efectivas, un aspecto fundamental consiste en asegurar que las personas que las conduzcan estén bien dispuestas y sean capaces de llevarlas a cabo. En este sentido, hay tres modelos básicos que considerar. El primero consiste en contratar a una persona especializada, un coordinador de laboratorio, para dirigir la sesión. Este modelo es el que normalmente se usa en educación primaria para la enseñanza de materias como música, educación física o inglés. La persona que se contrata para conducir las sesiones de matemática con uso de tecnología puede ser un ex docente o un miembro de la comunidad con un diploma de educación básica. Este modelo se ha utilizado en la India, en los programas revisados en el cuadro 6.1. El coordinador del laboratorio recibe capacitación especializada sobre el tratamiento de los problemas técnicos comunes y la manera de llevar a cabo las sesiones. Si las sesiones con tecnología se realizan después de la clase, el modelo suele funcionar bien. Si se pretende realizarlas durante el horario escolar regular, será necesario encontrar un momento en que los alumnos no estén recibiendo enseñanza del docente de aula. Por ejemplo, las sesiones pueden tener lugar durante las horas del horario regular en que los docentes no estén dictando clases. Estas horas son llamadas "no lectivas", y designan el tiempo que tienen los docentes durante el horario escolar regular para actividades como la planificación de clases y la corrección de exámenes y tareas.

La ventaja de este primer modelo es que el coordinador del laboratorio puede especializarse en esa tarea, y la desventaja, que es más difícil asegurar la coordinación entre las sesiones de enseñanza que involucran tecnología y las que no. Además, como se ha mencionado, las sesiones con tecnología deben llevarse a cabo después del horario regular o durante los tiempos libres dentro de ese horario.

Un segundo modelo consiste en contratar a un coordinador de laboratorio para que comparta la responsabilidad de conducir la sesión con los docentes regulares. La ventaja de esta modalidad radica en que facilita la coordinación entre las sesiones con tecnología y las demás, dado que tanto el coordinador de laboratorio como el docente regular participan de la sesión. Asimismo, involucra a los docentes en el proceso sin pedirles que asuman nuevas responsabilidades, por lo que generalmente es bien recibido. Sin embargo, este modelo presenta como gran desventaja su costo, ya que hay que cubrir la remuneración de dos personas para que conduzcan una clase.

Un tercer modelo involucra solo al docente conduciendo la sesión con tecnología. La ventaja de este modelo es que las sesiones con y sin tecnología están bien coordinadas, y que los costos de personal son sustancialmente menores que los del segundo modelo, debido a que no hace falta contratar a un profesional adicional. No obstante, esta modalidad enfrenta diversos desafíos. Para empezar, el docente debe estar capacitado para resolver ciertos problemas técnicos (al menos los básicos) y utilizar la plataforma, un aspecto que no es sencillo de asegurar ya que los docentes tienen muchas otras responsabilidades y carecen de especialización. Además, pueden sentir frustración por los problemas con el uso de la tecnología y, eventualmente, dejar de realizar las sesiones con tecnología cuando los problemas aparezcan o se acumulen (por ejemplo, problemas técnicos). Sin embargo, a medida que los gobiernos invierten para garantizar una mejor infraestructura tecnológica en las escuelas (por ejemplo, logrando que las conexiones a Internet sean más confiables), es posible que los docentes estén más dispuestos a asumir esta tarea. Independientemente de lo anterior, otra opción consiste en contratar personal especializado en servicio técnico que realice tareas de mantenimiento preventivo y brinde apoyo remoto al docente para evitar recargarlo con estas responsabilidades. Por último, para impulsar aún más la implementación de este modelo, otra posibilidad pasa por simplificar al máximo posible la tarea del docente durante las sesiones con tecnología, facilitando su labor y evitando su sobrecarga.

En términos de costo-efectividad esperada, el primer modelo parece ideal, dado que permite aprovechar las ventajas de la especialización y mantener los costos bajos, toda vez que una sola persona alcanza para conducir las sesiones de matemática con tecnología. En este modelo, el problema mencionado de la coordinación se puede resolver estableciendo una buena comunicación entre el docente y el coordinador del laboratorio. Claro que para implementarlo se necesita encontrar, dentro del horario regular, un espacio de tiempo en el cual los alumnos no estén trabajando con los docentes. Este modelo puede funcionar particularmente bien con iniciativas que se están explorando en distintos países de la región para incrementar las horas no lectivas de los docentes. Por ejemplo, se podría incrementar el tiempo no lectivo semanal de los docentes en 90 minutos y utilizar ese tiempo para una sesión de matemática con tecnología.

Por su parte, el tercer modelo es claramente menos costoso que el segundo (porque no requiere contratar a un coordinador de laboratorio), pero el asignar nuevas responsabilidades a los docentes, esperando que los recursos tecnológicos se utilicen adecuadamente, puede convertirse en un problema.

Si el primer modelo no está dentro de las posibilidades, una alternativa interesante consiste en comenzar con el segundo, es decir, con el docente y el coordinador realizando las sesiones juntos, para luego pasar gradualmente al tercero, una vez que el docente demuestre la capacidad y la confianza necesarias para conducir las sesiones por sí mismo. Además, también es posible establecer que cuando el docente interrumpa las sesiones durante un período prolongado (por ejemplo, por causa de una licencia médica o por vacaciones), pueda retomarlas de forma conjunta con el coordinador de laboratorio para recibir su ayuda hasta que refresque (recuerde) sus conocimientos, siempre que sea necesario. Este modelo híbrido requiere una razón de docentes por coordinador de laboratorio que disminuye con el tiempo a medida que los docentes van adquiriendo la capacidad de conducir las sesiones por sí mismos.

El equipo de la Universidad de Chile ha adoptado el segundo modelo como una forma de garantizar que la tecnología se utilice correctamente y que los docentes participen y apoyen la enseñanza cambiante de la matemática. Sin embargo, debido a los altos costos que tiene dicha modalidad, el equipo está abierto para migrar al primer modelo, si es que en Chile se materializa una reforma para brindar a los docentes más horas no lectivas. Otra posibilidad consiste en cambiar hacia el híbrido entre el segundo y tercer modelo descrito anteriormente, como una estrategia para reducir costos sin sufrir una disminución sustancial en la efectividad.

Más allá de quién dirija las sesiones con tecnología, un tema importante es qué papel debe desempeñar el facilitador que las lleva a cabo. Aquí hay dos opciones básicas. En la primera, el facilitador proporciona solo apoyo técnico, ayuda a los alumnos a entender el *software* y fomenta su participación en actividades de aprendizaje. En otras palabras, no desempeña un rol pedagógico, sino que simplemente actúa como un soporte técnico, motivando a los alumnos para que trabajen con el *software* educativo. En la segunda opción, el facilitador no solo ofrece apoyo técnico para resolver problemas básicos, sino que también desempeña un papel pedagógico, ya que se encarga de proporcionar explicaciones, formular preguntas a los alumnos y dirigir toda la clase. Asimismo, existe una tercera opción, en la cual hay una persona que se encuentra encargada del soporte técnico y otra que está a cargo de los aspectos pedagógicos.

En un programa implementado en India y evaluado por Banerjee et al. (2007), el facilitador desempeña solo una función de soporte técnico y no se espera que proporcione ningún tipo de apoyo pedagógico a los alumnos. En este caso, el facilitador puede ser un miembro de la comunidad que haya recibido al menos educación secundaria. Un modelo similar se usa en los programas implementados en China incluidos en el cuadro 6.1, en los que existe una persona especializada que está a cargo de las sesiones y que no brinda apoyo pedagógico. En un programa en India evaluado por Linden (2008), varios alumnos usan computadoras en su salón de clases mientras que un docente proporciona enseñanza al resto. Tampoco en este caso se espera que el docente brinde apoyo pedagógico a los alumnos mientras utilizan las computadoras.

El modelo desarrollado por el equipo de la Universidad de Chile también implica la contratación de personal especializado para que sea responsable de las sesiones. Sin embargo, se espera que este coordinador de laboratorio resuelva problemas técnicos básicos y brinde apoyo pedagógico a los alumnos. Además, los maestros están invitados a participar para apoyar también pedagógicamente a los niños durante las sesiones. En la práctica, la mayoría de los docentes, aunque no todos, participan activamente durante las sesiones y comparten los roles pedagógicos con los coordinadores de laboratorio.

Decisión 5: ¿Enseñanza personalizada o común para la clase?

Otra decisión clave tiene que ver con determinar si la enseñanza en sesiones con tecnología debe ser personalizada para cada alumno o si todos los alumnos deben trabajar con los mismos temas en cada sesión. Si bien en los últimos tiempos ha surgido un gran entusiasmo a favor de implementar la personalización, todavía no existe un consenso claro. Por un lado, el potencial de la tecnología para personalizar la enseñanza al alumno individual ha sido reconocido durante mucho tiempo. Esta modalidad tiene importantes ventajas debido a que uno de los principios centrales del aprendizaje estipula que la dificultad de una tarea debe estar alineada con el nivel del alumno. Si la tarea es demasiado desafiante, el alumno se frustra; si es demasiado fácil, se aburre. Por lo tanto, el punto óptimo estaría en brindar a los alumnos tareas desafiantes pero alcanzables.

Esta es la motivación central para introducir el "*tracking*", que consiste en asignar a los alumnos a diferentes aulas según sus niveles de rendimiento inicial, lo que ha demostrado efectos positivos en el aprendizaje (Duflo, Dupas y Kremer 2011; Duflo et al. 2015). Sin embargo, el *tracking* es muy controvertido debido a sus posibles efectos negativos en la autoestima de los alumnos con niveles más bajos de rendimiento inicial. Por lo tanto, la personalización mediada con tecnología aparece como una estrategia para enseñar a los alumnos según su nivel, evitando los posibles efectos perjudiciales del *tracking*.

Por otro lado, la personalización de la enseñanza complica la coordinación entre las sesiones tradicionales y tecnológicas. Debido a que todos los alumnos ven los mismos temas durante las sesiones tradicionales, pero diferentes temas durante las tecnológicas, no resulta posible alinear el trabajo en ambos tipos de sesiones para todos los alumnos. Además, la personalización puede reducir las interacciones entre los alumnos, lo cual podría ser altamente perjudicial si se considera que una de las motivaciones clave que tienen los alumnos para ir a la escuela es la posibilidad de encontrarse con sus amigos y compañeros. Más aún, la personalización de la enseñanza podría dificultar el aprovechamiento de potenciales dinámicas sociales positivas durante la enseñanza. Por ejemplo, la implementación de tutoría entre parejas, en las que un alumno apoya a otro, se dificulta si estos alumnos están trabajando en diferentes temas. Algo similar podría suceder con los torneos de matemática entre escuelas (como los que realiza ConectaIdeas), dado que la ventaja de que todos los alumnos trabajen juntos en los mismos conceptos en preparación de un torneo se perdería con la enseñanza personalizada. Por último, vale la pena destacar que en los países de más alto rendimiento en las pruebas internacionales de aprendizaje (como Corea, Japón y Singapur), la enseñanza no se personaliza, sino que se favorece que toda la clase trabaje en los mismos temas.

La evidencia empírica sobre si conviene personalizar o no es limitada. Un estudio experimental reciente en Holanda no encontró diferencias significativas entre el aprendizaje de alumnos a quienes se les asignó el mismo conjunto de ejercicios y el de aquellos que tuvieron una enseñanza personalizada (Van Klaveren, Vonk y Cornelisz 2017).

En cinco de las seis evaluaciones revisadas en el cuadro 6.1 todos los alumnos recibieron el mismo conjunto de ejercicios para realizar. La única excepción es una evaluación implementada en India, reportada por Banerjee et al. (2007), donde se utilizó un programa de informática para proporcionar a los alumnos ejercicios acordes a sus niveles de rendimiento. Por su parte, en el programa ConectaIdeas del equipo de la Universidad de Chile, todos los alumnos realizan los mismos ejercicios con la intención de promover las dinámicas sociales positivas capaces de facilitar el proceso de aprendizaje.

Decisión 6: ¿Computadoras en el aula o en el laboratorio?

Hay cuatro opciones principales con respecto a dónde usar las computadoras. La primera involucra un laboratorio de computación que cuenta con computadoras de escritorio (*desktops*) y es compartido por alumnos de diferentes clases. En la segunda, hay computadoras portátiles (laptops) que se almacenan en un carrito con ruedas que se va desplazando de un aula a otra según la necesidad (las portátiles son compartidas por los alumnos de las diferentes clases). En la tercera, hay entre cuatro y seis computadoras de escritorio ubicadas en una esquina del aula. Finalmente, en la cuarta opción, cada clase tiene asignada una gran cantidad de computadoras portátiles que los alumnos utilizan cuando lo necesitan.

En el contexto de nuestra región, las dos últimas opciones parecen no ser las más apropiadas. El tercer modelo, el cual involucra de cuatro a seis computadoras de escritorio en cada aula, es relevante para contextos educativos como el de Estados Unidos, donde se establecen diferentes centros de aprendizaje en el aula y los grupos de alumnos rotan entre ellos. Este tipo de enfoque de aprendizaje es casi inexistente en nuestra región. A su vez, el cuarto modelo tiene una gran desventaja desde el punto de vista de los costos asociados. En tanto una sección de alumnos normalmente utiliza las computadoras por un máximo de unas tres horas por semana, la mayor parte del tiempo las computadoras permanecen sin uso. Por ende, en un contexto de recursos limitados, no se trata de un modelo eficiente.

En la misma línea, los dos primeros modelos parecerían apropiados porque, al permitir que los alumnos compartan las computadoras, maximizan el uso de estos recursos, logrando un aprovechamiento eficiente de la inversión en recursos tecnológicos. Pero, ¿cuál de estas dos opciones es más apropiada? El equipo de la Universidad de Chile considera que disponer de un laboratorio de computación es más eficiente porque las computadoras de escritorio son más fáciles de mantener, pueden protegerse contra el robo, son menos costosas que las portátiles para el mismo nivel de potencia funcional y facilitan el trabajo de la persona a cargo de asegurar que todas las computadoras funcionen adecuadamente. Por otro lado, contar con portátiles (o tabletas) en un carrito móvil puede ser una alternativa viable para las escuelas que no tienen espacio disponible para un aula de informática, o como parte de una solución temporal (por ejemplo, si se produce un robo de las computadoras del laboratorio de computación).

Decisión 7: ¿Uno o más alumnos por computadora?

Durante una sesión con tecnología, un alumno puede usar una computadora o, alternativamente, dos o más alumnos pueden compartirla. El que los alumnos compartan las computadoras disminuye los costos y puede resultar una buena estrategia para promover el aprendizaje cooperativo. Sin embargo, cuando las computadoras se utilizan de forma compartida no se puede monitorear cuánto está practicando cada alumno individualmente, y algunos alumnos podrían tomar ventaja de esta situación utilizando la tarea realizada por sus compañeros.

Por otro lado, cuando se proporciona una computadora a cada alumno se los motiva para que participen en torneos, reforzando así la responsabilidad de cada miembro del equipo. De hecho, el fortalecimiento de la responsabilidad de cada alumno constituye un principio de diseño importante a la hora de introducir torneos para mejorar el aprendizaje (Johnson, Johnson y Johnson, 1984).

Todos los programas presentados en el cuadro 6.1 han implementado el enfoque de alumnos que comparten computadoras. Sin embargo, el equipo de la Universidad de Chile les proporciona computadoras individuales porque considera que monitorear el progreso de cada alumno es fundamental. El monitoreo no solo es importante para los docentes, coordinadores o administradores del programa, sino también para el propio alumno. En particular, el programa ConectaIdeas muestra a los alumnos cuántos ejercicios han realizado (y el promedio de la clase) para hacer del esfuerzo propio algo concreto y visible, y de esta forma motivar un alto uso de la plataforma de aprendizaje. Finalmente, en los torneos que se realizan entre escuelas, es necesario contar con una computadora por alumno para realizar juegos entre alumnos de una y otra escuela.

Decisión 8: ¿Qué *software*?

Idealmente, un buen *software* educativo debería:

1. Proporcionar retroalimentación inmediata.
2. Presentar actividades variadas.
3. Buscar el desarrollo de diferentes habilidades.
4. Motivar a los alumnos.
5. Proporcionar una cobertura balanceada del currículo.
6. Permitir el monitoreo en tiempo real por parte de docentes y administradores.
7. Tener alta aceptación entre los docentes.
8. Dar cierta flexibilidad para que los docentes agreguen o seleccionen ejercicios.
9. Tener un precio de compra o desarrollo relativamente económico.
10. Utilizar un nivel moderado de ancho de banda de Internet.

Las características 1 a 3 se relacionan con los principios básicos del aprendizaje efectivo, los cuales enfatizan la retroalimentación, la diversidad de actividades para fomentar una comprensión más profunda y el desarrollo de una gama de habilidades que va más allá de lograr fluidez en realizar operaciones básicas. La característica 4 está vinculada a la importancia de promover la motivación para lograr una práctica sostenida. Las características 5 a 8 son importantes para facilitar el trabajo de los docentes y, por lo tanto, la adopción del *software*. Finalmente, las características 9 y 10 tienen el propósito de reducir los costos asociados al *software* utilizado.

Es difícil encontrar un *software* que incluya todas estas características. Por lo tanto, los administradores de programas se enfrentan a una serie de *trade-offs*, puesto que algunas opciones cumplen ciertos requisitos a costa de no cumplir otros. En términos más generales, hay dos decisiones importantes que los responsables de los programas deben tomar. La primera consiste en elegir si comprar un *software* comercial estándar, entre los que ya están disponibles en el mercado, o contratar el desarrollo de un *software* ajustado a las necesidades del proyecto. Normalmente, el *software* comercial estándar cuenta con un diseño gráfico atractivo que puede motivar a los alumnos, y los costos iniciales (en términos de dinero y tiempo) son bajos. Por otro lado, la contratación del desarrollo de un *software* ajustado, facilita una cobertura balanceada del currículo, permite monitorear todas las actividades de los alumnos desde un solo lugar y otorga flexibilidad para agregar o seleccionar nuevos ejercicios y funcionalidades.

Todas las evaluaciones incluidas en el cuadro 6.1 son de *software* desarrollados para cada caso, lo que sugiere que esta es una buena práctica. En particular, es interesante el caso del programa evaluado por Banerjee et al. (2007), que utilizó un *software* comercial estándar durante el primer año de implementación y, para el segundo, contrató el desarrollo de otro ajustado a la situación. De manera similar, el equipo de la Universidad de Chile decidió desarrollar un *software* ajustado al contexto chileno debido a las ventajas descriptas y la experticia que tiene el equipo en este tipo de desarrollos. Además, se acordó que era más importante motivar a los alumnos mediante estrategias de gamificación (como los torneos) que priorizar un diseño gráfico atractivo, cuyos beneficios motivacionales suelen reducirse notablemente con el tiempo.

La segunda gran decisión que enfrentan los administradores de programas pasa por definir si se debe utilizar un *software* en línea (que requiere acceso a Internet) o no. El *software* en línea tiene grandes ventajas, incluida la posibilidad de monitorear en tiempo real indicadores clave, como el número promedio semanal de ejercicios realizados por alumno en cada aula. Además, un *software* en línea facilita la provisión de soporte técnico debido a que es posible realizar de forma remota muchas de las tareas más frecuentes, como las relacionadas con infecciones de virus o la actualización de versiones. Estas ventajas son importantes ya que reducen los tiempos de espera de los usuarios y disminuyen las necesidades de personal de soporte técnico, el cual debe desplazarse a las escuelas para resolver estos problemas.

El *software* que no requiere acceso a Internet, por su parte, tiene costos más bajos y reduce la posibilidad de problemas asociados en caso de no contar con un acceso a Internet altamente confiable. Además, cuando los alumnos no tienen acceso a Internet se reduce la posibilidad de que dediquen tiempo a actividades de bajo impacto educativo (como el uso de redes sociales) y de que accedan a contenido no apropiado (aunque estos problemas pueden enfrentarse con éxito en escuelas conectadas a Internet mediante el uso de filtros). Por último, hay que considerar que, en muchos contextos (en particular, en áreas rurales), la utilización de un *software* que requiera acceso a Internet es sencillamente inviable debido a que no existe tal acceso o su costo es prohibitivo. Este último factor sugiere que las decisiones óptimas pueden variar entre diferentes zonas geográficas y con el tiempo. Asimismo, vale la pena señalar que, dado que la cobertura geográfica de Internet se encuentra en una tendencia de importante crecimiento y sus costos están disminuyendo, resulta lógico esperar que el uso de *software* en línea también crezca con el tiempo.

En todas las evaluaciones revisadas en el cuadro 6.1, el *software* utilizado no requirió de acceso a Internet. En algunos casos, esto tuvo que ver con los contextos de la evaluación, como es el caso de los barrios pobres de la India en 2005 (Banerjee et al. 2007), donde el acceso a Internet no estaba disponible a un precio razonable. En las intervenciones implementadas en China, en cambio, el acceso a Internet fue bloqueado intencionalmente para eliminar la posibilidad de que los alumnos pierdan el tiempo navegando en la web o accedan a contenidos potencialmente dañinos (lo que, como se señaló, se podría haber evitado con el uso de filtros).

La experiencia del equipo de la Universidad de Chile es informativa en este punto. Originalmente, el *software* utilizado no requería de acceso a la web. Sin embargo, debido a que la cobertura y la confiabilidad de Internet fue creciendo, en 2014 el equipo decidió migrar a un *software* en línea. Además de las ventajas mencionadas sobre dicha modalidad, era imprescindible contar con Internet para implementar los torneos entre escuelas, una estrategia de motivación que el equipo consideraba como de alto impacto. Finalmente, se encontró que en los casos en que el acceso regular a Internet no era confiable, las interrupciones se podían minimizar utilizando el acceso inalámbrico a Internet junto con un *router* potente que permitiera compartir la conexión entre todos los alumnos del aula.

Sin embargo, hay que reconocer que el acceso a una conexión estable de Internet sigue siendo un desafío continuo en Chile, y el equipo de la Universidad de Chile ha adoptado varias estrategias para enfrentarlo. En primer lugar, el *software* utilizado no incluye videos para reducir las necesidades de ancho de banda. Segundo, a principios de cada año se pide a todos los directores y administradores de distrito que hagan los arreglos necesarios para garantizar un acceso confiable a Internet. En tercer lugar, el equipo ha desarrollado protocolos sobre lo que se debe hacer cuando el acceso a Internet no funciona. En particular, cada coordinador cuenta con ejercicios impresos que los alumnos pueden resolver en los casos en que no haya un buen acceso a la plataforma.

Decisión 9: ¿Cómo capacitar y dar *coaching*?

Los docentes o coordinadores de laboratorio que conducen las sesiones con tecnología desempeñan un papel central en el éxito de estas iniciativas y, para realizar sus tareas de forma adecuada, necesitan estar bien preparados. ¿Pero qué habilidades deben tener? Esto depende del papel y las funciones que se esperan que la persona desempeñe. Como se mencionó en la decisión 4, en la que se analizan las decisiones relativas al personal que se empleará, en algunos casos la persona que conduce la sesión solo tiene la responsabilidad de brindar soporte técnico y, en otros, también se espera que realice actividades pedagógicas. Por lo tanto, la capacitación debe ser coherente con el papel específico de cada persona involucrada.

Para preparar a una persona para que realice las tareas esperadas, los programas analizados en este capítulo generalmente proveen capacitación y, ya luego, *coaching*, lo que incluye realizar visitas a quienes conducen las sesiones, observar sus prácticas y brindarles retroalimentación para que puedan incrementar su efectividad. Por ejemplo, en la intervención informada por Banerjee et al. (2007), los individuos que conducían las sesiones recibieron una semana de capacitación y visitas regulares de *coaching*. En los casos evaluados en China, por su parte, la persona a cargo de las sesiones con tecnología tuvo dos días de capacitación y también recibió *coaching* a través de visitas regulares.

El equipo de la Universidad de Chile ha desarrollado una estrategia de desarrollo profesional para los coordinadores de laboratorio que involucra capacitación por un día en el uso de la plataforma, seguida de un extenso entrenamiento durante las reuniones semanales para tratar los desafíos y estrategias de abordaje (estas reuniones se describen en la decisión de diseño 10), y algunas sesiones de *coaching* en el lugar de trabajo. Los docentes no reciben formación, sino que se espera que sus habilidades se desarrollen a través de la experiencia práctica, ya que, junto con los coordinadores de laboratorio de computación, son quienes lideran las sesiones con tecnología. En conclusión, en el modelo implementado por el equipo de la Universidad de Chile, el apoyo pedagógico se basa fundamentalmente en la acumulación de experiencia práctica y en las sesiones de *coaching*.

Decisión 10: ¿Cómo gestionar?

La gestión de cualquier programa o proyecto tiene un papel crítico para su efectividad, y los programas analizados en este capítulo no son una excepción. La gestión incluye las usuales fases de planificación, ejecución, monitoreo e identificación de acciones correctivas. En los programas de tecnología cubiertos en este capítulo, la gestión involucra una serie de tareas en áreas clave como:

- Recursos humanos: definir perfiles, contratar y supervisar al personal.

- *Software*: crear ejercicios para asegurar relevancia, equilibrio y calidad.
- Soporte técnico: asegurar que los dispositivos funcionen de la forma esperada.
- Relaciones con los actores clave: mantener un fuerte apoyo para el proyecto.
- Monitoreo: verificar continuamente los indicadores de cantidad y calidad de uso.
- Administración: realizar compras, pagos y mantener registros.

Existe evidencia empírica que destaca la importancia de una buena gestión. En particular, una revisión de las evaluaciones de programas de tecnología para matemática documenta que los programas que informaron una calidad de implementación alta tuvieron un promedio de 26 puntos de aprendizaje, en comparación con solo 12 puntos de aprendizaje para aquellos que notificaron una calidad de implementación media o baja (Cheung y Slavin 2013). Aunque deben ser considerados con cautela, por varias razones, estos hallazgos sugieren que se necesita una sólida gestión para generar buenos resultados educativos.

Una herramienta fundamental de la gestión de los programas de tecnología en educación consiste en monitorear en tiempo real la cantidad y calidad del uso de los recursos tecnológicos. En este sentido, se pueden establecer indicadores importantes para medir elementos clave, como el número de ejercicios resueltos, el porcentaje de ejercicios resueltos correctamente, el tiempo dedicado a cada ejercicio, si los alumnos solicitaron o recibieron apoyo de sus compañeros y si la cantidad de práctica está bien balanceada en cuanto a los temas del currículo. Aún más, todos estos indicadores se pueden determinar a nivel de alumno, clase, escuela, grupos de escuelas (por ejemplo, para las escuelas asignadas a un mismo coordinador de laboratorio), y también a nivel global del programa. Se pueden generar, asimismo, estadísticas para diferentes períodos de tiempo, lo que permite analizar la evolución de los indicadores. Esta información es fundamental no solo para los administradores del programa, sino también para coordinadores de laboratorios, docentes, directores e incluso padres y alumnos, ya que permite identificar problemas clave e intentar diferentes soluciones.

El equipo de la Universidad de Chile ha desarrollado una serie de informes diferentes que se adaptan a audiencias específicas. Por ejemplo, hay informes que presentan la cantidad de ejercicios que cada alumno ha realizado por semana y una comparación con el promedio de la clase. Esto muestra a los alumnos la práctica que han acumulado y les proporciona un incentivo para incrementar su práctica. Del mismo modo, también hay informes específicos que se centran en elementos relevantes para padres, directores, docentes y coordinadores de laboratorio.

Finalmente, el equipo de la Universidad de Chile realiza una reunión semanal a la que asisten el coordinador del programa y todos los coordinadores de laboratorio con el propósito de analizar el progreso realizado y los potenciales próximos pasos. Se revisan varias métricas de la semana (por ejemplo, la cantidad promedio de ejercicios realizados por alumno a nivel de escuela), se discuten los desafíos y se analizan las posibles soluciones. Si bien estas reuniones son fundamentales para monitorear los avances realizados, su función más importante tal vez sea el brindar una excelente oportunidad para proporcionar retroalimentación a los coordinadores de laboratorio, ayudándolos a adoptar prácticas efectivas. En otras palabras, estas reuniones desempeñan un papel central en términos del desarrollo profesional del personal.

6.3 Resumen de decisiones clave y un comentario final sobre coherencia

Este capítulo ha proporcionado un análisis exhaustivo de 10 decisiones clave que deben ser consideradas al momento de diseñar programas de tecnología guiada centrados en la práctica de los alumnos. Para cada decisión, el capítulo ha expuesto opciones, considerado aspectos teóricos, revisado la evidencia disponible y tratado en detalle cómo una serie de programas efectivos en China e India, así como el programa ConectaIdeas en Chile, han abordado el particular.

Dos conclusiones centrales surgen de este análisis. La primera, que en muchas de estas decisiones se dan importantes *trade-offs* que deben considerarse. Dicho esto, para tomar las mejores decisiones, es importante analizar con cuidado las diferentes opciones y considerar no solo sus potenciales beneficios, sino también los eventuales desafíos que pueden presentarse. Por ejemplo, está claro que la personalización de la enseñanza puede configurar una ventaja comparativa de los programas de tecnología en educación. Sin embargo, y a pesar de la relevancia de este potencial, en la práctica todo indica que la personalización de la enseñanza trae aparejados inconvenientes serios. Esto sirve para entender por qué el equipo de la Universidad de Chile decidió que todos los alumnos de una sesión trabajen con los mismos temas y optó por no implementar la personalización de la enseñanza.

La experiencia del equipo de la Universidad de Chile puede servir de guía a los gobiernos y responsables de la región, dada la alta efectividad

CUADRO 6.3
DIEZ DECISIONES CLAVE IMPLEMENTADAS POR EL EQUIPO DE LA UNIVERSIDAD DE CHILE

	Área	Decisión
Objetivo	1. ¿Qué habilidades?	Cálculo, modelado, representación, análisis y resolución de problemas
Procesos	2. ¿Cuáles actividades de aprendizaje?	Problemas variados, preguntas metacognitivas, tutoría entre compañeros, juegos, torneos (sin videos)
	3. ¿Cuánto tiempo?	180 minutos por semana (90 minutos de enseñanza adicional de matemática)
	4. ¿Qué personal?	Un coordinador de laboratorio especializado que dirige las sesiones con el maestro
	5. ¿Enseñanza personalizada o común para la clase?	Enseñanza común para la clase
Insumos	6. ¿Computadoras en el aula o en el laboratorio?	Computadoras en el laboratorio
	7. ¿ Uno o más alumnos por computadora?	Cada alumno tiene una computadora
	8. ¿Qué *software*?	*Software* personalizado (no estándar) y en línea
	9. ¿Cómo capacitar y dar *coaching*?	Entrenamiento muy breve, aprendizaje práctico con *coaching* y reuniones periódicas
	10. ¿Cómo gestionar?	Equipo de gestión sólido, monitoreo continuo y reuniones semanales

Fuente: Elaboración propia.

demostrada por el programa ConectaIdeas. Por ello, el cuadro 6.3 resume las opciones seleccionadas por este equipo en relación a las 10 decisiones clave analizadas.

La segunda conclusión que surge de estas páginas refiere a la importancia de asegurar la *coherencia* en las decisiones tomadas. Es decir, que no es suficiente con que cada decisión individual tenga sentido por sí sola, sino que debe estar en armonía con todas las demás decisiones que se tomen. Un ejemplo que ilustra esta conclusión se relaciona con la coherencia entre las decisiones 7 (que los alumnos compartan o no las computadoras) y 8 (*software* estándar o personalizado, en línea o sin conexión). Si las computadoras se comparten, las ventajas de usar *software* en línea disminuyen, porque resulta muy difícil elaborar estadísticas sobre el uso y los avances a nivel individual. En otras palabras, estas dos decisiones están vinculadas. Esto ayuda a explicar por qué los programas de China generalmente tienden a compartir las computadoras y usar un *software offline*, mientras que el programa desarrollado en Chile ha dispuesto el uso de computadoras individuales y *software* en línea. El asegurar que todas las decisiones guarden entre sí la debida coherencia constituye un principio guía para garantizar que la tecnología utilizada en los programas educativos genere mejoras en el aprendizaje y contribuya a lograr una mejor educación para los niños de nuestra región.

Referencias

Araya, R., R. Gormaz, M. Bahamondez, C. Aguirre, P. Calfucura, P. Jaure y C. Laborda. 2015. ICT Supported Learning Rises Math Achievement in Low Socioeconomic Status Schools. En: Conole, G., T. Klobučar, C. Rensing, J. Konert y E. Lavoué (eds.). *Design for Teaching and Learning in a Networked World*. Lecture Notes in Computer Science, Volume 9307. Cham, Switzerland: Springer.

Araya, R., E. Arias Ortiz, N. Bottan y J. Cristia. 2019. ¿Funciona la gamificación en la educación? Evidencia experimental de Chile. Documento de trabajo. Washington, D.C.: Banco Interamericano de Desarrollo.

Arias Ortiz, E. y J. Cristia. 2014. The IDB and Technology in Education: How to Promote Effective Programs? Nota técnica Núm. 670. Washington, D.C.: Banco Interamericano de Desarrollo.

Banerjee, A.V., S. Cole, E. Duflo, y L. Linden. 2007. Remedying Education: Evidence from Two Randomized Experiments in India. *The Quarterly Journal of Economics*. 122(3): 1235–264.

Busso, M., J. Cristia, D. Hincapie, J. Messina y L. Ripani. 2017. *Learning Better: Public Policy for Skills Development*. Washington, D.C.: Banco Interamericano de Desarrollo.

Cheung, A. y R. Slavin. 2013. The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-analysis. *Educational Research Review*. 9: 88–113.

Duflo, E., P. Dupas y M. Kremer. 2011. Peer Effects, Teacher Incentives and the Impact of Tracking: Evidence from a Randomized Evaluation in Kenya. *American Economic Review*. 101(5): 1739–774.

Duflo, E., J. Berry, S. Mukerji y M. Shotland. 2015. A Wide Angle View of Learning: Evaluation of the CCE and LEP Programmes in Haryana, India. Reporte de evaluación de impacto 22. International Initiative for Impact Evaluation, New Delhi.

Edwards, K., D. De Vries y J. Snyder. 1972. Games and Teams: A Winning Combination. Center for Social Organization of Schools Report 135. Johns Hopkins University, Baltimore.

Hill, C., H. Bloom, A. Black y M. Lipsey. 2008. Empirical Benchmarks for Interpreting Effect Sizes in Research. *Child Development Perspectives*. 2(3): 172–77.

Johnson, D., R. Johnson y E. Johnson. 1984. *Circles of Learning: Cooperation in the Classroom*. Alexandria, VA: Interaction Book Company.

Kane, T., J. Rockoff y D. Staiger. 2008. What Does Certification Tell Us about Teacher Effectiveness? Evidence from New York City. *Economics of Education Review*. 27(6): 615–31.

Lai, F., R. Luo, L. Zhang, X. Huang y S. Rozelle. 2015. Does Computer-assisted Learning Improve Learning Outcomes? Evidence from a Randomized Experiment in Migrant Schools in Beijing. *Economics of Education Review*. 47: 34–48.

Lai, F., L. Zhang, X. Hu, Q. Qu, Y. Shi, Y. Qiao, M. Boswell y S. Rozelle. 2013. Computer-assisted Learning as Extracurricular Tutor? Evidence from a Randomised Experiment in Rural Boarding Schools in Shaanxi. *Journal of Development Effectiveness*. 5(2): 208–31.

Linden, L. 2008. Complement or Substitute? The Effect of Technology on Student Achievement in India. Documento de trabajo InfoDev Núm. 17. Washington, D.C.: Banco Mundial.

Mo, D., L. Zhang, R. Luo, Q. Qu, W. Huang, J. Wang, Y. Qiao, M. Boswell y S. Rozelle. 2013. Integrating Computer-assisted Learning into a Regular Curriculum: Evidence from a Randomised Experiment in Rural Schools in Shaanxi. Documento inédito.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). 2014. *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM.

Okita, S. y D. Schwartz. 2013. Learning by Teaching Human Pupils and Teachable Agents: The Importance of Recursive Feedback. *Journal of the Learning Sciences*. 22(3): 375–412.

Slavin, R. 2010. Co-operative Learning: What Makes Groupwork Work? En: Dumont, H., D. Istance y F. Benavides. *The Nature of Learning: Using Research to Inspire Practice*. Paris: OECD Publishing.

Slavin, R. y C. Lake. 2008. Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research*. 78(3): 427–515.

Van Klaveren, C., S. Vonk y I. Cornelisz. 2017. The Effect of Adaptive versus Static Practicing on Student Learning-Evidence from a Randomized Field Experiment. *Economics of Education Review*. 58: 175–87.

Wang, H., y K. Woodworth. 2011. Evaluation of Rocketship Education's Use of DreamBox Learning's Online Mathematics Program. Center for Education Policy.

Zajonc, R.B. 1965. Social Facilitation. *Science* 149(3681): 269–74.

Capítulo 7

Tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas: herramientas centradas en el alumno

Nicholas Jackiw (Universidad Simon Fraser y SRI International)

Este capítulo reflexiona sobre el uso de tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas (MOLT, por sus siglas en inglés, *mathematically open learning technologies*), poderosas y centradas en el alumno, que están consideradas entre las aplicaciones de tecnología más efectivas y de mayor impacto disponibles en el entorno de educación matemática actual. A través de tres características esenciales, esta amplia clase de tecnologías busca cultivar la comprensión matemática, la competencia, la confianza y el dominio por parte de sus usuarios, los alumnos.

Las perspectivas que sitúan a la matemática no tanto como un "conocimiento" o "contenido" inerte que se transmite de un docente a otro, sino más bien como el resultado activamente construido y emergente de las experiencias de individuos que manipulan ideas, prácticas, representaciones y herramientas, entienden que cualquier esfuerzo basado en tecnología que pretenda mejorar la capacidad matemática de los alumnos depende en última instancia de la capacidad tecnológica para apoyar a los alumnos a hacer matemática. Las MOLT son tecnologías que involucran a los alumnos en la búsqueda activa y la construcción de conocimiento y experiencia en una amplia gama de temas y prácticas de matemática. Si bien existen para muchas áreas matemáticas, diferentes niveles de grado y numerosas plataformas de *hardware* y *software*, las MOLT exhiben ciertas características comunes en sus formas, tecnologías e impacto como prácticas educativas.

Los objetivos de este capítulo son básicamente dos. El primero es introducir las MOLT, documentar estas formas tecnológicas y su impacto en la práctica, y discutir modelos de uso exitoso, tanto a nivel categórico como a través de estudios detallados de casos particulares. El segundo objetivo es dirigir de manera útil la discusión referida a las MOLT hacia dos lectores potenciales. Para el responsable de las políticas públicas o el coordinador de tecnología que a menudo se encuentra lejos de las experiencias y los desafíos intelectuales de los alumnos en el aula de matemática, este capítulo pretende ilustrar cómo los componentes clave de la educación matemática (el alumno y la matemática) se moldean, y están moldeados, por las tecnologías de la educación. Para el profesional que trabaja con tecnologías específicas, y que gestiona las complejidades de su uso por parte de los niños y de su impacto en la dinámica del aula, el capítulo pretende ayudar a identificar modelos de mejores prácticas contemporáneas y —lo que es aún más importante, dada la vida relativamente corta de la tecnología en comparación con la evolución social de la transformación tecnológica del aula— fomentar evaluaciones críticas de la contribución potencial de las nuevas tecnologías que estos profesionales encuentren en el futuro. Al considerar la relevancia y el impacto de las MOLT en múltiples niveles, que van desde ejemplos específicos hasta atributos categóricos, el objetivo es conectar a esas dos audiencias no solo con las MOLT sino, en cierto sentido, entre sí.

El capítulo comienza analizando las diferentes prioridades y voces dentro del panorama de la tecnología educativa, y cómo estas diferencias pueden fracturar el debate y el esfuerzo productivo en la planificación de implementaciones. La sugerencia aquí es que poner el foco en las tecnologías centradas en matemática ayuda a simplificar u orientar este panorama caótico. Luego se presentan dos ejemplos en el aula de estas tecnologías en acción para proporcionar una base concreta para la discusión que sigue. La generalización de las características de estos ejemplos permite definir una amplia categoría de herramientas que comparten un énfasis en la concentración del alumno, la investigación matemática abierta y los tratamientos tecnológicamente innovadores de la matemática. Se identifican muchas tecnologías de *software* específicas que han adoptado este enfoque en las últimas décadas. En cuanto a las preocupaciones de los responsables de las políticas públicas, el capítulo revisa el estado de la investigación sobre la efectividad de las herramientas en esta categoría, al tiempo que reconoce que la categoría en sí misma es una organización *post-hoc* de las tecnologías específicas que la preceden. A partir de ahí, se identifican los potenciales comunes y los escollos enfrentados en las implementaciones a gran escala de dichas tecnologías. El capítulo concluye con recomendaciones para los implementadores extraídas de estos riesgos y recompensas colectivos.

7.1 Tantos problemas, tantas soluciones

7.1.1 Un panorama caótico

El responsable de las políticas públicas, el coordinador de tecnología escolar y el docente del aula que tratan de tomar decisiones inteligentes y bien informadas sobre la tecnología educativa en matemática se enfrentan a una variedad de opciones desconcertante. Están cada vez más rodeados de tecnologías digitales de alto impacto, en sus oficinas y sus hogares, en los bolsillos y las mochilas de sus alumnos, y por la creciente evidencia de las profundas transformaciones que las tecnologías digitales han producido en el trabajo, la comunicación y los juegos. La investigación relevante —incluso los estudios de casos a gran escala y las evaluaciones clínicas— a menudo es contradictoria. Esto queda muy claro en un informe reciente del Departamento de Educación de EE.UU. titulado *Expanding Evidence Approaches for Learning in a Digital World* que afirma que “la evidencia [del impacto de la tecnología] ha sido relativamente escasa en educación. Y la calidad de la mejor evidencia disponible [...] ha sido decepcionantemente débil” (Office of Educational Technology 2013: vii). A tono con estas afirmaciones, el currículo de matemática, y en muchas escuelas, la enseñanza y el aula de matemática, permanecen sorprendentemente al margen de los desarrollos digitales de los últimos 40 años.

Se puede entender estructuralmente esta situación, así como también predecir que continuará durante algunos años más. Esta comprensión llega cuando se conciben los metabolismos separados de la tecnología y la escuela, que difieren radicalmente. La innovación tecnológica (en el nivel más fundamental, de los nuevos paradigmas de *hardware* y *software*) está impulsada en la sociedad principalmente por consideraciones comerciales y de mercado, donde los cambios irruptores corresponden directamente con las oportunidades de ventaja competitiva y la posibilidad de obtener ganancias. En contraste, la escuela es inherentemente resistente al cambio, ya que los docentes muchas veces perpetúan, a lo largo de sus carreras, los modelos de enseñanza que aprendieron en una fase previa al ejercicio de su profesión. Por lo general, los diseños de investigación y evaluación aumentan esta resistencia: el énfasis en la comparabilidad a lo largo del tiempo (análisis de tendencias de largo plazo) y la geografía (comparaciones de desempeño internacionales) con frecuencia soslaya intencionalmente la evidencia de un cambio local irruptor. Se puede esperar que esta situación continúe, ya que recién ahora, bien entrados en el siglo XXI, los docentes y los responsables de las políticas públicas provienen de las generaciones pioneras que han crecido con tecnología digital ubicua (Internet, telefonía móvil) y comienzan a ingresar en la fuerza laboral, percibiendo este fenómeno como parte de una infraestructura cognitiva básica más grande que cualquier forma de novedad intelectual.

7.1.2 Esclareciendo las preocupaciones de los actores involucrados

Sin embargo, no todo está perdido. Una forma de llegar a un acuerdo con la plétora de herramientas y hallazgos de investigación consiste en reconocer los propósitos fundamentalmente diferentes que sirven. Los alumnos, docentes, coordinadores de currículos específicos de la materia, administradores escolares y funcionarios educativos de los distritos provinciales y nacionales son todos clientes potenciales de tecnología educativa, al igual que los desarrolladores de tecnología, los investigadores académicos y una amplia gama de autoridades escolares —desde docentes de aula hasta supervisores gubernamentales de alto nivel— son clientes potenciales de distintos tipos de investigación sobre eficacia tecnológica. Estos diferentes actores aportan diferentes preguntas y objetivos a la discusión, e impulsan diferentes herramientas y enfoques de investigación. Por lo tanto, las "soluciones" o "recomendaciones" diferentes, e incluso contradictorias, pueden ser igualmente válidas (incluso si no son igualmente útiles) si en la inspección se alinean con diferentes problemas y preguntas. Al aclarar y particularizar los propios objetivos y preguntas antes de recurrir al vasto mercado de las promesas tecnológicas, se pueden usar —esos objetivos y preguntas— como filtros para considerar solo aquellas posibilidades que tienen el potencial de convertirse en soluciones relevantes.

Este capítulo adopta exactamente esa filosofía toda vez que propone investigar solo aquellas tecnologías que tienen a la enseñanza matemática como su propósito central y definitorio. Expresada con tal claridad, esta proposición parece tan inobjetable —e incluso grandiosa y genérica— como poco eficaz para restringir la discusión o filtrar la literatura de investigación de las soluciones tecnológicas ofrecidas. Se la presenta aquí, sin embargo, no como un objetivo retórico banal, sino como una definición operativa que permite diferenciar de manera útil ciertos tipos y aspectos de la tecnología en educación de otros tipos y aspectos distintos. Por lo tanto, una preocupación tecnológica central como "ayudar a los alumnos a aprender matemática" es claramente diferente de "ayudar a los alumnos a practicar o demostrar la matemática que ya han aprendido", al igual que es diferente de "ayudar a entregar materiales de enseñanza pre-tecnológica a los alumnos" (como conferencias de profesores por Internet, videos o libros de texto tradicionales en formatos electrónicos) y de "ayudar a los docentes a enseñar matemática" o "ayudar a las autoridades educativas a ofrecer currículos específicos o gestionar la inscripción de alumnos, la asistencia y los datos de rendimiento”.

Todas estas y otras necesidades son preocupaciones reales de los actores en los entornos educativos, y todas ellas plantean problemas que una variedad de tecnologías trata de resolver. Este capítulo pone de lado muchas de esas otras necesidades, y restringe el análisis a las herramientas tecnológicas que ayudan a los alumnos a aprender matemática y a investigar el impacto de esta restricción operativa. Al mismo tiempo, y aunque solo se trate de uno entre muchos objetivos más, el “ayudar a los alumnos a aprender matemática” es un objetivo fundamental al que muchos de los demás objetivos (enseñanza, evaluación, entrega de contenido) buscan apoyar indirectamente. Por lo tanto, para los responsables de las políticas públicas que intentan equilibrar las necesidades de muchas partes interesadas respondiendo a —o integrando la— evidencia de investigación diversa e incluso contradictoria, la adopción de un objetivo tan restringido puede ser tan simplificador como productivo.

7.1.3 Tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas en el desarrollo histórico de la tecnología educativa

La historia aquí es relevante. Las tecnologías descritas en este capítulo (herramientas de aprendizaje centradas en el alumno, abiertas y de matemática innovadoras) emergen dentro de una cronología de tecnología educativa en matemática moldeada por un lado por la estimulante promesa del panorama cambiante de las innovaciones tecnológicas en la era digital y, por el otro, por una conciencia madura de la complejidad de las interacciones entre tecnología, aprendizaje, alumnos, docentes, matemática y los diversos mandatos y expectativas de las aulas.

Si bien una rica historia de la evolución de las tecnologías educativas, o incluso solo de las tecnologías digitales de matemática, está fuera del alcance del presente capítulo, se ha argumentado que los hitos significativos en la comprensión educativa de las herramientas digitales son paralelos a los hitos significativos en el desarrollo de paradigmas representativos para la entrada y salida de tecnología (Roschelle et al. 2016). De este modo, en las décadas de 1960 y 1970 surgieron los entornos de práctica matemática de “enseñanza asistida por computadora” —la que a su vez surgió de la era de los dispositivos de impresión— que fueron modelados en los cuadernos de trabajo y ejercicios impresos de los alumnos y combinados con la capacidad alfanumérica en las respuestas limitadas de opción múltiple. Esa etapa ofrecía una noción muy rígida del aprendizaje de los alumnos (por ejemplo, a partir de consignas como “los alumnos aprenden leyendo párrafos cortos de texto“ o “todos los alumnos aprenden igualmente con los mismos párrafos”) y evaluaciones muy crudas de lo correcto o lo incorrecto. La siguiente generación se enfocó en experiencias tecnológicas construccionistas como Logo (Papert 1980; Papert y Harel 1991), donde las tecnologías abiertas y centradas en el alumno que incluían programación estudiantil ofrecían oportunidades basadas en proyectos para el aprendizaje por descubrimiento. Estos entornos aprovecharon las pantallas gráficas de finales de los años setenta y ochenta para enriquecer las representaciones matemáticas y permitir la participación de los alumnos a través de formas más interactivas. Así, se erigieron como las primeras tecnologías reales de aprendizaje matemático en influir ampliamente en la ola inicial de adopción de tecnología digital en América Latina, cuando el Programa Nacional de Informática Educativa, iniciado por la Fundación Omar Dengo, IBM Latinoamérica y el Ministerio de Educación de Costa Rica, se convirtió en un modelo para similares esfuerzos en una docena de otros países. En la década de 1990, las MOLT evolucionaron hacia enfoques numerosos y sofisticados que, aunque aún eran abiertos y estaban centrados en el alumno, se encontraban más calibrados para todo el entorno escolar, y para expresiones de enseñanza y currículos más amigables para la escuela. De estas, el *software* de geometría dinámica es quizás el ejemplo más conocido, nuevamente con una adopción significativa en América Latina. El Instituto Tecnológico de Costa Rica fue uno de los primeros defensores de *The Geometer’s Sketchpad* en la educación de los docentes, y Cabri disfrutó de una importante aceptación en México y Brasil. En geometría dinámica, el ratón de la computadora —como un dispositivo de entrada bidimensional, en ese entonces novedoso— ofrece el mismo tipo de acceso inmediato y concreto a la abstracción matemática del plano geométrico que la pantalla de salida gráfica (2D, plana), en una fusión muy satisfactoria de tecnología y contenido, capaz de iluminar (en lugar de, como Logo, reemplazar) grandes áreas del currículo de matemática. Finalmente, el advenimiento de Internet cambió la conversación sobre tecnología una vez más, resolviendo rápidamente una serie de problemas de larga data sobre la implementación escalable (problemas de distribución, instalación y mantenimiento de *software*), al tiempo que presentaba nuevos desafíos (conectividad a escala social) e incluso retrocedía décadas de progreso en las capacidades de representación de la computadora (con los primeros sistemas web que retornaron a las matemáticas de texto simple y las posibilidades de interacción limitadas por el ancho de banda, en la década de 1970).

Por lo tanto, cuando se consideran las MOLT, conviene comenzar describiendo las innovaciones tecnológicas llevadas a cabo desde fines de los años setenta hasta el presente. Si bien Internet ha fomentado enormemente el impacto de tales desarrollos, no ha modificado significativamente su contenido matemático o sus representaciones (que a menudo son vistas como una aplicación de las innovaciones en *hardware*), su centro en el alumno (que es una filosofía de diseño educativo, en lugar de un artefacto tecnológico) o su apertura matemática. Si bien muchas de las MOLT ya tienen más de una década en el mercado, como se dijo, el sector educativo se mueve más lentamente que el de la tecnología, por lo que la aceptación social de las MOLT y una comprensión madura de sus contribuciones en el aula siguen siendo un gran trabajo en progreso.

7.2 Dos ejemplos de aprendizaje con herramientas de matemática abiertas

Antes de aislar los ingredientes definitorios de estas tecnologías de aprendizaje, o de prescribir prácticas y recomendaciones específicas para su uso, esta sección se refiere brevemente a dos aulas que las utilizan de manera típica. Se trata de aulas reales, que utilizan *hardware* y *software* que en la actualidad se encuentran ampliamente disponibles. Los detalles físicos de las aulas, sus contextos curriculares y los antecedentes sociales de sus alumnos son menos significativos para el propósito de estos ejemplos que la manera en que sugieren que la tecnología puede servir a los objetivos matemáticos de la actividad de toda la clase. Los dos ejemplos han sido elegidos por su contraste: están situados en dos puntos distintos del espectro curricular de la escuela primaria; uno se ocupa de la geometría y el otro de los números; y, en tercer lugar, uno incluye uno de los paquetes de *software* matemático más populares y omnipresentes de los últimos 20 años, el cual se ejecuta en plataformas de escritorio convencionales, mientras que el otro presenta un innovador *software* de tableta multitáctil que acaba de salir del laboratorio de investigación. Sin embargo, al mismo tiempo, los roles pedagógicos y matemáticos de la tecnología parecen muy similares en ambos casos.

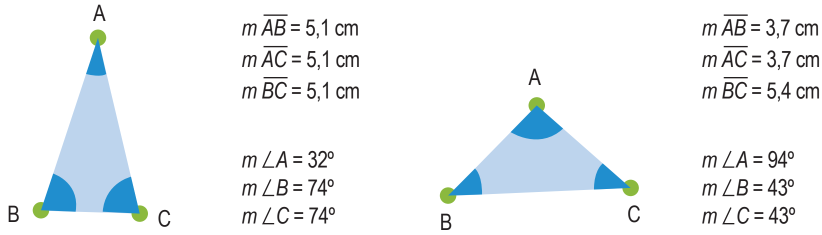
7.2.1 *Software* de geometría dinámica para quinto grado (ejemplo 1)

Una lección de repaso de quinto grado sobre las propiedades de los triángulos comienza cuando el maestro presenta a la clase un boceto prefabricado de un triángulo a través de una pizarra interactiva y el Geometer's Sketchpad.[1] El triángulo aparece en el gráfico 7.1, con sus vértices etiquetados

[1] Véase http://www.dynamicgeometry.com.

GRÁFICO 7.1

CREACIÓN DE TRIÁNGULOS CON *SOFTWARE* ESPECIALIZADO DE GEOMETRÍA

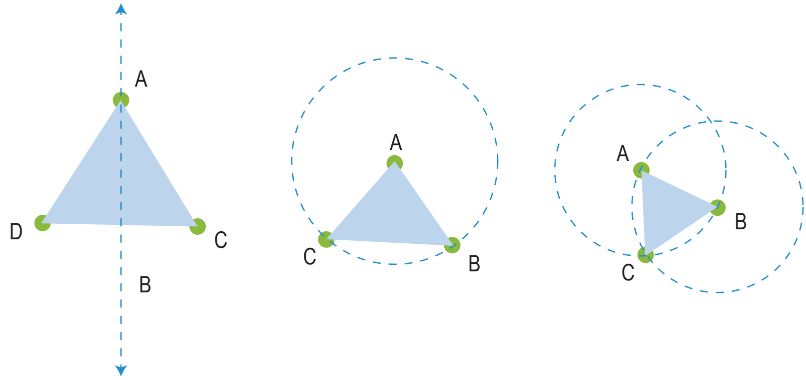


Fuente: Elaboración propia.
Nota: En la figura de la derecha, los vértices *A* y *C* han sido arrastrados con el mouse desde su posición original, pero a medida que un vértice se mueve, al menos otro lo hace también para conservar ciertas invariables en la figura general.

y una serie de medidas sobre el margen que muestran numéricamente las longitudes de sus bordes y sus ángulos. Cuando el maestro comienza a arrastrar con el mouse varios vértices del triángulo, este se estira y contrae siguiendo sus dedos, mientras las medidas numéricas se actualizan dinámicamente para rastrear los cambios que ocurren en el triángulo en movimiento. Si bien el gráfico 7.1 muestra dos ejemplos del triángulo en diferentes configuraciones, esto se debe a una limitación de la impresión: lo que los alumnos realmente ven, a medida que el maestro tira de un vértice, es un número aparentemente ilimitado de ejemplos relacionados de manera continua. Rápidamente advierten el comportamiento visual del triángulo y que los dos primeros valores del grupo superior de mediciones (es decir, dos lados), y los dos últimos del grupo inferior (dos ángulos), permanecen iguales. Esto es suficiente para sugerir a varios alumnos que debe tratarse de un triángulo isósceles: aprendieron el término y su definición en cuarto grado. Estos alumnos explican que se trata de un triángulo isósceles y la evidencia en la que se fundan, y el maestro les recuerda a los demás la definición formal y demuestra cómo el triángulo dinámico cumple con esa definición.

Luego, el maestro desafía a los alumnos a construir un triángulo isósceles, utilizando las herramientas de construcción geométrica (un compás y regla electrónicos) a las que fueron introducidos en dos clases anteriores con Sketchpad. Los alumnos se organizan en grupos de colaboración de cuatro alumnos cada uno y se les da varios minutos para discutir el desafío, turnándose luego en la pizarra para intentar desarrollar su solución. No se les da instrucciones escritas ni otros materiales: solamente el triángulo pre-construido (gráfico 7.1) permanece visible en la pizarra hasta que se completa la actividad de trabajo en grupo. Durante este tiempo,

GRÁFICO 7.2
CONSTRUCCIONES DE UN TRIÁNGULO ISÓSCELES PROPUESTAS POR LOS ALUMNOS



Fuente: Elaboración propia.

el maestro circula entre los grupos, formulando preguntas y prestando ayuda con las habilidades tecnológicas. Cuando se deben realizar demostraciones en la pizarra, un alumno representante de cada grupo dirige la demostración, configurando un proceso que, al principio, puede ser propenso a errores, pero que fluye rápidamente gracias a los valiosos aportes del resto de la clase. El gráfico 7.2 muestra tres soluciones exitosas que el maestro captura de estas presentaciones en grupos pequeños.

La construcción de la izquierda del gráfico 7.2 utiliza la simetría de espejo para definir el punto *D* como el reflejo de cualquier punto en el plano *C* sobre una línea *AB*, y luego construir el triángulo *ABD*. Dado que *AC* y *AD* son imágenes especulares, los alumnos afirman que tienen la misma longitud, lo que lo "hace un triángulo isósceles". La construcción de la parte central del mismo gráfico comienza con un círculo *AB* y algún punto de su circunferencia *C*. *AB* y *AC* son ambos radios del mismo círculo, por lo que tienen la misma longitud y constituyen los dos bordes del triángulo *ABC*: entonces, *ABC* también "debe ser" isósceles. La construcción final, de la derecha, es más compleja. Aquí, dos círculos (*AB* y *BA*) están definidos en un radio común (segmento *AB)*. Estos dos círculos se cruzan en un punto *C*, que está en cada círculo. Como ambos tienen el mismo radio (*AC* = *BC*), los alumnos afirman que la construcción cumple con la definición de triángulo isósceles.

A medida que se van completando las construcciones, el maestro provoca y coordina un breve debate en el aula sobre ellas, y otro más cuando las tres están en la pizarra. Se produce un rico intercambio sobre las propiedades de los triángulos y la estética matemática. Los alumnos están sorprendidos y un tanto encantados por la construcción de simetría (a la izquierda), que "se siente muy diferente" de la construcción central de compás y regla. Por un lado, no hay círculos, y los alumnos no están seguros de cuánto les gusta involucrar círculos en la construcción de triángulos. Por otro lado, en la geometría dinámica del Sketchpad, las imágenes en espejo son pares estrictos, por lo que la figura de la izquierda, cuando es arrastrada, "se comporta" de manera diferente que la central. En la construcción de simetría, cuando se desplaza *C*, *D* se mueve en sentido opuesto; cuando se desplaza *D*, *C* se mueve en sentido opuesto, y ningún movimiento mueve a *A*.

Por el contrario, en la construcción central, el punto *B* define el radio —y, por lo tanto, el tamaño— del círculo, mientras que el punto *C* se construye como un punto en un círculo de un tamaño establecido por *A* y *B.* Por lo tanto, al arrastrar *B* cambia la distancia de *B* y C en relación a *A* (por supuesto, manteniendo esas dos distancias iguales), mientras que *C* simplemente se arrastra —se mueve— alrededor del círculo, lo que no modifica el tamaño. Cuando se trata de percibir el efecto de arrastrar los dos vértices de "ángulos iguales", los alumnos prefieren holgadamente la simetría de la construcción de la izquierda a la asimetría de la figura central. Sin embargo, también se ofrece el argumento de que la construcción central involucra solo los tres puntos que construyen el triángulo, mientras que la de la izquierda también incluye el punto *B*, que establece un espejo de reflexión (a través de *A*). "Se siente raro" necesitar este cuarto punto, cuyo comportamiento se describe empíricamente como determinar "qué tan inclinado está el triángulo". Por el contrario, en la construcción del medio, "la inclinación" es controlada igualmente por *B* y *C,* que son "parte del triángulo".

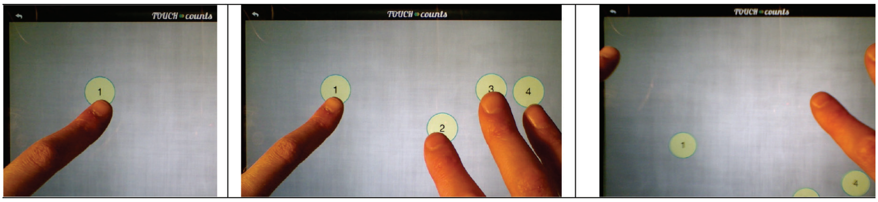
Finalmente, nadie aprecia la construcción final de la derecha, a la cual reconocen como introducida anteriormente, cuando se trataron los triángulos equiláteros (que tienen los tres lados iguales, en lugar de al menos dos). Si bien los alumnos están de acuerdo en que un triángulo equilátero es en sí mismo isósceles, también señalan que hay un número ilimitado de triángulos isósceles que esta construcción no puede hacer, porque siempre prevalece la igualdad de los tres lados. El maestro introduce el término "sobre-restringido" para describir este enfoque, y lo compara con un triángulo impreso en el libro de texto de los alumnos: muestra un ejemplo (o en este caso, varios ejemplos posibles) del concepto de isósceles, pero— a diferencia de las dos primeras soluciones— no tan general como el concepto. Volviendo a las dos primeras construcciones, el maestro demuestra cómo cada una cubre las configuraciones de isósceles equilátero y no equilátero. Luego, concluye la lección superponiendo las dos construcciones en una, demostrando cómo el centro del círculo de la intersección encaja en el espejo de simetría y sugiriendo otras formas en las que estos dos enfoques a los triángulos isósceles pueden relacionarse entre sí (al igual que lo hacen útilmente en una variedad de teoremas que los alumnos encontrarán más adelante en sus carreras matemáticas). Finalmente, dos grupos que al comienzo no crearon construcciones funcionales tienen una breve oportunidad en la pizarra para volver a trabajar sus construcciones de triángulos originales para demostrar las propiedades isósceles.

7.2.2 La aplicación TouchCounts en tercer grado (ejemplo 2)

El segundo ejemplo, o momento matemático en el currículo, empieza mucho antes. En este caso, el maestro ha decidido usar TouchCounts para revisar el conteo de saltos con los alumnos, como una manera de introducirlos a la multiplicación cuando comienzan el tercer grado.[2] TouchCounts es un entorno de *software* multitáctil basado en tabletas que admite el conteo de dedos y un enfoque para la aritmética de números enteros (Sinclair y Heyd-Metzuyanim 2014). Normalmente se utiliza con niños de la preprimaria o de edades similares. Una de las experiencias que ofrece es la de un "Mundo del cálculo", en la que los toques sucesivos de los dedos en la pantalla crean *tokens* secuencialmente numerados en la punta de los dedos, que luego "caen" (empujados por "gravedad" hacia la parte inferior de la pantalla) cuando los dedos son retirados. A medida que aparecen nuevos *tokens*, el *software* se encarga de nombrar —en la voz de un niño— el número correspondiente, y cuando múltiples dedos tocan la pantalla simultáneamente, produciendo numerosos valores sucesivos, solo se escucha el *token* de valor más alto (el gráfico 7.3 ilustra este proceso). Por lo tanto, el trabajo con TouchCounts reúne cuatro formas diferentes de representar e indicar cantidades: utilizando gestos físicos de señalización ("este" uno, "este" uno y "este" uno), por representación icónica (el grupo visible de tres *tokens*), por número escrito ("1", "2", etc.) y por nombres sonoros ("uno", "dos", etc.). Al igual que la manipulación dinámica de la geometría (arrastrar formas) proporciona la experiencia matemática central en entornos como Sketchpad, la coordinación y sincronización de estas diferentes representaciones de cantidad proporcionan la base común de la actividad matemática diversa en TouchCounts.

2 Véase http://www.touchcounts.ca y Sinclair and Jackiw (2011).

GRÁFICO 7.3
OPERACIONES DE CONTEO EN TOUCHCOUNTS



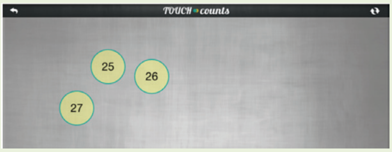
Fuente: Elaboración propia.
Nota: Izquierda: el usuario toca la pantalla con el dedo índice izquierdo, el *token* “1” aparece en la punta de su dedo y el *software* anuncia “uno”. Centro: se apoyan en la pantalla tres dedos más, aparecen los *tokens* “2”, “3” y “4“ y el *software* dice “cuatro”. Derecha: el usuario levanta sus dedos y los cuatro tokens caen hacia la parte inferior de la pantalla.

Luego de repartir una serie de ocho iPads, uno para cada par de alumnos, el maestro explica brevemente el *software* mostrando cómo se puede “contar hasta 20” tocando la pantalla repetidamente, y señalando dos botones de pantalla que sirven para restablecer la secuencia de números (y comenzar de nuevo en 1) y activar o desactivar la “gravedad” que los hace desaparecer. Luego, el maestro da a los alumnos una tarea abierta propuesta en Sinclair y Zazkis (2015): usar TouchCounts para “descubrir, y mostrarnos al resto de nosotros, cómo contar de tres en tres”.

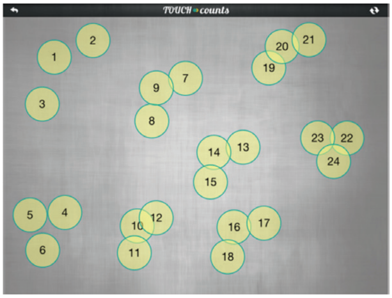
Los alumnos descubren rápidamente que el *software* responde a múltiples dedos, sin importar qué dedo, o qué mano, esté presionando. Esto significa que no hay necesidad de “turnarse” y que, por el contrario, los dos compañeros pueden interactuar al mismo tiempo con la tableta. Dependiendo del contexto y de cada grupo, pueden darse situaciones de caos momentáneo, colaboraciones más deliberadas o incluso rápidas divisiones del trabajo, donde un alumno produce números mientras que el otro tiene la responsabilidad del uso frecuente del botón para restablecer la frecuencia. El maestro y su asistente circulan y ayudan a responder preguntas sobre la mecánica del *software* y otras relacionadas con la frustración inicial de los alumnos que tienen el final abierto de su tarea. Los alumnos están más o menos familiarizados con contar de tres en tres, y la mayoría de ellos puede contar fácilmente de dos en dos, pero señalan que sin importar lo que hagan, ¡TouchCounts solo cuenta por unidades! (es decir que siempre el *token* siguiente producido por el *software* es solo un número mayor que el anterior). El maestro los alienta para que acepten este comportamiento y trabajen de manera creativa con el desafío, buscando formas para contar de tres en tres, aunque la herramienta solo cuente de a uno.

Después de 10 minutos de exploración abierta, durante la cual existe un gran intercambio de descubrimientos y estrategias entre los grupos, surge una variedad de enfoques, incluidos los que se describen en el gráfico 7.4.

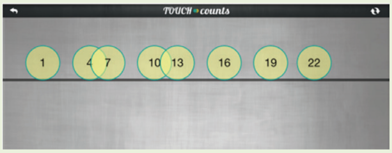
GRÁFICO 7.4
LOS ALUMNOS CUENTAN DE TRES EN TRES



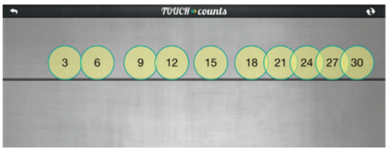
A. Los alumnos tocan repetidamente la pantalla con dos dedos y el pulgar al mismo tiempo. Cada toque produce tres *tokens* que se desprenden cuando se sueltan los dedos, y el nombre que da el *software* en voz alta corresponde al *token* más alto de cada trío. Por lo tanto, a lo largo de repetidos toques, el *software* cuenta “tres ... seis ... nueve ... doce ... quince ...”, etc. (en la captura de pantalla, se ve el momento en que el *software* ha contado [por tres] hasta 27).



B. Aquí tiene lugar una estrategia similar, pero al desactivar la “gravedad”, los números triples repetidos no se caen. La pantalla registra cada toque triple en un grupo de *tokens*, por lo que aquí ha sido “pulsada” ocho veces (dentro de cada grupo, se puede ver el orden exacto en el que los “toques simultáneos” de los usuarios alcanzaron la pantalla).



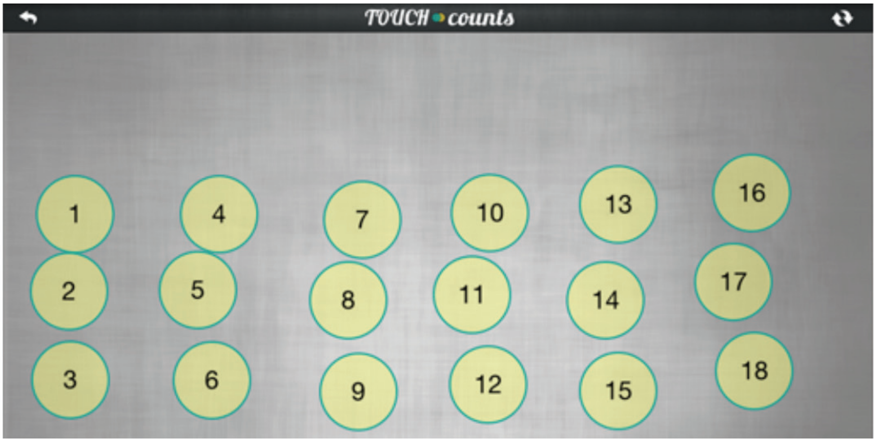
C. Los alumnos han descubierto un “estante” en el *software*, en el que pueden “ubicar” ciertos valores para que no caigan tras ser liberados. Luego, han desarrollado un enfoque rítmico para presionar en el lugar del estante donde colocaron los primeros tres *tokens* y los dos siguientes debajo, para una secuencia de gestos repetidos de “uno arriba, dos abajo; uno arriba, dos abajo”. Los valores acumulados en el estante comienzan en uno y se cuentan “de a tres”.



D. Los mismos alumnos que propusieron el enfoque *C* mejoran su estrategia pasando a repetidos toques de “dos abajo, uno arriba”, para que cada tercer valor descanse en el estante. Prefieren este enfoque por su similitud con la secuencia que utilizan para contar de dos en dos (comienza con 2 en lugar de 1).

Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 7.5
***TOKENS* CONTADOS EN UN MODELO DE MULTIPLICACIÓN DE (*n* X 3)**



Fuente: Elaboración propia.

En esta clase, hay una discusión menos significativa que compara diferentes enfoques, pero dada la relativa facilidad que tiene producir cada variante, la mayoría de los alumnos prueba todos los métodos y no uno solo. El maestro establece fácilmente una secuencia canónica de contar por tres —3, 6, 9, 12…— y utiliza la representación agrupada del enfoque *B* para señalar cómo "contar de a tres" y "agrupar por tres" son una misma cosa, y estos conteos enumeran el total en un grupo de tres, dos grupos de tres, tres grupos de tres, y así sucesivamente. El maestro sugiere un ligero reordenamiento del trabajo de los alumnos en el enfoque *B* para que los valores queden ordenados secuencialmente dentro de los grupos, y así cada grupo, que está dispuesto verticalmente, aparece junto al grupo anterior, como en el gráfico 7.5. Esto permite que los alumnos vean rápidamente que están contando (verticalmente) por tres y que, si cuentan horizontalmente (es decir, si cuentan las columnas), pueden ver cuántos grupos de tres existen. Hay 18 *tokens* en total, en seis grupos (columnas) de tres *tokens* cada uno. A partir de este reordenamiento de *B*, el maestro señala cómo también contiene ambas representaciones *C* y *D*, y realiza preguntas que desarrollan y descomponen su estructura multiplicativa.

7.3 Generalización de un modelo de tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas

Salgamos de estas dos aulas y comparémoslas brevemente. A pesar de haber sido tomadas de contextos contrastantes pueden verse claras similitudes, y de esas similitudes se puede extraer un modelo general tanto de MOLT como de su uso efectivo. En cada ejemplo, las representaciones tecnológicas que desarrollan los alumnos están motivadas, organizadas y examinadas de manera interactiva por un docente de matemática capaz y diestro. (Básicamente, la exploración en estos entornos, aunque está motivada y sostenida por los alumnos, encuentra una guía clara en el docente que prepara el escenario y facilita el desarrollo de la actividad de los alumnos.) La tecnología mejora y ocasionalmente eleva el enfoque matemático de las conversaciones en el aula (entre los alumnos en grupos, o entre los alumnos y el docente), pero no suplanta al docente. Además, la estructura de la actividad de ambas clases resulta similar. Los alumnos, en pequeños grupos, usan poderosas herramientas de representación digital para explorar, en sus propias voces, una restricción o definición matemática, y luego sintetizar sus hallazgos en una discusión grupal dirigida por el maestro. Si esta actividad es vista a través de la lente del modelo de tres fases (*exploración* ⇒ *comprensión* ⇒ *fluidez*),[3] los alumnos están *explorando* mientras construyen sus representaciones separadas, pero también desarrollan su *comprensión* a medida que interactúan con las representaciones digitales dinámicas de sus respectivas tecnologías, y ganan *fluidez* en las técnicas de creación de modelos matemáticos de cada tecnología (construcción geométrica en Sketchpad; simple conteo de dedos en TouchCounts). Asimismo, se pueden hacer analogías con los recursos generales pre-digitales, como los lápices o la pizarra; nos han acompañado a lo largo de nuestros viajes matemáticos y, de hecho, es difícil imaginar poder hacer matemática sin ellos. Pero estos materiales digitales añaden una importante estructura matemática a su uso.

Desde una perspectiva de aprendizaje, los alumnos de ambas clases están claramente comprometidos con la matemática en múltiples niveles. Consideremos primero a los de la clase de geometría. A nivel de contenido curricular, su actividad se centra en las propiedades de los triángulos isósceles y en cómo esas propiedades pueden ser utilizadas para construir definiciones matemáticas funcionales. A nivel de las prácticas y procedimientos avalados por el currículo, los alumnos están construyendo no solo diagramas geométricos sino también argumentos, y a través de estos últimos están razonando en términos críticos o de apoyo hacia las soluciones propuestas por sus pares. Al mismo tiempo, analizan situaciones en busca de estructuras útiles y utilizan adecuadamente las herramientas de arrastre dentro de las diversas funcionalidades del Sketchpad. Estas prácticas se encuentran en sintonía con las recomendaciones de políticas

[3] Para más información, véase el capítulo 2.

públicas, como los Estándares Estatales Comunes de los EE.UU. para la Práctica Matemática, que animan a los maestros a ayudar a los alumnos de todas las edades a desarrollar la capacidad matemática para "construir argumentos viables", "usar herramientas estratégicamente" y "buscar y hacer uso de la estructura" (CCSS 2010). En un nivel aún más alto, los alumnos aquí no solo se involucran en matemática, sino que se comportan como matemáticos, persiguiendo un acalorado argumento sobre los valores matemáticos y la estética a través de una variedad de afirmaciones relacionadas con la simetría funcional, la eficiencia computacional y la suficiencia lógica. Si bien los niños en el aula son menos sofisticados en sus justificaciones, su trabajo en el aula demuestra un gran compromiso en los dos primeros niveles y quizás incluso —al menos en el caso del par de alumnos que abandonó su propia estrategia de *C* por preferir el enfoque *D*— en el tercer nivel.

Asimismo, la tecnología está ayudando a sentar una base firme para los alumnos que aprenden matemática en al menos tres niveles distintos. En primer lugar, apoyándolos a través de un diseño de tecnología centrado en el alumno que, en sus términos más simples, posiciona como usuario al alumno (o grupo de alumnos), en lugar del docente u otro actor interesado externo al aula; en ese sentido, este diseño está pensado para un usuario-alumno que, más que un lector o consumidor pasivo de verdades matemáticas preestablecidas, actúa como un autor y productor matemático. La tecnología se comporta aquí como lo que Hoyles y Noss (2003) llaman una "herramienta expresiva" para fomentar que los alumnos cultiven su propia voz, su propia creatividad y capacidad de autoexpresión dentro del dominio del conocimiento y la actividad matemáticos.

En segundo lugar, en ambos ejemplos, la tecnología admite el aprendizaje auténtico a través de un enfoque abierto que permite numerosas —o incluso ilimitadas— acciones o manipulaciones diferentes en cualquier momento, en vez de restringir el progreso a una trayectoria lineal cerrada o a un conjunto de opciones predeterminadas. Esta disposición abierta permite la estructura de actividad común que se ve en los ejemplos, donde los diferentes alumnos persiguen desafíos matemáticos basados en lo que creen que puede funcionar (a partir de una variedad de conocimientos y experiencias previas) en lugar de identificar y repetir lo que se les ha dicho (bajo la forma de una estrategia de solución única). La retroalimentación es constante, y siempre de naturaleza más matemática que moral: el *software* responde continuamente al trabajo de los alumnos exponiendo sus implicaciones matemáticas, y el juicio de la "rectitud" o "maldad" de tales implicaciones se deja al alumno. De manera más general, el carácter abierto del diseño de la herramienta permite satisfacer las necesidades del mismo alumno en diferentes situaciones matemáticas y las necesidades de diferentes alumnos en la misma situación matemática.

Finalmente, en cada caso, la tecnología apoya únicamente la matemática. En otras palabras, existe una contribución matemática distinta hecha por la tecnología, esto es, una idea pedagógica matemática específica. TouchCounts está dirigido a principiantes cuyas ideas matemáticas sobre cantidades y operaciones todavía están muy arraigadas en sus propios dedos, y su contribución tecnológica consiste en dotarlos de una cantidad matemática ilimitada (al permitir que los usuarios cuenten los números "después del 10" con sus dedos) y de identidades matemáticas canónicas, mediante la enumeración ordinal de las yemas de los dedos (asociando con cada pulsación un sonido convencional, un nombre de número dicho en forma oral, y un símbolo numérico convencional y visual en forma escrita). Por lo tanto, TouchCounts intenta lograr que los dedos sean matemáticamente más funcionales y las abstracciones matemáticas más fáciles de entender físicamente, más "táctiles".

En un dominio matemático diferente, la convincente contribución del paradigma de la geometría dinámica redefine, de manera similar, la frontera entre lo concreto y lo abstracto. La geometría dinámica permite a los usuarios transformar cualquier figura geométrica u otro diagrama matemático (arrastrando con el mouse) en cualquier otra figura o diagrama que comparta las mismas definiciones y propiedades matemáticas. En una tecnología de geometría dinámica, las figuras tienen un estado epistemológico y matemático distinto al de sus predecesores basados en la impresión: donde una figura impresa es siempre y solamente una ilustración, o un ejemplo, de un caso general matemático, la figura dinámica en el tiempo es en realidad el propio caso en sí mismo. Por lo tanto, la tecnología responde a las recurrentes demandas de los alumnos a lo largo de sus carreras matemáticas para navegar conceptualmente de lo específico a lo general, y de lo concreto a lo abstracto. Y lo hace de una manera físicamente tangible, intelectualmente profunda y visualmente convincente, en una medida inimaginable antes de la llegada de la tecnología digital.

Estos tres atributos (diseño centrado en el alumno, estructura de actividad abierta y contribución matemática tecnológicamente específica) se pueden considerar como una verificación individual de un interés más general y una orientación hacia los alumnos, el aprendizaje y la matemática, respectivamente. Al definir una categoría (o género) de tecnologías educativas que está explícitamente orientada a esos intereses, estos atributos ayudan a los alumnos a aprender y practicar la matemática. Las herramientas de dicha categoría actúan en el aula como recursos de la representación matemática y la percepción (a través de su contribución matemática tecnológicamente específica), empoderando la autoexpresión matemática de un amplio grupo de alumnos (a través de su diseño centrado en el alumno) y satisfaciendo (a través de la estructura abierta de las actividades) un conjunto diverso de objetivos matemáticos, sea que estén establecidos por los propios alumnos o que se trate de objetivos curriculares y de enseñanza, y estén establecidos por los maestros o los marcos de políticas.

Como se describió anteriormente, hay una diversidad de tecnologías educativas que se ajusta a esta amplia definición. Investigaciones previas han identificado categorías de tecnología con definiciones o temáticas similares bajo diferentes nombres, entre las cuales las "herramientas" y los "objetos para pensar con" de Papert (1980) son quizás las más simples y generales. Pea (1987) llama "tecnologías cognitivas" a aquellas que "trascienden las limitaciones de la mente, en el pensamiento, el aprendizaje y las actividades de resolución de problemas". Zbiek et al. (2007) las llama "herramientas tecnológicas cognitivas". En el presente trabajo se ha optado por llamarlas MOLT para enfatizar su compromiso directo con la representación matemática —la matemática no es simplemente un contenido genérico que se incluye en estos "envoltorios" tecnológicos—, así como para explícitamente orientarlas hacia el contexto de aprendizaje.

7.4 Variedades de tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas (MOLT)[4]

El cuadro 7.1 destaca un buen número de MOLT, muchas de las cuales han tenido el suficiente impacto en las escuelas como para producir géneros completos de tecnologías de aprendizaje conceptualmente similares.

Identificar el grado en que cada género está centrado en el alumno (en lugar de centrarse en el docente o el currículo) es sencillo, incluso cuando, como en el caso de las hojas de cálculo, el usuario original no es un alumno. Cada género se suscribe a una visión similar del usuario como empoderado e intelectualmente curioso, que trae una pregunta, problema o ambición particular al entorno expresivo que ofrece el *software*. El *software* sitúa al usuario como productor, en lugar de consumidor, de contenido. Mientras que en la mayoría de los casos, el objeto digital que crea un alumno es algún tipo de modelo matemático (un modelo imperativo, en el caso de los lenguajes de programación; un modelo numérico, en el caso de las hojas de cálculo; un modelo geométrico, en el caso de la geometría dinámica, etc.), no es una coincidencia que muchos de los géneros adopten

[4] Por sus siglas en inglés.

CUADRO 7.1
EJEMPLOS DE TECNOLOGÍAS DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO Y GÉNEROS DE TECNOLOGÍAS DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA ABIERTAS

Casos pioneros	Género emergente	Contribución específica de la tecnología	Temas curriculares iniciales
Logo (1967); Scratch (2003)	Lenguajes de programación centrados en el alumno	Contextos funcionales/imperativos para trabajar con la abstracción y la concretización de conceptos matemáticos, así como con la resolución de problemas a través de técnicas iterativas o recursivas.	Variado. Cabe señalar que este género ha sido criticado históricamente por su poca adaptabilidad inmediata a los temas tradicionales de los currículos de matemática
VisiCalc (1979); Microsoft Excel (1985)	Hojas de cálculo	Preparación de modelos matemáticos del estilo "¿qué pasaría si...?" mediante fórmulas aritméticas simples. Exploración basada en cuadrícula de patrones numéricos y enfoques numéricos iterativos.	Aritmética, pre-álgebra, álgebra
Casio fx-7000G (1985); TI-81 (1990)	Calculadoras gráficas	Conveniente, potente y rápida visualización gráfica de funciones, reenfocando la atención curricular en las figuras (como objetos matemáticos) en lugar de graficar (como una habilidad mecánica/computacional).	Pre-álgebra, álgebra, aritmética
Cabri Géomètre (1989); Geometer's Sketchpad (1991)	*Software* de geometría dinámica	Variación en tiempo real, continua e ilimitada de diagramas matemáticos (figuras geométricas, gráficas de funciones, otras representaciones visuales matemáticas) a través de todas las configuraciones matemáticamente equivalentes.	Geometría, álgebra, pre-álgebra, número y operaciones
Fathom (1995); TinkerPlots (2005)	*Software* de datos dinámicos	Visualización de técnicas de análisis de datos y mediciones a través de una variación estructurada y en tiempo real de datos individuales.	Gráficos, análisis de datos, estadísticas, enfoques basados en datos para el álgebra

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 7.1 *(continuación)*

EJEMPLOS DE TECNOLOGÍAS DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO Y GÉNEROS DE TECNOLOGÍAS DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA ABIERTAS

Casos pioneros	Género emergente	Contribución específica de la tecnología	Temas curriculares iniciales
SimCalc MathWorlds (1997)		Concretización de la matemática de velocidad, proporcionalidad y cambio, a través de simulaciones digitales reproducibles de fenómenos basados en el movimiento.	Pre-álgebra, álgebra, cálculo
Pre-álgebra TouchCounts (2011)		Generalización matemática cognitivamente integrada de las estrategias de "conteo de dedos" en la primera infancia.	Recuento, suma, resta

Fuente: Elaboración propia.

el familiar paradigma del "*software* de productividad para la creación de documentos" que poseen las herramientas de escritorio, como los procesadores de texto. (La página en blanco que recibe a los alumnos en una hoja de cálculo o en un programa dinámico de matemática actúa como una invitación a su propia y personal expresión creativa).

Los géneros de tecnología del cuadro 7.1 son, igualmente, "abiertos" dado que brindan a una amplia gama de usuarios un acceso igualitario a una vasta, y potencialmente ilimitada, serie de aplicaciones. La apertura de la aplicación es, por supuesto, inherente a la idea de hacer modelos matemáticos, ya que un conjunto invariable de componentes matemáticos expresivos se puede combinar en un número ilimitado de modelos específicos del autor; y como ya se señaló, muchas de estas tecnologías son de alguna forma herramientas de modelado matemático. Sin embargo, también hay una apertura hacia el presunto usuario de las MOLT, y una característica de muchos de estos géneros es que encuentran aplicación en un gran grupo de niveles de edad y contextos matemáticos. Mientras Papert (1980) utiliza Logo con alumnos de escuela primaria, sus colegas Abelson y diSessa (1986) lo usan para desarrollar temas universitarios de matemática. Si bien las herramientas de geometría dinámica como Sketchpad parecen estar dirigidas al curso de nivel secundario sobre geometría plana, los informes encuentran que a menudo se implementa en las aulas de primaria y secundaria (Sinclair y Crespo 2006; Yin 2002), así como en cursos de posgrado y en la investigación matemática (Schattschneider y King 1997).

Finalmente, en las MOLT, la propia tecnología media y extiende activamente la naturaleza de la actividad matemática en el entorno más allá de lo que los usuarios podrían alcanzar en entornos matemáticos "no tecnológicos" (como el lápiz y el papel). Las MOLT no son simplemente medios costosos e inconvenientes para reformular o evaluar formas de conocimiento igualmente accesibles sin ellas; son herramientas que aprovechan el potencial computacional para crear formas nuevas y únicas —a través de, por ejemplo, el cálculo digital, la construcción, la visualización y la simulación— de construir, expresar, evaluar y aplicar dicho conocimiento. Por lo tanto, las MOLT aumentan —en lugar de replicar— el alcance de las oportunidades y estrategias de enseñanza colectiva que un docente puede poner a disposición de diversos alumnos en el aula. De hecho, los entornos como SimCalc demuestran que cuando tecnologías similares a las MOLT introducen representaciones matemáticas fundamentalmente nuevas, en lugar de volver a empaquetar digitalmente las representaciones pre-digitales, pueden alterar profundamente los umbrales intelectuales o materiales en los que dichas matemáticas se vuelven accesibles desde el punto de vista educativo. Kaput y Roschelle (1998) describen cómo el enfoque de SimCalc permite que las ideas y los temas de cálculo —el punto culminante del currículo tradicional de matemática avanzada en la escuela secundaria— se vuelvan accesibles una vez que parte de la "infraestructura de representación" de la asignatura, tradicionalmente ejercida a través de la mecánica de manipulación de símbolos del siglo XVIII, se actualiza a la representación digital del siglo XXI. Estos cambios de representación pueden superar las barreras físicas y cognitivas, tal y como sucedió cuando Fernandes et al. (2011), trabajando en San Pablo con alumnos ciegos, informó sobre el desarrollo de tecnologías matemáticas en las que los atributos sonoros (producidos digitalmente) reemplazan a los atributos gráficos y símbolos tradicionales en la comunicación del comportamiento de las funciones y cálculos algebraicos.

La naturaleza de estas contribuciones matemáticas ha variado a lo largo del tiempo y de las MOLT, en particular (como ya se describió) cuando los desarrolladores encuentran formas innovadoras de interpretar los nuevos avances de *hardware* desde perspectivas matemáticas específicas. El cuadro 7.1 enumera ejemplos de las contribuciones o innovaciones matemáticas de las MOLT, distribuyéndolas según el género, y sugiere áreas de contenido apropiadas para el implementador, considerando la mejor manera de asignarlas a temas específicos de un currículo, sin perder de vista que las MOLT muchas veces sirven a rangos de interés matemático mucho más amplios.

7.5 Perspectivas de la investigación y la práctica en el aula

Debido a que en este capítulo la definición operativa de las MOLT abarca décadas de variedad de *hardware*, así como diversos contextos curriculares, es inherentemente más difusa que las descripciones realizadas por la mayoría de los estudios educativos de eficacia controlada. Aun así, sus muchas e individuales tecnologías constitutivas han sido bien estudiadas y proporcionan evidencia profunda para considerar su práctica y el impacto en el aula. Y aquí es donde una definición categórica amplia, como la de MOLT, puede ser valiosa. Normalmente, la investigación educativa sobre efectividad va muy por detrás de la innovación tecnológica: cuando las tecnologías se consideran adecuadas desde una perspectiva de investigación, corren el riesgo de volverse obsoletas desde el punto de vista del mercado escolar. Sin embargo, al identificar invariables temporales como los tres componentes de las MOLT, el responsable de las políticas públicas puede extrapolar las evidencias de la investigación y los hallazgos sobre estas tecnologías a las futuras que emerjan en el horizonte de la innovación.

A pesar de los problemas de una definición categórica amplia, algunas de las investigaciones a gran escala sobre tecnología educativa —tanto sobre el rendimiento académico como sobre el atractivo percibido por los educadores— parecen identificar un espacio muy similar al que aquí se ha considerado como ocupado por las MOLT. A fines de la década de 1990, dos proyectos separados concluyeron evaluaciones a gran escala sobre el estado de la adopción y el impacto de la tecnología educativa en Estados Unidos, veinte años después del comienzo de la era de las microcomputadoras. Wenglinsky (1998), estudiando la efectividad de la tecnología, descubrió que el uso de computadoras para enseñar habilidades de pensamiento de orden superior que las MOLT habitualmente alientan (razonar, plantear y resolver problemas) se relaciona positivamente con el rendimiento académico en matemática y con el entorno social del colegio. En contraste, el estudio encontró que el uso de computadoras para enseñar habilidades de pensamiento de orden inferior (como aprender hechos y practicar simulacros) está relacionado de manera negativa —y realmente perjudicial— con los mismos dos resultados. Becker, Ravitz y Wong (1999) encontraron que las aplicaciones de tecnología de tipo MOLT que se enfocaban en la autoexpresión de los alumnos y el aprendizaje centrado en el alumno eran las más predictivas de un aprendizaje importante de acuerdo con las creencias de los docentes. En cuanto a las tecnologías matemáticas, la encuesta a escuelas que llevo adelante este estudio, encontró un mayor consenso entre los docentes de matemáticas que el que existía entre los docentes de cualquier otra materia sobre una única pieza de *software* como "el *software* más valioso para los alumnos". Ese *software* fue el Geometer's Sketchpad, una MOLT esencial.

Si bien estos fueron análisis asociativos, y no hallazgos causales, la investigación cuantitativa a gran escala más reciente parece haber llegado a conclusiones compatibles, si no idénticas. El meta-análisis de Cheung y Slavin (2013) sobre el uso de la tecnología en la educación matemática, que considera solo los estudios que cumplen con estándares altamente rigurosos, se centran principalmente en tecnologías diferentes de las MOLT que, más que herramientas de aprendizaje de matemática abiertas, constituyen especies híbridas propias entre currículo y tecnología. De tales estudios, el que demostró el efecto más significativo en el rendimiento de los alumnos fue aquel en el que la conexión entre currículo y tecnología fue menos esencial, tal vez apuntando a un posible efecto mayor en herramientas de aprendizaje más abiertas (y con menos vinculación curricular). Otro gran y riguroso estudio de productos de *software* de matemática comercial (Campuzano et al. 2009) no encontró un efecto significativo en el rendimiento, pero, de nuevo, no incluyó ningún *software* que pueda ser considerado como MOLT. Por lo tanto, el argumento de la investigación cuantitativa para las MOLT es mixto, con estudios que sugieren, pero no claramente, aislar el impacto y la efectividad de los enfoques tecnológicos que se asemejan a los alcanzados por la definición de MOLT. A medida que las metodologías cuantitativas se han movido hacia modelos de evaluación de experimentos aleatorios, la investigación educativa parece alejarse de la evaluación de las herramientas tecnológicas profundamente abiertas como las MOLT (cuyo impacto a menudo puede estar relacionado con factores culturales amplios y difusos), prefiriendo evaluar entornos en los que se producen evaluaciones cuantitativas del desempeño de los niños.

En relación a tecnologías MOLT específicas o géneros de tecnología particulares, el caso de investigación puede parecer más fuerte. En una reconocida y rigurosa evaluación sobre implementaciones a gran escala de tecnologías similares a las MOLT, Roschelle et al. (2010) describe varias evaluaciones experimentales sobre el impacto de las unidades de reemplazo de SimCalc en el aprendizaje de los alumnos de matemática avanzada en escuelas secundarias de todo Texas. Estos estudios reportan niveles de efectos importantes y estadísticamente significativos que respaldan las conclusiones de la eficacia de SimCalc para fomentar el aprendizaje de matemática en una diversidad de entornos. En el caso del *software* de geometría dinámica, por ejemplo, algunos estudios demuestran la posibilidad de lograr un impacto significativo en amplias poblaciones de alumnos utilizando solo instrumentaciones comerciales, replicables de forma escalable y fáciles de lograr en la práctica. Por ejemplo, en un estudio de seis años con 15.000 alumnos de nivel secundario y 400 docentes, Arias Cabezas y Maza Sáez (2006) encontraron un aumento del 30% en el "rendimiento matemático" atribuible al uso del *software* de geometría dinámica. En varias evaluaciones experimentales, Jiang, White y Rosenwasser (2011) hallaron una mejora significativa en los puntajes de los alumnos de secundaria en las pruebas estandarizadas como resultado del uso de la geometría dinámica.

7.6 Implementación a escala de tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas (MOLT)

Independientemente de los beneficios individuales para alumnos y docentes, un responsable de las políticas públicas se encuentra comprensiblemente preocupado por las implicaciones de la implementación escalable y los costos y beneficios estructurales que traerá aparejados. En línea con esta preocupación, los trabajos socioculturales de Remillard (2005) y Bretscher (2014), Clark-Wilson, Robutti y Sinclair (2014: 3) fomentan una comprensión de las tecnologías en el salón de clase que incluye "dimensiones institucionales, contextuales e históricas, y no solo cognitivas". Esta sección considera algunos de los riesgos y recompensas culturales más comúnmente identificados en la adopción sistemática de MOLT, y ofrece recomendaciones a los responsables de las políticas públicas que intentan equilibrarlos.

7.6.1 Riesgos

Docentes matemáticamente competentes
Los dos ejemplos dados incluyen a un docente matemáticamente competente que coordina y facilita la actividad estudiantil de manera responsable; de hecho, este tal vez sea el componente más esencial. (El capítulo 5 señala cómo un adulto responsable y capaz es el ingrediente más importante de *cualquier* salón de clases). Ya que las MOLT proporcionan una puerta abierta a diversos descubrimientos y oportunidades matemáticos, el docente con frecuencia está llamado a evaluar numerosos argumentos matemáticos, muchos de los cuales pueden ser completamente nuevos para él. Y sucede que, además de considerar la viabilidad de estas afirmaciones y apoyar a los alumnos como aprendices de matemática, el docente también es, en última instancia, el responsable de guiar la exploración abierta —cuando se desvía— hacia objetivos curriculares

específicos. En la práctica, esto requiere que el docente disponga de una preparación matemática sólida y una seguridad emocional y pedagógica apropiada. Los docentes necesitan estos dos elementos para poder extender hábilmente la autoridad matemática a los alumnos y, al mismo tiempo, limitarlos hacia los objetivos establecidos en el aula. El riesgo aquí corresponde al grado en que la población de docentes es débil en estas competencias, y la implicación es que el desarrollo profesional de la destreza matemática de los docentes casi siempre pagará mayores beneficios a largo plazo que las inversiones focalizadas solo en sus habilidades tecnológicas (incluso porque las tecnologías cambian a un ritmo mucho más rápido que las matemáticas).

Alumnos matemáticamente empoderados

Apoyados por un docente con tales características, ambos ejemplos también requieren de alumnos que busquen un significado matemático (al menos parcialmente) bajo su propia dirección, mientras se involucran seriamente en charlas y debates grupales, y con toda la clase, para presentar y ajustar su trabajo, así como para comprometerse con el trabajo (quizás imperfecto) de otros. Y si bien el desarrollo a gran escala de una cultura estudiantil con ese grado de empoderamiento matemático resulta posible, también vale la pena decir que, en muchos contextos, es algo que está lejos de la norma. Muchos docentes tradicionales se sienten más cómodos ofreciendo lecciones y conferencias no interactivas que facilitando la exploración de los alumnos. En consecuencia, muchos de estos últimos se han acostumbrado a pensar en la matemática como un campo de verdades establecidas y respuestas específicas, que deben ser vehiculizadas por los docentes antes que desarrolladas por ellos mismos. Además, las políticas y tradiciones institucionales, que incluyen desde las actitudes hasta la forma de organizar las sillas en un aula, pueden reforzar estas orientaciones y creencias. Por otra parte, las tecnologías centradas en el alumno, como las MOLT, pueden desempeñar un papel importante en el desarrollo y el mantenimiento de culturas basadas en la investigación, pero estas culturas surgen de la práctica voluntaria y el compromiso de los interesados, y no del efecto milagroso de ciertos paquetes de *software*. Teniendo en cuenta las implicaciones de las tecnologías matemáticas centradas en el alumno, Mason (2014: 21) escribe “alinear las energías del aula para que [un docente] pueda insistir en la mediación o en la respuesta puede ser estimulante y liberador para los alumnos. Hacer que los alumnos experimenten el deseo de expresar promueve la maduración de su comprensión y su apreciación de lo que están integrando en su funcionamiento, esto es, la educación de su conciencia”.

7.6.2 Recompensas

A pesar de tales riesgos, más allá de su impacto en las habilidades matemáticas individuales de los alumnos, los componentes que definen las MOLT —diseño centrado en el alumno, estructura de actividad abierta y contribución matemática tecnológicamente específica— se corresponden con claros beneficios culturales. Este capítulo ya ha argumentado que entre las opciones y posibilidades tecnológicas que compiten entre sí, una política que haga hincapié en el aprendizaje matemático de los alumnos —como la preocupación fundamental de la educación matemática— puede ser seriamente defendida y justificada. Esta sección considera ahora las implicaciones colaterales del uso de las MOLT en la cultura institucional.

Grupo de apoyo de trabajo de MOLT y colaboración
Debido a que las MOLT apoyan el trabajo abierto, tienden a adaptarse mejor a los enfoques múltiples y diversos de la práctica y los problemas matemáticos, que las tecnologías que ofrecen experiencias de interacción fijas o estructuradas de forma más secuencial. Si bien tres alumnos diferentes que trabajan por medio de una hoja de trabajo electrónica de ejercicios de multiplicación tienen trayectorias de usuario muy similares, tres alumnos diferentes que construyen triángulos isósceles en una MOLT pueden adoptar tres enfoques matemáticos completamente distintas. Se deduce de esto que las MOLT se prestan naturalmente a la dinámica de un pequeño grupo de alumnos que trabajan en colaboración, ya que las diferentes voces pueden ser beneficiosas —y no simplemente redundantes— para resolver los problemas matemáticos grupales. La misma dinámica se aplica a las situaciones en que los alumnos se organizan en múltiples grupos pequeños: los diseños abiertos permiten que los alumnos de un grupo dirijan un problema en una dirección diferente que los alumnos de otro.

Por supuesto, el trabajo en pequeños grupos de colaboración resulta extraño para algunos sistemas escolares, y los docentes que no tienen experiencia con ellos a menudo sienten cierto temor frente a la autonomía de los grupos y la relativa falta de dirección que un docente puede proporcionar a múltiples grupos simultáneamente. Sin embargo, cuando los docentes se muestran dispuestos a experimentar con esa autonomía, el enfoque centrado en el alumno de las MOLT suele permitir la exploración sin una gran mediación práctica por parte de los docentes. Debido a la contribución matemática esencial (más que superficial) de las MOLT, el proceso de exploración tecnológica autodirigida de los alumnos en tales entornos con frecuencia puede ser, al menos en parte, también uno de aculturación matemática de estos alumnos. (Por ejemplo, la investigación ha encontrado que los alumnos de secundaria con bajo dominio del idioma inglés adquieren terminología matemática funcional directamente de las estructuras de menús de herramientas como The Geometer's Sketchpad [véase Dixon 1995].) Cuando hay muchos grupos que trabajan hacia propósitos comunes, aunque por trayectorias diferentes, se puede cubrir un campo matemático más grande y diverso que el que puede obtenerse si todos los alumnos marchan juntos a un tiempo; cabe destacar que la tecnología suele facilitar que las charlas de los pequeños grupos se transformen en debates de toda la clase (compartiendo las pantallas, proyectando los trabajos hechos, replicando los resultados en una pizarra interactiva). Finalmente, desde una perspectiva de costos, el despliegue de tecnología a nivel de grupo —en lugar de alumnos individuales— expande el alcance de los recursos limitados.

Las MOLT amortizan la inversión en tecnología a largo de los distintos grados
Debido a que estas tecnologías están centradas en la matemática y son abiertas —en lugar de enfocarse rigurosamente en momentos curriculares particulares—, y como las ideas matemáticas fundamentales a menudo se repiten bajo diferentes formas y contextos en todo el currículo, con frecuencia una MOLT puede ser aplicada en los distintos grados y en diferentes dominios de contenidos matemáticos, ya que la misma herramienta cubre distintas instancias curriculares dentro de su contribución o dominio matemático principal. Así, Sketchpad, en el primer ejemplo, se usa ampliamente en las escuelas primarias —por caso, para introducir propiedades básicas de formas y temas como la simetría—, pero también es muy popular en el nivel secundario, donde la geometría es entendida como un tema del curso formal. TouchCounts, en el segundo ejemplo, comienza su utilidad con los alumnos que aún no están en edad escolar, pero encuentra su aplicación en el cuarto y quinto grado, a medida que los alumnos trabajan en aritmética y fracciones. Esta "verticalidad" curricular de las MOLT permite a su vez que las inversiones en adquisición de tecnología o capacitación para su uso puedan ser amortizadas en múltiples escenarios. El beneficio de la capacitación no solo es para los docentes que aprenden a enseñar con la tecnología (y que luego pueden trasladar ese conocimiento a otras tareas de enseñanza, más allá de su enfoque inicial de curso o grado), sino también y directamente para los propios alumnos. En las adopciones a gran escala de MOLT y en varios niveles de grado, los alumnos llevan consigo, y de grado en grado, su creciente experiencia en una herramienta específica, a la par que los docentes de los grados más altos encuentran alumnos ya preparados para pensar y trabajar de manera productiva con poderosos recursos digitales, y estos últimos se vuelven cada vez más competentes en el uso de otras infraestructuras de aprendizaje.

Las MOLT soportan múltiples fases de la actividad de aprendizaje
Finalmente, así como la filosofía de diseño pluralista de las MOLT ubica a los diversos alumnos en diversos grados, también hace lo propio con variadas formas de actividad matemática para cada alumno en su contexto específico según el grado y el curso. A lo largo de este volumen, la actividad matemática efectiva se ha caracterizado frecuentemente por un modelo de actividad estudiantil de tres fases en el que la exploración de un concepto o proceso matemático ("Introducción guiada") conduce al entendimiento ("Despliegue de aprendizaje"), que es seguido por el desarrollo de la fluidez ("Trabajando el conocimiento para la fluidez") (véase el capítulo 2). El papel de las MOLT para apoyar las dos primeras fases es fácil de ver —desde su definición y su práctica—, como sucede en los dos ejemplos aquí detallados. Sin embargo, la contribución de las MOLT a la fluidez matemática no parece tan evidente, dado que a menudo se la concibe como el resultado de la práctica repetitiva e intencional. Los críticos dentro y fuera del sistema educativo no pocas veces invocan la falta de fluidez técnica de los alumnos de matemática como una crítica polémica a los enfoques anclados en la exploración.

Los responsables de las políticas públicas que consideran el tema de la fluidez en el aula de matemática deberían poder comprender algunas diferencias entre práctica y ejercicio. Las MOLT no son entornos de ejercicio, en el sentido de que no ofrecen una secuencia escalonada de problemas de dificultad nivelada a través de la cual los alumnos avanzan linealmente cuando son capaces de mostrar respuestas "correctas" de acuerdo con una métrica de calificación preestablecida. Los entornos de ejercicio, aunque frecuentes en el panorama de la tecnología educativa, ofrecen solo una interpretación estrecha y demasiado estereotipada de la práctica, lo que en gran medida quita a los alumnos la oportunidad de percibir cualquier recompensa intrínseca al lograr la fluidez. Los entornos de ejercicio muchas veces dependen de recompensas que motivan a los alumnos a avanzar, por ejemplo, situando el ejercicio matemático dentro de un contexto de juego no matemático en que el alumno avanza si responde correctamente, o más directamente, mediante la amenaza de castigos externos, como pueden ser las bajas calificaciones y los pobres resultados en los exámenes. Al poner el énfasis exclusivamente en la práctica, los entornos de ejercicio solo perpetúan la falsa dicotomía entre práctica y comprensión planteada en el capítulo 5.

Sin embargo, la investigación sobre el aprendizaje con frecuencia ha encontrado que la práctica funcionalmente efectiva está ubicada en, y está siendo iniciada por, la búsqueda de algún otro objetivo significativo, en lugar de la actividad como objetivo en sí mismo. En *Mathematical*

Fluency: The Nature of Practice and the Role of Subordination, Hewitt (1996) ofrece una esclarecedora analogía al considerar cómo caminan los niños, una habilidad aprendida (¡no nacemos caminando!) que requiere de una práctica sustancial para alcanzar la fluidez (habiendo caminado una vez, ¡no necesariamente caminamos la segunda vez!). En efecto, la práctica de caminar no se logra de manera efectiva con el ejercicio, es decir, no se nos obliga a repetir el acto de pararnos, tambaleándonos hacia adelante y cayendo hasta colapsar de frustración o hasta que se considere que hemos logrado "fluidez". En lugar de eso, nuestra capacidad de caminar primero se manifiesta en el deseo de ir a algún lugar, y logramos ese objetivo a través de la auto-locomoción. No nos impulsa (solo) el caminar más, sino el lograr más a *través de* caminar: "Los niños, después de haber aprendido a caminar, no se contentan con seguir caminando. Quieren caminar en las paredes, caminar en los bordillos, caminar saltando las grietas de los adoquines, subir y bajar escaleras, quieren correr. La práctica de caminar no solo se realiza caminando continuamente a lo largo de un área llana y plana. La práctica de caminar se realiza *subordinando* el caminar a otra tarea" (Hewitt 1996: 28).

Desde una perspectiva matemática, entonces, la práctica está más auténticamente motivada por —y desarrollada en— la búsqueda de habilidades, conceptos y objetivos matemáticos de orden superior. Si se considera un modelo de actividad con la secuencia "exploración–comprensión–práctica", rápidamente se advierte que esta última se vuelve estrictamente terminal y, por lo tanto, aparece desmotivada y, a su vez, desmotivadora. Pero si se toma en cuenta la repetición de ese modelo en el curso del trabajo de un alumno, la práctica de un conjunto de habilidades puede motivarse y reforzarse explorando la actividad y desarrollando una comprensión del próximo conjunto de habilidades. Esta comprensión recursiva hace que los alumnos, al mismo tiempo que trabajan para lograr propósitos significativos con las MOLT, practiquen constantemente las habilidades concretas que necesitan para perseguir sus propios objetivos matemáticos de orden superior. En la medida en que estas prácticas puedan alinearse con los objetivos curriculares, la investigación sugiere que las MOLT pueden ser entornos altamente efectivos para lograr la fluidez matemática (Hewitt, 2009).

7.6.3 Recomendaciones específicas

Estos riesgos y recompensas en conjunto informan sobre muchas (si no todas) implementaciones a gran escala de las MOLT. Si bien las circunstancias educativas locales y las necesidades del sistema deben filtrar la relevancia de las recomendaciones de investigación y los hallazgos de otros lugares, la experiencia en las implementaciones a gran escala de MOLT, en particular referida a la gestión de los riesgos y la maximización de los beneficios, conduce a reunir las siguientes recomendaciones generales de políticas.

Desarrollo profesional centrado en objetivos matemáticos y tecnológicos
En 2003, cuando el Programa del Instituto para la Promoción de la Ciencia y la Tecnología comenzó un proceso de varios años de implementación de Sketchpad a nivel nacional en escuelas públicas de Tailandia, se solicitó a los expertos estadounidenses en Sketchpad un currículo de desarrollo profesional para profesores tailandeses que luego fue importado. La mitad de este instrumento se centró en temas curriculares de la escuela secundaria y, la otra mitad, en matemática de niveles muy superiores, mucho más allá del nivel de grado y, en numerosos casos, de la formación matemática previa de los docentes participantes. Incluso cuando los docentes con frecuencia se consideran expertos en sus dominios curriculares, la experiencia de aprender nueva matemática a través de las MOLT tuvo ganancias inmediatas no solo en cuanto a su capacitación tecnológica, sino también en lo relacionado con su preparación matemática. Esto a su vez promovió una comprensión auténtica —y no solo modelizada— de la trayectoria de exploración, descubrimiento y razonamiento de Sketchpad. El objetivo era que estos docentes se convirtieran en agentes capaces de apoyar los cambios culturales (en las prácticas de enseñanza y el desarrollo de la autonomía de los alumnos) que supone adoptar una MOLT. Hoy, 10 años después, el desarrollo profesional en Tailandia se centra directamente en el currículo tailandés y en los desafíos particulares de implementación que presentan las poblaciones escolares rurales de ese país. Al aprovechar verticalmente la apertura matemática de las MOLT hacia dominios matemáticos al alcance de los docentes, el desarrollo profesional puede situar a estos últimos temporalmente en la posición de los alumnos, favoreciendo la conexión entre estos dos grupos —docentes y alumnos— en la implementación de la nueva tecnología.

Lanzamientos incrementales en vez de monolíticos
Así como las personas naturalmente buscan adoptar nuevas prácticas cuando las perciben como beneficiosas, también suelen ofrecer cierta resistencia a las normas y prácticas culturales impuestas desde afuera, especialmente cuando parecen no tener precedentes y son contrarias a las normas que imperan en la sociedad. Dadas no solo la vasta heterogeneidad de las circunstancias de las escuelas en cualquier adopción a gran

escala —en las capacidades de las poblaciones estudiantiles, la infraestructura tecnológica y la preparación matemática de los docentes—, sino también la tremenda variabilidad en la experiencia previa de los docentes y la disposición general hacia las tecnologías educativas a gran escala, la adopción de la tecnología muchas veces encuentra una resistencia que es menos una consecuencia de la idoneidad de la tecnología como recurso educativo que un resultado del nivel de imposición de la nueva práctica cultural. Al respaldar la adopción incremental, tal vez en un marco de adhesión de escuelas o distritos en lugar de exigir un cambio abrupto de la práctica global, los responsables de las políticas públicas pueden ayudar a mejorar las formas en que son percibidas y adquiridas estas nuevas tecnologías en sus comunidades.

A mediados de la década de 1990, el ministerio de Educación de Ontario, Canadá, implementó un *software* de geometría dinámica para todas las escuelas ministeriales. Poco después, la Oficina de Calidad y Responsabilidad Educativa de Ontario —que advirtió la oportunidad de aprovechar la nueva tecnología para evaluar los objetivos de desempeño para el trabajo de alumnos sobre problemas matemáticos complejos en el aprendizaje basado en proyectos— comenzó a desarrollar para su evaluación provincial bianual obligatoria un nuevo componente en el que se utiliza Sketchpad en un proyecto para alumnos que abarca varios días. Cuando la oficina anunció la prueba piloto de esta nueva evaluación, a menos de un año de la adopción de Sketchpad, así como su plan para extenderla en la siguiente prueba a toda la provincia, la resistencia de las escuelas fue extrema y los docentes expresaron grandes preocupaciones sobre su falta de preparación (y la de sus alumnos), tanto en el uso del *software* como en el trabajo con proyectos matemáticamente complejos que, aunque eran un objetivo de la política curricular, tradicionalmente habían recibido poca atención en la secuencia de enseñanza de la mayoría de las escuelas. La protesta fue lo suficientemente fuerte como para impedir que se hiciera esta nueva evaluación. En cambio, en lugar de obligar a los docentes a que adopten la nueva tecnología “porque estaba en la prueba”, se los colocó en una posición menos estresante alentándolos a usar la herramienta solo donde y como lo consideraran conveniente, esto es, como un recurso y no como un requisito. Y sucedió que, en lugar de posicionarse como una victoria en contra de la tecnología, esta dinámica ofreció exactamente el estímulo que los docentes de Ontario necesitaban para comenzar a adoptar la tecnología de manera incremental y constructiva, así como desarrollar sus propias voces en la defensa y educación sobre los beneficios de esta tecnología. Dos años más tarde, basándose en una percepción más consensuada del valor de la tecnología, el Comité Directivo de Ontario para la Adquisición de Tecnología Educativa Provincial, liderado por docentes, recomendó que el ministerio extendiera la licencia del Sketchpad a las escuelas y para el uso en el hogar de los alumnos.

Aunque menos directo que la monolítica adopción de tecnología a nivel de todo el país, los lanzamientos incrementales sirven mejor a los propósitos de cambiar la cultura del aula. En efecto, los proyectos piloto de pequeña a mediana escala ayudan a introducir una nueva tecnología sin confrontación. Al mismo tiempo, sirven para identificar y desarrollar entre sus participantes el liderazgo y el apoyo local, que pueden ser críticos para gestionar una transición posterior hacia una implementación a gran escala. El enfoque matemático (a diferencia del curricular) de las MOLT significa que se cruzan fácilmente las fronteras curriculares; pero cuando se adoptan esas tecnologías a nivel nacional, los primeros en implementarlas suelen ser los docentes que tienen la suficiente preparación matemática para aprovechar su versatilidad. Por lo tanto, un esfuerzo práctico inmediato para los docentes-líderes identificados en los estudios piloto preliminares es traducir, localizar o desarrollar desde cero materiales curriculares suplementarios específicos de la localidad (como actividades impresas y secuencias de desarrollo profesional, entre otros) para el uso de la población docente en general.

Sin embargo, incluso en presencia de nuevas tecnologías, docentes entusiastas y nuevos materiales curriculares, el cambio cultural ocurre lentamente. Si bien las iniciativas piloto pueden preparar las bases para dicho cambio, rara vez logran realizar transformaciones de alto impacto por sí mismas. De hecho, debido a que interrumpen inherentemente el medio en el que existen, tales iniciativas pueden ser incluso contraproducentes: las tecnologías no se comportan como se espera en función de los anuncios y exponen limitaciones y frustraciones imprevistas; profesores dispuestos, pero sin los conocimientos necesarios, se descubren menos dispuestos, y los nuevos materiales curriculares no resultan ser los indicados. El factor limitante a menudo es el empoderamiento matemático de los propios alumnos participantes, a quienes (de acuerdo con lo expresado con anterioridad) se les pide que actúen según un conjunto de normas culturales, expectativas y prácticas en el aprendizaje de la matemática muy diferente al que estaban habituados. Berlinski y Busso (2013, 4) reportaron un experimento de control aleatorio a gran escala en una intervención de geometría dinámica para alumnos de séptimo grado en Costa Rica, en el cual todos los grupos de tratamiento expuestos a la tecnología se desempeñaron significativamente peor que el grupo control sin tecnología. Los autores encontraron que los "mejores alumnos", es decir, los alumnos que habían tenido más éxito en alcanzar las expectativas de aprendizaje matemático en el entorno previo al uso de esta tecnología, "fueron los más perjudicados por esta intervención", concluyendo que "[la] evidencia sugiere que los docentes hicieron los pasos según lo prescrito, pero no dominaron la innovación de una manera que hubiera permitido a los alumnos aprovecharla al máximo". Por el contrario, Jiang, White y Rosenwasser (2011) informan sobre un experimento de control aleatorio en una de población estudiantil de Texas de edad y nivel similares, que utilizó una tecnología parecida durante un período de aculturación más prolongado (durante el estudio como también en los años anteriores al estudio, dado el nivel de profusión tecnológica educativa en Estados Unidos en comparación con Costa Rica), encontrando una mejora muy significativa en las pruebas estandarizadas como resultado del uso dinámico de la geometría. En suma, el cambio cultural es posible, pero requiere tiempo e iteración.

7.7 Conclusiones

El presente capítulo ha mostrado la relevancia de las tecnologías de aprendizaje de matemática abiertas (MOLT) para las necesidades actuales de los alumnos en una amplia gama de entornos matemáticos. Estas tecnologías se definen por tres características: un diseño y modelo de usuario centrado en el alumno; una disposición abierta hacia la estructura de la actividad, y una aplicación innovadora de la tecnología a las representaciones y prácticas matemáticas. Una narrativa construida a través de diversos resultados de investigación sugiere que tales tecnologías no solo son efectivas en su impacto sobre el rendimiento de los alumnos, sino que también pueden ser más efectivas que muchos otros tipos de tecnologías educativas. Se recomienda que los responsables de las políticas públicas se focalicen en el desarrollo profesional de los docentes (en matemática y pedagogía, más que en tecnología) y las implementaciones incrementales por etapas como elementos importantes para una adopción a escala y bien gestionada de las MOLT. Se han destacado ejemplos de estas tecnologías a lo largo de la historia de la tecnología educativa, prestando especial atención a dos ejemplos en uso que son relevantes en la actualidad: objetos didácticos de geometría dinámica (específicamente, el Geometer's Sketchpad) y entornos numéricos incorporados matemáticamente (puntualmente, TouchCounts). Al centrarse de manera crítica no solo en estos ejemplos, sino también en el papel que desempeñan sus tres características esenciales para constituir un enfoque generalizado coherente de la tecnología educativa, los responsables de las políticas públicas podrán aplicar estos hallazgos e ideas a las tecnologías del mañana y de hoy.

Referencias

Abelson, H., y A. diSessa. 1986. *Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics*. Cambridge MA: MIT Press.

Arias Cabezas, J. y I. Maza Sáez. 2006. Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y los Bachilleratos. *La gaceta de la RSME*. 9(1): 223–43.

Becker, H., J. Ravitz y Y. Wong. 1999. Teaching, Learning and Computing. National Survey. Center for Research on Information Technology and Organizations, University of California, Irvine.

Berlinski, S. y M. Busso. 2013. Challenges in Educational Reform: An Experiment on Active Learning in Mathematics. Documento de trabajo Núm. 561. Washington, D.C.: Banco Interamericano de Desarrollo.

Bretscher, N. 2014. Exploring the Quantitative and Qualitative Gap between Expectation and Implementation: A Survey of English Mathematics Teachers' Uses of ICT. En: Clark-Wilson A., O. Robutti y N. Sinclair (eds.). *The Mathematics Teacher in the Digital Era.* Netherlands: Springer. doi:10.1007/978-94-007-4638-1_3.

Campuzano, L., M. Dynarski, R. Agondi y K. Rall. 2009. *Effectiveness of Reading and Mathematics Software Products. Findings from Two Student Cohorts.* Washington, D.C.: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences and U.S. Department of Education.

CCSS (Common Core State Standards Initiative). 2010. Common Core State Standards for Mathematics. National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers, Washington, D.C. Disponible en http://corestandards.org/.

Cheung, I. y R. Slavin. 2013. The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-analysis. *Educational Research Review*. 9: 88–113.

Clark-Wilson, A., O. Robutti y N. Sinclair (eds.). 2014. *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development*. Netherlands: Springer. doi:10.1007/978-94-007-4638-1_3.

Dixon, J.K. 1995. English Language Proficiency and Spatial Visualization in Middle School Students' Construction of the Concepts of Reflection and Rotation Using the Geometer's Sketchpad. Disertación, Universidad de Florida.

Fernandes, S., L. Healy, E. Martins, M. Rodrigues y F. Souza. 2011. Ver e ouvir a Matemática com uma calculadora colorida e musical: estratégias para incluir aprendizes surdos e aprendizes cegos nas salas de aulas. Em: Pletsch M. y A. Damasceno (eds.). *Educação Especial e inclusão escolar: reflexões sobre o fazer pedagógico*. Seropédica/RJ: EDUR.

Hewitt, D. 1996. Mathematical Fluency: The Nature of Practice and the Role of Subordination. *For the Learning of Mathematics*. 16(2): 28–35.

Hewitt, D. 2009. The Role of Attention in the Learning of Formal Algebraic Notation: The Vase of a Mixed Ability Year 5 Using the Software Grid Algebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*. 29(3) 43–48.

Hoyles, C. y R. Noss. 2003. What Can Digital Technologies Take from and Bring to Research in Mathematics Education? En: Bishop A., M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. Leung (eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education*, *Volume 10*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.

Jiang, Z., A. White y A. Rosenwasser. 2011. Randomized Control Trials on the Dynamic Geometry Approach. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*. 2(2): 8–17.

Kaput, J. y J. Roschelle. 1998. The Mathematics of Change and Variation from a Millennial Perspective: New Content, New Context. En: Hoyles C., C. Morgan, y G. Woodhouse (eds.). *Rethinking the Mathematics Curriculum*. London: Falmer Press.

Mason, J. 2014. Interactions between Teacher, Student, *Software* and Mathematics: Getting a Purchase on Learning with Technology. En: Clark-Wilson A., O. Robutti, y N. Sinclair (eds.). *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology-Focused Professional Development*. Mathematics Education in the Digital Era Series, Volume 2. Netherlands: Springer.

Office of Educational Technology. 2013. *Expanding Evidence Approaches for Learning in a Digital World*. Washington, D.C.: Office of Educational Technology, U. S. Department of Education.

Papert, S. 1980. *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas.* New York: Basic Books.

Papert, S. y I. Harel. 1991. *Constructionism: Research Reports and Essays, 1985-1990*. New York: Ablex Publishing Corporation.

Pea, R. 1987. Cognitive Technologies for Mathematics Education. En: Schoenfeld A. (ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Remillard, J. 2005. Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. *Review of Educational Research*. 75(2): 211–46.

Roschelle, J., N. Shechtman, D. Tatar, S. Hegedus, B. Hopkins, S. Empson, J. Knudsen y L. Gallagher. 2010. Integration of Technology, Curriculum, and Professional Development for Advancing Middle School Mathematics: Three Large-scale Studies. *American Educational Research Journal*. 47: 833–78. doi:10.3102/0002831210367426.

Roschelle, J., R. Noss, P. Blikstein y N. Jackiw. 2016. Technology for Learning Mathematics. En: J. Cai (eds.). *Compendium for Research in Mathematics Education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Schattschneider, D. y J. King (eds.). 1997. Geometry Turned On: Dynamic *Software* in Learning, Teaching, and Research. MAA Notes, Volume 41. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

Sinclair, N. y E. Heyd-Metzuyanim. 2014. Learning Number with TouchCounts: The Role of Emotions and the Body in Mathematical Communication. *Technology, Knowledge and Learning*. 19(1–2): 81–99. doi:10.1007/s10758-014-9212-x.

Sinclair, N. y N. Jackiw. 2011. TouchCounts (iPad app). Tangible Mathematics Group, Simon Fraser University.

Sinclair, N. y R. Zazkis. 2015. Everybody Counts: Designing Tasks for TouchCounts. En: Leung A. y A. Baccaglini-Fraks (eds.). *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks*. Mathematics Education in the Digital Era Series, Volume 8. New York: Springer.

Sinclair, N. y S. Crespo. 2006. Learning Mathematics in Dynamic Computer Environments. *Teaching Children Mathematics*. 12(9): 436–44.

Wenglinsky, H. 1998. *Does It Compute? The Relationship between Educational Technology and Student Achievement in Mathematics*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Yin, H. S. 2002. Using the Geometer's Sketchpad with Primary 5 students. En: D. Edge y Y. Ban Har (eds.). *Proceedings of Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, *Volume II*. Singapore: Association of Mathematics Educators.

Zbiek, R., M. Heid, G. Blume y T. Dick. 2007. Research on Technology in Mathematics Education: The Perspective of Constructs. En: Lester F. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Volume 2*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

CAPÍTULO 8

Orquestando la enseñanza: coordinar el uso de tecnología con actividades tradicionales de matemática

Ana Díaz y Miguel Nussbaum (Pontificia Universidad Católica de Chile)

El aula de hoy es un lugar cada vez más complejo y exigente. En este contexto, los maestros no solo son responsables de preparar los planes de clases, adaptar el currículo y preocuparse por la disciplina y la seguridad; también son responsables de comprender y utilizar una variedad de recursos para enriquecer el proceso de aprendizaje (Sharples 2013). Existe abundante evidencia que sugiere que la tecnología no funciona por sí sola y que el entorno de aprendizaje digital debe estar vinculado a la experiencia de aprendizaje (Luckin et al. 2012). Dado este rango de demandas, este capítulo propone que la tecnología vaya acompañada de orquestación, es decir, orientación personal para maestros y alumnos.

Este capítulo analiza más detenidamente el concepto mencionado, específicamente en el contexto de la enseñanza de matemática. Revisa los diferentes elementos de la orquestación, su estructura y las condiciones que requiere, y luego examina la evidencia del impacto que la orquestación ha tenido hasta la fecha.

8.1 El problema

En toda América Latina y el Caribe (ALC), así como en otras partes del mundo, los niños no están aprendiendo lo que deben según sus etapas de aprendizaje y desarrollo. Por ejemplo, un estudio de Chile, basado en un examen nacional estandarizado de matemática para cuarto y octavo grado, encontró que aproximadamente dos de cada tres niños no alcanzaban el nivel mínimo de rendimiento determinado por el Ministerio de Educación (Nussbaum et al. 2017).

Existen innumerables políticas en todo el mundo que proporcionan tecnología a las escuelas para mejorar la calidad de la educación. Sin embargo, la evidencia internacional muestra que, en el mejor de los casos, existe una relación débil o negativa entre el uso de la tecnología educativa en la escuela y el rendimiento de los alumnos. La evidencia sugiere que los programas basados en la enseñanza asistida por computadora producen mejoras limitadas en el aprendizaje (Slavin y Lake 2008). En este sentido, el aprendizaje asistido por computadora es un sistema en el que una computadora presenta de manera interactiva el material de enseñanza, evalúa el proceso de aprendizaje y proporciona retroalimentación. Por lo tanto, vale la pena considerar ir más allá de los materiales digitales o la enseñanza asistida por computadora para guiar los cambios en la enseñanza requeridos a partir de la incorporación de la tecnología.

Las políticas que brindan a las escuelas infraestructura tecnológica, incluida la política vigente en Chile desde hace más de 20 años, conocida con el nombre de Enlaces (Donoso 2010), deben comenzar a incluir directrices para los maestros, como la orquestación (Nussbaum et al. 2013). Se ha analizado cómo apoyar a los maestros en la tarea de agregar valor a las experiencias de aprendizaje mediante el uso de la tecnología (Guzmán y Nussbaum 2009). Esto se logra administrando con éxito aspectos de logística y pedagogía, así como fomentando la interacción social dentro del aula siempre que la tecnología esté disponible (Nussbaum y Díaz 2013).

Mientras que el plan de clases detalla las acciones del maestro desde un punto de vista logístico (es decir, aspectos relacionados con el espacio y el tiempo, así como estrategias para el manejo de recursos), y desde un punto de vista pedagógico (es decir, los elementos que conforman el proceso de enseñanza), la orquestación detalla explícitamente las interacciones sociales que pueden tener lugar dentro del aula. Por lo tanto, la orquestación puede entenderse como un proceso cultural para introducir nuevas prácticas pedagógicas en el aula guiando el trabajo de maestros y alumnos (Perrotta y Evans 2013). Al coordinar el uso de diferentes recursos y herramientas, la orquestación le proporciona al docente flexibilidad para adaptar las actividades a diferentes necesidades estructurales y emergentes (Prieto et al. 2011a).

8.2 ¿Qué son los modelos orquestados?

Cuando se considera introducir tecnología en el aula, es natural que se piense en la relación entre los elementos y procesos que convergen dentro de este proceso. El aula es un entorno sistémico en el cual el correcto funcionamiento de cada elemento afecta a los elementos colindantes.

Reconocer esto revela la interdependencia entre los elementos logísticos y pedagógicos que subyacen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La orquestación guía a los maestros para que puedan estructurar sus clases de modo de integrar con éxito los recursos convencionales y digitales (Nussbaum et al. 2013). En este caso, las decisiones pedagógicas y las experiencias de aprendizaje siempre se centran en el alumno (Chamberlain et al. 2001). Una orquestación del trabajo en el aula usando tecnología detalla las acciones requeridas para que un maestro implemente nuevas estrategias. Estas pueden incluir tareas novedosas que tienen como objetivo integrar una gama de diferentes recursos.

Esta estrategia no se basa en los procesos tradicionales de desarrollo profesional docente. En su lugar, se trata de una guía práctica, paso a paso, o de un conjunto de directrices que se pueden entregar a los maestros en formato digital o como un pequeño folleto. Cuando está bien diseñado, este material fomenta el hecho de que el proceso de enseñanza se centre en los alumnos (Goodyear y Dimitriadis 2013), y permite que estos participen y desempeñen un papel de liderazgo en su propio aprendizaje, con el maestro como mediador (Nussbaum et al. 2013).

8.2.1 ¿Qué es lo que orquestra la guía de estrategia y por qué?

La orquestación planifica las clases asociadas con un currículo estándar al describir las acciones esperadas de parte del maestro desde un punto de vista logístico y pedagógico (Nussbaum y Díaz 2013). En este caso, la logística se refiere a aspectos del espacio y del tiempo, así como a estrategias para distribuir y recolectar recursos (tanto tecnológicos como convencionales). Por otro lado, la pedagogía abarca todos los elementos que juntos conforman el proceso de enseñanza. Esto incluye el tipo de preguntas a plantear a los alumnos, ejemplos, el tipo de monitoreo necesario, las formas de interacción con los alumnos y la dinámica del aula (por ejemplo, el trabajo individual o en grupos pequeños).

El cuadro 8.1 muestra cómo se construye una orquestación. Las preguntas macro se refieren a las seis dimensiones del trabajo en el aula: asignatura/currículo, tiempo/frecuencia, propósito/objetivo, procedimientos/metodología, recursos/organización y monitoreo/evaluación. Para cada una de estas seis dimensiones, las micro preguntas a su vez se relacionan con los elementos correspondientes de la orquestación y van más allá del plan de clase tradicional. La principal diferencia entre un plan de clase y una orquestación es que esta última especifica las interacciones sociales dentro del aula. Debe entenderse como un proceso cultural que muestra cómo los maestros en un contexto particular pueden adoptar prácticas innovadoras al incorporar la tecnología en su enseñanza (Perrotta y Evans 2013).

En el anexo 8.1 se puede encontrar un ejemplo de una orquestación, donde se responden las preguntas micro para la orquestación de una clase

CUADRO 8.1
GUÍA PARA LA PLANIFICACIÓN DE UNA ORQUESTACIÓN

Preguntas macro	Preguntas micro
¿Qué asignatura y grado abordará la orquestación?	¿En qué grado se enfocará? ¿Qué materia se enfocará? ¿Qué tema específico se enfocará?
¿Con qué frecuencia y por cuánto tiempo se implementará la orquestación?	¿Cuánto tiempo realmente hay para enseñar este tema? ¿Qué aspecto del tema se cubrirá en la primera, la segunda, la tercera semana y las siguientes? ¿Cómo se dividirá el tiempo disponible para la clase en diferentes experiencias de aprendizaje? ¿Para qué momento de la clase se prepararán estas experiencias de aprendizaje?
¿Cuál es el propósito pedagógico de la orquestación?	¿En qué habilidad cognitiva se enfocarán las experiencias de aprendizaje de esta clase? ¿Qué objetivo de aprendizaje se espera que alcancen los alumnos al final de esta unidad? ¿Cuál es el objetivo de aprendizaje específico que los alumnos deben alcanzar después de la clase 1, 2, 3, y otras, en la primera, la segunda, la tercera semana y las siguientes? ¿Qué conocimientos previos necesitan los alumnos para que las experiencias de aprendizaje que se han diseñado sean útiles en función del objetivo de la clase?
¿Qué procedimientos pedagógicos incluye la orquestación?	¿Qué metodologías deberán seguir los alumnos para aprovechar estas experiencias de aprendizaje? ¿Qué clase de coherencia existe entre ellas? ¿Cómo deberían trabajar los alumnos para que las experiencias de aprendizaje avancen adecuadamente? ¿Cómo organizar el espacio para llevar a cabo las experiencias de aprendizaje? ¿Qué instrucciones específicas se deben dar a los alumnos sobre el uso de los recursos (tecnológicos y convencionales)? ¿Qué instrucciones se deben dar a los alumnos para que comprendan las experiencias de aprendizaje?
¿Qué recursos se utilizan en la orquestación?	¿Qué recursos se deben preparar para que las experiencias de aprendizaje puedan desarrollarse de manera óptima? ¿Qué tipo de coherencia hay en el uso de estos recursos?

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 8.1 (*continuación*)
GUÍA PARA LA PLANIFICACIÓN DE UNA ORQUESTACIÓN

Preguntas macro	Preguntas micro
¿Qué procedimientos de monitoreo incluye la orquestación?	¿Cómo interactuaré con mis alumnos durante las experiencias de aprendizaje? ¿Cómo se pueden promover las interacciones positivas durante estas experiencias?
	¿Qué recursos se usarán para monitorear los avances de los alumnos, y cómo y cuándo se utilizarán?
	¿Qué preguntas les haré a los alumnos para asegurarme de que entienden las explicaciones y los ejemplos presentados?
	¿Cómo asegurar que los alumnos cumplan los objetivos de aprendizaje establecidos para las clases 1, 2, 3, etc. en la primera, la segunda, la tercera semana, etc.?

Fuente: Elaboración propia.

de quinto grado con el tema fracciones. Esta orquestación es para una sola clase tomada de una serie de ocho clases que se enfocan en el mismo objetivo de aprendizaje. Este ejemplo fue extraído del material desarrollado para un proyecto realizado en Colombia (Díaz et al. 2015b).

El marco que se exhibe en el anexo 8.1 representa una orquestación que ha sido diseñada desde una perspectiva de enseñanza. Sin embargo, también es posible diseñar orquestaciones desde una perspectiva de aprendizaje, es decir, revisando las fases y etapas propuestas en el capítulo 2 de este libro con respecto a la enseñanza de matemática.

El capítulo 2 describe el modelo de enseñanza balanceado de tres fases. En la primera fase, el maestro les pide a los alumnos estrategias y métodos que ya conocen para resolver problemas matemáticos. En el segundo, el maestro presenta métodos accesibles y eficientes de resolución de problemas que se construyen sobre las estrategias que los alumnos presentan y teniendo en cuenta errores típicos. En la fase final, los alumnos adquieren fluidez en la aplicación de los métodos más adecuados para resolver problemas matemáticos, reconociendo y evitando errores comunes. Estas tres fases pueden encuadrar cómo se ve una orquestación, ya sea que se las incluya como un elemento adicional o que se reemplacen elementos existentes con otros tales como “Fases de una clase: Fase de apertura, Fase de enseñanza y Fase de cierre”, “Proceso cognitivo: recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar o crear” u “Objetivos de la clase”.

Además, volviendo a las cinco etapas para adquirir habilidades matemáticas propuestas en el capítulo 2, también se puede enmarcar la forma en que se lee una orquestación. Esto se puede hacer especificando, a partir del elemento “Proceso cognitivo: recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar o crear", ya sea que las actividades pedagógicas y los recursos orquestados se refieran al momento de la comprensión conceptual, el razonamiento adaptativo, la disposición productiva y la fluidez de los procedimientos, o a la competencia estratégica.

Esto sugiere que la flexibilidad de la orquestación y el uso de los conceptos que enmarcan cómo se lee dependerán de la posición y la visión pedagógica del contexto en el que se va a implementar. También vale la pena señalar que se proporcionarán diferentes pautas dependiendo de si la orquestación está diseñada desde una perspectiva de enseñanza o de aprendizaje, es decir, desde el punto de vista de un docente o de un alumno. En cualquier caso, estas pautas actuarán como una estructura para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

8.2.2 Contexto local

Se han estudiado innumerables casos internacionales exitosos que permiten sugerir potenciales mejoras en las prácticas pedagógicas para que los maestros coordinen de manera armoniosa las experiencias de aprendizaje basadas en recursos convencionales y digitales. Sin embargo, nada se logrará a través de políticas generales que buscan mejorar las escuelas sin reconocer el contexto local (Lupton 2005). Por ejemplo, al diseñar y poner en marcha un modelo orquestado para escuelas en Uruguay (Díaz, Nussbaum y Varela 2015), una de las debilidades del proyecto fue no haber considerado el conocimiento local de los maestros sobre cómo implementar el currículo. En este caso, el diseño de las orquestaciones se basó en el currículo nacional de ese momento. Sin embargo, al no considerar los plazos que ya habían sido adoptados por los propios docentes, esto a veces se tradujo en un uso irregular de las directrices provistas.

Sobre la base de las lecciones aprendidas en Uruguay, un proyecto posterior llevado a cabo en Colombia invitó a los maestros a participar en el proceso de planificación inicial para ayudar al diseño de las orquestaciones (Díaz et al. 2015b). Esto resultó ser un punto de inflexión: tomar en cuenta el conocimiento local se volvió fundamental para que la propuesta tuviera sentido para los participantes. También fue esencial para identificar y atender las necesidades de los usuarios.

Antes de iniciar procesos para apoyar a los maestros, primero se debe realizar un análisis de las necesidades basado en el conocimiento de los docentes sobre el contexto local. Este análisis debe centrarse en revisar el currículo y ver cómo se aplica en el aula en términos de profundidad y alcance. Esto ayudará a concentrar los esfuerzos en aquellos aspectos que los maestros identifican como críticos. Cuando una orquestación se extienda más allá de la realidad de los usuarios (en el caso de Colombia, los mismos maestros), es más probable que se adopte y se use de manera sistemática. Esto se debe a que ya no está aislada o separada del proceso educativo de los alumnos. Asimismo, existe evidencia que indica la importancia del uso sistemático de los dispositivos digitales en los programas enfocados en matemática (Penuel, Singleton y Roschelle 2011). Y justamente la experiencia de Uruguay ya descrita muestra que se obtuvieron resultados positivos solo cuando se hizo un uso sistemático de los dispositivos.

En este sentido, tomar en cuenta el conocimiento local y detectar las necesidades contextuales son esenciales al diseñar las orquestaciones. Para establecer la política educativa y evaluar el impacto de estrategias como la orquestación, se debe considerar el contexto social de las escuelas (Thrupp y Lupton 2006). De la misma manera, una orquestación desarrollada con una realidad particular en mente no será necesariamente adecuada para otra (en términos de estructura y contenido).

8.2.3 Capacitación

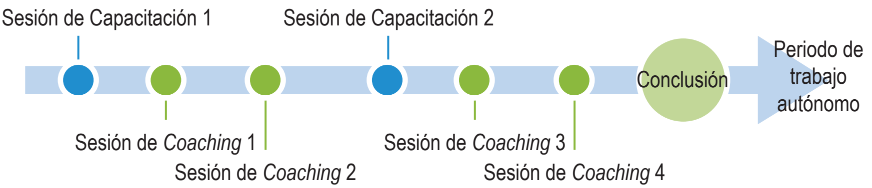
Los cursos de capacitación que acompañan a los modelos de orquestación se centran en una discusión pedagógica más que en los dispositivos tecnológicos que se utilizarán. La evidencia sugiere que la capacitación de los maestros es un requisito básico cuando se introduce tecnología en las escuelas (Falck, Kluttig y Peirano 2013). Por lo tanto, la incorporación de la tecnología educativa en el proceso de capacitación inicial y desarrollo profesional continuo debe ser una prioridad para cualquier país interesado en introducir estas herramientas en su sistema escolar. Muchos programas gubernamentales centrados únicamente en herramientas básicas de productividad, como el correo electrónico, Internet y otros programas administrativos (Kozma 2008), no son suficientes ni esenciales para el trabajo de un maestro.

La capacitación que acompaña a la orquestación busca abordar un problema crítico: la visión pedagógica de la tecnología por parte del docente (Prieto et al. 2011b; Mishra y Koehler 2006; Shechtman y Knudsen 2009). Muy pocos proyectos de investigación han vinculado el desarrollo de habilidades técnicas (es decir, la forma en que los maestros entienden y utilizan las tecnologías de la información y la comunicación) con la pedagogía. En cambio, los programas de capacitación docente se enfocan sobre todo en el potencial de nuevas herramientas, independientemente de las prácticas de enseñanza locales (Jung 2005). En el vínculo entre habilidades técnicas y pedagogía, hay una triangulación entre el conocimiento pedagógico, el conocimiento tecnológico y el conocimiento del contenido (curricular) (Koehler y Mishra, 2009). Por lo tanto, la capacitación debe tomar en cuenta esta triangulación, ya que integra elementos logísticos (conocimiento tecnológico) con elementos pedagógicos (conocimiento pedagógico y de contenido). El objetivo es introducir diferentes recursos de aprendizaje y dinámicas en las prácticas de enseñanza (Beetham y Sharpe 2013). En este sentido, al capacitar a los maestros, es necesario considerar elementos de metodología, currículo, tecnología, actitud, comunicación y evaluación (Guzmán y Nussbaum 2009).

La experiencia de Colombia descrita anteriormente refleja un proceso de capacitación docente que incorporó las características detalladas en el párrafo anterior, así como un elemento de *coaching* (Díaz et al. 2015b). El proceso se diseñó en función de las características de la propia estrategia pedagógica. Esto está en línea con los hallazgos de estudios anteriores, como el de Lawless y Pellegrino (2007), que ubican el desarrollo profesional en el centro del acceso efectivo a los recursos digitales y las estrategias de enseñanza para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. En Colombia este proceso consistió en dos reuniones de 3 horas (sesiones de capacitación 1 y 2; véase el gráfico 8.1) en las que se alentó a los maestros a reflexionar sobre la apropiación de los diferentes componentes de la estrategia de enseñanza.

La primera sesión de capacitación marca el comienzo del proceso de implementación y establece las bases para transferir la orquestación en función de las características y necesidades pedagógicas de cada docente. La segunda se lleva a cabo en un momento crítico, cuando el esfuerzo requerido por los maestros ha aumentado. Esto se debe a que la orquestación exige cambios en las prácticas docentes, según las instrucciones escritas. Aquí, la capacitación se centra en los procesos de cambio que se han implementado hasta ese momento. Se invita a los maestros a identificar los elementos más efectivos de la orquestación hasta el momento, así como aquellos que

GRÁFICO 8.1
MODELO DE *COACHING* Y CAPACITACIÓN BASADO EN LA EXPERIENCIA DE IMPLEMENTACIÓN DE ORQUESTACIONES EN COLOMBIA



Fuente: Díaz et al. (2015b).

necesitan ser adaptados. Al verbalizar su experiencia, los maestros comienzan a consolidar su apropiación de la orquestación y, por lo tanto, el esfuerzo requerido comienza a disminuir. Las cuatro sesiones de *coaching* (véase la siguiente sección) se enfocan en cómo las orquestaciones pueden adaptarse al contexto local y la realidad de los maestros, lo que lleva a una mayor autonomía. La sesión de recapitulación representa el final del período de transferencia. La idea es lograr que los maestros capacitados puedan transferir esta experiencia a otros docentes, otros grados y/o áreas de aprendizaje.

8.2.4 *Coaching*

Acompañar al maestro es particularmente importante porque permite una transferencia real de la orquestación. Al hacer esto, el uso, la flexibilidad y la adaptabilidad de la orquestación se pueden modelar in situ para cada contexto. Por lo tanto, esto permite que los maestros utilicen con éxito la orquestación. El *coaching* se considera para los programas de capacitación en orquestación sobre la base de la evidencia proveniente de haberlo probado en diferentes campos (Díaz et al. 2015b). También se ha sugerido que este tipo de capacitación podría introducirse en el campo de la educación con resultados positivos, dado su enfoque práctico (Knight y van Nieuwerburgh 2012).

La evidencia sugiere que después de años de resultados decepcionantes en cuanto a los esfuerzos realizados para mejorar el desarrollo profesional, muchos programas ahora consideran el uso de *coaches* (entrenadores) para mejorar el éxito de las innovaciones en las escuelas (Kretlow, Cooke y Wood 2012). Los *coaches* exitosos son aquellos que se enfocan en mostrar a los maestros cómo y por qué ciertas estrategias marcan una diferencia para sus alumnos. El *coaching* está estructurado alrededor del trabajo de un *coach* con un pequeño grupo de maestros, con el objetivo de utilizar con éxito las instrucciones contenidas en las orquestaciones. Al hacer esto, el *coaching* mejora las prácticas de los maestros en el aula y, como resultado, el rendimiento de sus alumnos (Russo 2004).

El rol de un capacitador consiste en buscar un modelo de desarrollo profesional para ampliar el conocimiento de los maestros sobre las estrategias efectivas en el aula. Por su parte, el papel del *coach* es poner en práctica los conceptos teóricos. De esta manera, el *coach* contribuye a generar cambios, al fomentar la acción pedagógica (Knight y van Nieuwerburgh 2012).

El gráfico 8.1 muestra los dos conjuntos de sesiones de *coaching* que los maestros reciben en el aula. El objetivo del primer conjunto de sesiones (sesiones de *coaching* 1 y 2 que se presentan en el gráfico 8.1) es acompañar a los maestros en la preparación de sus clases, así como en el aula cuando comienzan a utilizar orquestaciones. Otro objetivo es modelar el uso de la orquestación y mostrar a los maestros cómo seguir las instrucciones sugeridas por el guion. El segundo conjunto de sesiones de *coaching* en el aula (sesiones de *coaching* 3 y 4 del gráfico 8.1) se enfoca en apoyar a los maestros para que adopten la orquestación, ayudándolos a ver qué tan adaptable, flexible y relevante puede ser. El objetivo de este segundo conjunto de sesiones es promover la autonomía en la gestión y el uso de la orquestación, acompañando nuevamente a los maestros con la preparación de sus clases orquestadas.

El *coaching* en el aula toma en cuenta los eventos que ocurren en dicho espacio, las relaciones sociales entre los actores y las necesidades de maestros y alumnos (Slavin 2006). Por ejemplo, para el estudio efectuado en Colombia, las sesiones de *coaching* 1, 2, 3 y 4 (gráfico 8.1) se basaron en la gestión de la logística en el aula, a fin de que los maestros pudieran concentrarse lo más posible en la pedagogía y la enseñanza, en lugar de hacerlo en la propia tecnología. Esto se hizo proporcionándoles comentarios sobre su trabajo y buscando reforzar su apropiación de esta nueva estrategia de enseñanza (Díaz et al. 2015b).

Una orquestación especifica cómo el maestro debe administrar el tiempo, el espacio, los recursos y las intervenciones clave durante el trabajo de los alumnos. Por lo tanto, cada maestro recibió dos sesiones de *coaching* sobre la planificación efectiva de las clases. Esto les ayudó a revisar una orquestación basada en las oportunidades y barreras que estaban presentes en su propio contexto. Kennedy (2005) sugiere que las taxonomías en educación se han basado normalmente en conceptualizaciones idealizadas más que en la realidad del aula o las necesidades del maestro. En este sentido, las taxonomías no toman en cuenta el ritmo de una clase o cómo mantener el entorno óptimo para el aprendizaje, lo que posiblemente constituya la mayor preocupación de un maestro. Sin embargo, la buena enseñanza no solo está determinada por factores del nivel escolar o por el conocimiento, las creencias o las actitudes de un maestro. También influyen las necesidades de los alumnos, así como factores relacionados con la clase y el nivel de los mismos (OCDE, 2009). Como resultado, son estos elementos los que se revisan y analizan durante las reuniones de planificación.

Las sesiones de *coaching* para la planificación de clases se centraron en cómo administrar el tiempo y el espacio, cómo usar los recursos y cuándo interactuar con los alumnos. Los maestros recibieron apoyo sobre la base de las necesidades de sus alumnos, como —por ejemplo— mantener el ritmo de la clase y un ambiente de aprendizaje adecuado.

Finalmente, hay un elemento de *coaching* institucional, en cuyo caso el trabajo se realiza con el equipo directivo superior (Leithwood et al. 2004).

La participación del equipo directivo es fundamental y, por lo tanto, es necesario trabajar con un miembro del mismo. En el estudio de Colombia, los investigadores trabajaron con un representante del equipo directivo de cada escuela para programar el uso de la tecnología, así como para revisar el apoyo tecnológico que estaba disponible para los docentes (Díaz et al. 2015b).

8.2.5 Seguimiento y evaluación

Como una extensión de la orquestación, es de vital importancia considerar los indicadores de monitoreo que permiten realizar un seguimiento de la implementación y el uso de las orquestaciones. El objetivo de esta actividad es recopilar información que permita evaluar la experiencia en términos de adaptación, mejora o cambios en las orquestaciones. Al incluir un proceso de monitoreo previamente planificado, se pueden evaluar las políticas piloto. El análisis de los criterios que se monitorean puede determinar los elementos más destacados de cada contexto en términos de cómo facilitan u obstaculizan la implementación de estrategias que buscan mejorar el aprendizaje.

8.2.6 Requisitos para los diferentes elementos de la orquestación

La realidad del entorno escolar determina las necesidades de cada orquestación. El cuadro 8.2 detalla los requisitos para cada elemento que la compone.

CUADRO 8.2
REQUISITOS PARA LOS DIFERENTES ELEMENTOS DE LA ORQUESTACIÓN

Elementos	Requisito
Contenido curricular y tiempo	Los maestros involucrados deben definir el contenido y el calendario correspondiente a través de una reunión, taller o seminario.
Habilidades tecnológicas y curriculares	Cuanta menos capacitación tenga el maestro, más especificaciones técnicas o curriculares debe contener la orquestación.
Equipo directivo	Debe contarse con la participación de al menos un miembro del equipo directivo.
Asistencia técnica en la escuela	Si no hay asistencia técnica, los maestros deben recibir capacitación técnica y tener tiempo para preparar la logística. También deben recibir una segunda ronda de capacitación sobre los elementos técnicos y logísticos de la clase.

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 8.2 *(continuación)*
REQUISITOS PARA LOS DIFERENTES ELEMENTOS DE LA ORQUESTACIÓN

Adultos en el aula	Debe haber al menos un maestro en el aula para implementar un modelo orquestado.
Tiempo de planificación de la clase	La orquestación debe revisarse antes de implementarse para que el maestro pueda adaptar las estrategias y preparar los materiales necesarios.
Materiales impresos	Las actividades en papel que deben completar individualmente los niños deben imprimirse.
Dispositivos tecnológicos para cada niño	Cuando el trabajo requiere una computadora por niño, pero no hay suficientes computadoras en el aula, se pueden organizar actividades simultáneas para dos grupos. Uno de estos grupos trabaja en las computadoras, mientras que el otro lo hace en papel. La orquestación considera que un grupo trabajará con las computadoras en una sesión y con las actividades en papel en la siguiente, para que todos los niños tengan las mismas oportunidades de aprendizaje.
Tecnología visual	Si la orquestación incluye presentaciones visuales como PowerPoint, debe haber un proyector y una computadora para presentarlas. Si no hay un proyector disponible, es mejor no usar dichas presentaciones. En Uruguay, se determinó que tener alumnos sentados alrededor de un monitor de tamaño estándar no era muy efectivo e incluso podría ser perjudicial (Díaz, Nussbaum y Varela 2015).
Conexión a Internet	Es mejor usar actividades que no requieran una conexión a Internet, ya que no siempre está disponible o no siempre tiene el ancho de banda necesario para que la actividad se realice sin problemas.

Fuente: Elaboración propia.

8.3 Cómo se estructuran los modelos orquestados y por qué podrían mejorar el aprendizaje de matemática

8.3.1 Diversidad de experiencias de aprendizaje

Cuanto más diversa sea la experiencia educativa, más se consolidará el aprendizaje. Esto se debe a que una experiencia más diversa abarca diferentes puntos de vista, dominios de aprendizaje y experiencias sensoriales. El estudio realizado en Colombia descrito anteriormente involucraba orquestaciones que presentaban diversas experiencias de aprendizaje basadas en diferentes tipos de recursos. El objetivo era atender diferentes estilos de aprendizaje y ritmos dentro del aula. En este sentido, la orquestación brindó una serie de oportunidades diferentes para aprender sobre un tema de matemática específico. Esto permitió que los alumnos consolidasen su conocimiento de este tema en base a un rango de experiencias.

CUADRO 8.3
MUESTRA DE EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE ORQUESTADAS PARA ESTUDIAR MATEMÁTICA

Tipo de actividad	Materiales	Objetivo	Interacción
Toda la clase	Presentación en PowerPoint	Explorar y descubrir el contenido a través de una narrativa que hace que los nuevos conceptos sean significativamente más accesibles para los alumnos.	Principalmente dirigido por el maestro, con participación de los alumnos en preguntas y ejercicios.
Toda la clase	Pizarra convencional	Compartir dudas y repasar ejemplos.	Principalmente dirigido por el maestro, con participación de los alumnos en preguntas y ejercicios.
Individual	Netbook, *software* con secuencia curricular	Profundizar los contenidos del currículo básico de matemática.	Autonomía para los alumnos, mientras el maestro camina por el aula para responder preguntas y monitorear los logros y dificultades.
Individual	Actividades en papel	Practicar el razonamiento y las habilidades de procedimiento en matemática.	Autonomía para los alumnos, mientras el maestro camina por el aula para responder preguntas y monitorear los logros y dificultades.
Grupos pequeños	Actividades manuales (recortes, juegos, etc.)	Usar juegos grupales para establecer conexiones con las actividades realizadas anteriormente con PowerPoint, *software* y planillas de cálculo.	Alumnos organizados en pequeños grupos, con mediación del maestro.
Individual	Netbook, *software* con secuencia curricular	Profundizar en los contenidos del currículo básico de matemática de acuerdo con las necesidades específicas de cada niño.	Autonomía para los alumnos, mientras el docente camina por el aula para responder preguntas y monitorear los logros y dificultades.

Fuente: Elaboración propia.

El conjunto de actividades que se pueden incluir en una orquestación para aprender matemática se detalla en el cuadro 8.3. Todas estas actividades deben establecerse dentro de una narrativa, ya que esto permite que los conceptos abstractos se expresen utilizando un lenguaje cotidiano que sea familiar para los alumnos (Burton 2002)

Para analizar cómo el aprendizaje en matemática se beneficia de un entorno de aprendizaje orquestado, en las secciones que siguen se revisan los tipos de actividades o experiencias de aprendizaje que se pueden incluir en un modelo orquestado.

8.3.2 Oportunidades digitales

El uso de dispositivos digitales ha demostrado, en ciertas circunstancias, tener un efecto positivo en el aprendizaje de los alumnos (Cheung y Slavin 2013; Mo et al. 2013, 2104; Yang et al. 2013). Sobre esta base, las orquestaciones incluyen un componente digital para el trabajo en el aula. Estos recursos tecnológicos se integran constantemente para brindar a los alumnos diferentes experiencias, como exploración, manejo de datos, gráficos de diferentes dimensiones y cálculos de niveles superiores. Además, es importante proporcionar experiencias que incluyan representaciones gráficas y simbólicas para promover la comprensión de diferentes conceptos matemáticos (Nishizawa et al. 2012). En este sentido, los juegos y simulaciones por computadora son herramientas que facilitan el aprendizaje, ya que alientan a los alumnos a manipular, experimentar y visualizar gráficos de funciones y ecuaciones (véase el capítulo 7; véase también Recker, Sellers y Ye 2013). Al mismo tiempo, los motores de búsqueda y los sitios web específicos ayudan a los niños (Auzende, Giroire y Le Calvez 2009) a compartir y aclarar dudas, así como a discutir el contenido en entornos sociales virtuales (Ferguson y Buckingham 2012).

8.3.3 Preguntas orales

Otro elemento de la orquestación es la interacción entre el maestro y los alumnos, así como la interacción entre los propios alumnos fomentada por el docente (Kiemer et al. 2015). La literatura se centra en la importancia de la calidad, y no en la cantidad, de interacciones que tienen lugar en el aula. Esto incluye distintos elementos, como los tipos de preguntas formuladas por el maestro, el tipo de retroalimentación dada y los tipos de respuestas provistas. Para mantener la interacción a lo largo de la actividad, una orquestación proporciona a los maestros una serie de preguntas sugeridas que pueden mejorar la experiencia de aprender matemática (Díaz, Nussbaum y Varela 2015). Las preguntas orales en matemática ayudan a los alumnos a procesar información y a resolver problemas con una comprensión adecuada del significado de cada uno de sus componentes y conceptos (Huang, Liu y Chang 2012). Además, las preguntas orquestadas incluyen ejemplos que muestran cómo la matemática está presente en la vida cotidiana.

8.3.4 Trabajo multiplataforma

Las definiciones de lo que se denominan habilidades del siglo XXI señalan que los alumnos deben ser capaces de enfrentar el desafío de procesar innumerables estímulos, a través de diferentes plataformas, y responder simultáneamente a ellos, tal como lo hacen fuera de la escuela en el día a día (Álvarez et al. 2013). La alfabetización en distintos medios se ve respaldada por la existencia de un espacio multimodal. Esto responde a la necesidad de desarrollar capital humano para participar en un mundo altamente tecnológico (Jenkins et al. 2006). En este sentido, la orquestación multiplataforma fomenta el desarrollo de la inteligencia colectiva, la cognición compartida y la navegación de diferentes medios a través de distintos dominios de conocimiento (Álvarez et al. 2013). La definición de orquestación también incluye el trabajo multiplataforma, al detallar la integración de diversas áreas de aprendizaje con variadas dinámicas en el aula (grupales e individuales), y el uso de recursos convencionales y digitales (Dillenbourg, Järvelä y Fischer 2009).

8.3.5 Ejercicios basados en el ritmo individual de aprendizaje

Uno de los elementos incluidos en el diseño de la orquestación es el contenido digital que viene con la experiencia de aprendizaje basada en recursos tecnológicos. El valor agregado de las estrategias de enseñanza asistida por computadora se basa principalmente en su capacidad para identificar las fortalezas y debilidades de los niños (Slavin y Lake 2008). Al hacerlo, pueden proporcionar a los alumnos ejercicios adaptados a sus necesidades específicas de aprendizaje, determinando así el ritmo al que aprenden. Cabe tener en cuenta que los alumnos no necesariamente aprenden al mismo ritmo en que se imparte la clase. Por lo tanto, permitir que aprendan a su propio ritmo puede ser particularmente importante en materias como la matemática. En este caso, se requiere un conocimiento previo de los conceptos básicos antes de abordar temas más complejos. Aquí, el maestro actúa como intermediario del proceso de aprendizaje y promueve actividades que ayudan a los alumnos a construir una base sólida antes de pasar a temas más complejos.

Por lo tanto, el aprendizaje orquestado respalda los diversos y diferentes ritmos y necesidades de aprendizaje (Chamberlain et al. 2001; Watts 2003). Por ejemplo, el estudio de Colombia descrito anteriormente se centró en atender variados estilos y ritmos de aprendizaje. Esto se logró mediante el uso de un *software* que generó ejercicios para los alumnos según su nivel de aprendizaje, considerando además sus fortalezas y debilidades.

8.3.6 Experiencias de aprendizaje con retroalimentación formativa

La retroalimentación formativa es crítica para el aprendizaje de matemática (Black y William 2009). Brinda la oportunidad de corregir errores y detectar procesos defectuosos. Por lo tanto, evita establecer prácticas incorrectas para la resolución de problemas o para aprender matemática en general. Las explicaciones detalladas proporcionadas por el maestro en base a los ejercicios completados tienen más impacto que los consejos generales ofrecidos por los maestros puramente sobre la base de soluciones hipotéticas (Narciss et al. 2014). Además, la constante retroalimentación y el apoyo que un docente puede brindar en el aula es un factor determinante para el éxito de los alumnos (Nussbaum, Alcoholado y Buchi 2015). La retroalimentación puede organizarse a través de sugerencias y pautas para las interacciones de los maestros en el aula.

8.4 ¿Qué evidencia existe del impacto de la orquestación?

La enseñanza basada en la tecnología en matemática elemental ha sido ampliamente estudiada desde la década de 1980 por autores como Slavin y Lake (2008). Ahora es posible encontrar evidencia a partir de una serie de estudios a pequeña escala sobre el uso de la orquestación en matemática, ciencias y clases generales, así como la orquestación en sus diferentes formatos (por ejemplo, orquestación digital para guiar el desempeño de los alumnos y planes de acción para guiar el trabajo de los maestros). En particular, el cuadro 8.4 resume cuatro estudios que utilizan la orquestación, destacando la contribución de cada uno de ellos, así como las barreras de entrada y las lecciones aprendidas.

8.5 ¿En qué escuelas podrían funcionar mejor los modelos orquestados?

8.5.1 Condiciones ideales para un modelo orquestado

Discutir cuáles serían las condiciones ideales para el uso óptimo de las orquestaciones se complica por el hecho de que en las escuelas de ALC existe una gran diversidad. Puede que los elementos sugeridos como requisitos mínimos para las orquestaciones estén disponibles en todas las escuelas o no. Sin embargo, el estudio de Colombia analizado anteriormente podría tomarse como un modelo a partir del cual se pueden identificar ciertas condiciones ideales para la orquestación:

CUADRO 8.4
EVIDENCIA SOBRE LOS EFECTOS DE LA ORQUESTACIÓN

Autores	Concepto	Características de la muestra	Atributos del estudio	Barreras de entrada	Lecciones aprendidas	Valor
Sharples et al. (2015)	Orquestación para la realización de proyectos de investigación individuales.	Alumnos de entre 11 y 14 años de diferentes escuelas.	• Integración de los recursos convencionales y digitales. • Cubre una amplia gama de objetivos pedagógicos. • Aprendizaje autoguiado por los alumnos.	• Conocimientos tecnológicos previos. • Logística de la tecnología en el aula.	La orquestación debe tener en cuenta las habilidades técnicas y pedagógicas existentes, sin asumir un nivel deseado de conocimiento.	La combinación efectiva de tecnología y recursos convencionales, que abarca una gama de perspectivas y enfoques pedagógicos entre los maestros. Estos se sintieron apoyados por la orquestación a pesar de las dificultades con el manejo de la tecnología y el uso de datos digitales para monitorear los avances de los alumnos.
Díaz et al. (2015a)	Orquestación de un año escolar que toma en consideración el currículo nacional y la política tecnológica.	Veinte docentes de Montevideo (10 en el grupo de control y 10 en el grupo de tratamiento) con 544 alumnos de cuarto grado en 17 escuelas.	• Integración de los recursos convencionales y digitales.	• La cantidad y calidad de la tecnología disponible.	Las orquestaciones deben diseñarse teniendo en cuenta las restricciones curriculares, así como las restricciones de tiempo y capacidad pedagógica.	El uso sistemático de la orquestación promueve una mejora sustancial en comparación con la tecnología utilizada de forma irregular.

(continúa en la página siguiente)

CUADRO 8.4 (*continuación*)

EVIDENCIA SOBRE LOS EFECTOS DE LA ORQUESTACIÓN

Autores	Concepto	Características de la muestra	Atributos del estudio	Barreras de entrada	Lecciones aprendidas	Valor
Díaz et al. (2015b)	Al igual que en el caso anterior, además de tener en cuenta las necesidades individuales de aprendizaje.	Veinte docentes de Barranquilla (10 en el grupo de control y 10 en el grupo de tratamiento) con 531 alumnos de quinto grado en 20 escuelas.	• Integración de los recursos convencionales y digitales. • Aprendizaje del alumno a su propio ritmo.	• El costo de sesiones de *coaching* frecuentes y sistemáticas.	La participación del equipo directivo de la escuela es esencial cuando se implementa cualquier tipo de transformación pedagógica.	La importancia de no solo organizar el currículo, sino también adaptar las actividades y el ritmo de aprendizaje para satisfacer las necesidades de cada alumno.
Niramitranon, Sharples y Greenhalgh (2010)	Un sistema que define la secuencia de trabajo en el aula y promueve la colaboración entre los alumnos.	Cuatro clases de entre 20 y 30 alumnos (de 11 a 14 años) en una escuela con uso frecuente de tabletas en el aula.	• Un grupo de editores para desarrollar contenidos en tiempo real. • Gestión de la clase que permite actividades utilizando recursos convencionales y digitales para ser integrados, y que también permite la autonomía de los alumnos.	• Falta de herramientas que permitan diversificar los desafíos educativos en un entorno virtual.	Para que sea viable, los maestros deben tener las herramientas y el tiempo para desarrollar sus propias orquestaciones.	Es importante capacitar a los docentes para que se conviertan en diseñadores y organizadores de clases para sus alumnos.

Fuente: Elaboración propia.

- La infraestructura dentro de cada escuela, incluido el acceso permanente a la electricidad y un espacio seguro para almacenar equipos tecnológicos.
- La alfabetización digital de maestros y alumnos en el uso de los dispositivos relevantes.
- La promoción del uso pedagógico y del cuidado de dispositivos relevantes.
- La disponibilidad de tiempo (dentro del día laboral) para que los maestros participen en actividades de capacitación, revisen orquestaciones, practiquen el uso de los recursos digitales y planeen incluir estas experiencias orquestadas en sus clases.
- La disponibilidad de personal con los conocimientos técnicos necesarios dentro de la escuela para proporcionar apoyo técnico. Este soporte garantizará la efectividad y disponibilidad del equipo, así como también ayudará a los maestros a administrar los equipos entregándolos, recolectándolos y almacenándolos.
- El apoyo del director de la escuela (o director académico) durante todo el proceso de innovación. Esto requiere que los directores visiten el aula para comprender el contexto específico, que respalden a los maestros en los desafíos que enfrentan y que monitoreen el uso pedagógico de estas herramientas por parte de los docentes.
- El uso planificado de los recursos en cada escuela para garantizar que estén disponibles cuando sea necesario.
- El contacto permanente con la autoridad educativa local de modo de contar con el apoyo institucional necesario para guiar el proceso de toma de decisiones dentro de cada escuela. Al hacer esto, el trabajo realizado por los maestros dentro de las escuelas también se refleja en el trabajo administrativo de la autoridad local relevante.

Vale la pena destacar que las escuelas de ALC a veces tienen problemas que deben resolverse antes de implementar modelos orquestados. Por ejemplo, problemas de infraestructura, como el suministro inestable de electricidad y agua; sistemas precarios de gestión y administración educativa; brechas de conocimiento de los maestros sobre el currículo, las estrategias de enseñanza y la tecnología; y un currículo fijo que dicta lo que se debe enseñar a nivel nacional (Riqueleme 2017). En este sentido, cada escuela trae sus propias condiciones relacionadas con el contexto local. Por lo tanto, es esencial realizar un diagnóstico del contexto en el que se implementará un modelo orquestado. Esto llevará a tomar decisiones más pertinentes con respecto no solo a la provisión de tecnología, sino también a los elementos que se incluyen en la orquestación, así como a las actividades de capacitación y *coaching*.

Cabe señalar que en varios países de la región la experiencia ha demostrado que la desigualdad socioeconómica no se puede superar simplemente introduciendo la tecnología de la información y las comunicaciones (TIC) en el aula (Lamschtein 2016). Incluso se ha comprobado que sin una integración adecuada, el uso de computadoras en el aula puede tener un impacto negativo en el rendimiento de los alumnos (Patterson y Patterson 2017). Por lo tanto, la clave para mejorar el aprendizaje consiste en integrar dichos recursos en las experiencias diarias de los niños en la escuela (Ganimian y Murnane 2016). La orquestación puede desempeñar un papel clave en esto. Sin embargo, la brecha digital no se resolverá solo a través de la orquestación. Otro factor fundamental es la cantidad de años que los alumnos han estado trabajando con computadoras (Jara et al. 2015). Por lo tanto, sería deseable la promoción de la orquestación desde la educación preprimaria hasta la finalización de la secundaria.

8.5.2 Papel del equipo directivo

Los cambios y mejoras en el proceso de aprendizaje de los alumnos deben considerarse en asociación directa con el proceso de gestión de cada escuela. Se estima que el 25% de los avances de los alumnos puede deberse al trabajo del equipo directivo de la escuela (Leithwood et al. 2004). Por lo tanto, se podría afirmar que no es suficiente contar con el compromiso de los maestros y empoderarlos en el uso pedagógico de la tecnología. También es esencial que el equipo directivo esté involucrado en el proyecto para ayudar con la implementación de estas nuevas estrategias.

Integrar la tecnología en los procesos educativos no es solo una cuestión de decidir hacerlo (Area 2010; Valverde, Garrido y Fernández 2010). Es un proceso complejo en el que se deben tener en cuenta los diferentes actores y factores que están presentes en el aula. El uso de la tecnología no solo debe considerarse a nivel docente sino también a nivel escolar (Vanderlinde, Aesaert y van Braak 2014). Alrededor del 14% de la varianza en el uso de la tecnología por parte de los maestros se debe a las características del nivel escolar. Además, la evidencia revela que el rendimiento de los alumnos es mayor en las escuelas donde existe una política nacional para proporcionar tecnología, junto con altos niveles de dirección y apoyo en términos del uso pedagógico de los recursos por parte de los maestros (Salinas et al. 2017).

8.5.3 Perfiles docentes y su visión de la tecnología

En un estudio de tres países latinoamericanos, la mayoría de los maestros se calificó a sí misma en los niveles más altos en términos de su adopción de tecnología, independientemente de su conocimiento real (Salinas et al. 2017). Esto ayuda a interpretar los datos de Chile, que revelan que el uso de las TIC no está directamente relacionado con el rendimiento académico y que uno de los factores principales en la falta de uso de la tecnología disponible es la falta de apoyo pedagógico (Claro et al. 2013). Esto, a su vez, resalta la importancia del grado en que los maestros tienen orquestaciones disponibles.

En este sentido, un estudio cualitativo reveló que la medida en que los maestros de matemática utilizaban las orquestaciones estaba directamente relacionada con sus opiniones sobre la tecnología (Drijvers et al. 2010). Esto nuevamente señala la importancia de reconocer el contexto en el que se utilizan las orquestaciones. La orquestación debe usar un lenguaje familiar y accesible para establecer el escenario para el empleo exitoso de la tecnología. Este proceso se puede complementar con diferentes perspectivas, es decir, el diseño de la orquestación no tiene que limitarse a un punto de vista único de cómo se debe enseñar la materia (por ejemplo, matemática).

8.5.4 Desarrollo de habilidades

Las orquestaciones tienen que adaptarse a la realidad de cada aula. Esto afectará la forma en que los maestros reciben y se apropian de la orquestación. En las escuelas cuyos alumnos provienen mayormente de familias con un estatus socioeconómico más bajo, o en escuelas menos efectivas, la presión del papel social que desempeñan las escuelas a menudo conduce a deficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto se debe a que, en tales casos, el hecho de que la escuela deba proporcionar servicios sociales suele superar a su función educativa (Auwarter y Aruguete 2008). En general, en estos contextos a menudo se observan bajos niveles de apropiación y adopción sistemática de nuevas estrategias debido a los diferentes roles que se le pide a la comunidad escolar que desempeñe. Esto remite a los puntos enfatizados en la sección 8.2.2 de este capítulo. También revela las ineficiencias de las políticas generales que proponen modelos inadecuados para realizar mejoras en contextos que tienen distintas prioridades en términos de necesidades y apoyo.

Al diseñar las orquestaciones, es esencial tener en cuenta la diversidad de contextos que existen. Las orquestaciones deben considerar la existencia de contextos que requieren un apoyo diferenciado dadas las características de su ubicación geográfica y la situación socioeconómica de las familias de los alumnos (Lupton 2005).

Una política para implementar orquestaciones que toma en cuenta el marco curricular y el contexto local, así como las experiencias y el conocimiento de los maestros, entraña un alto costo. En este sentido, es cada vez más importante considerar el desarrollo de habilidades dentro de las escuelas, un tema fundamental cuando se trata de políticas y programas educativos que buscan ser ampliados. El objetivo de involucrar a los maestros en servicio en el desarrollo de orquestaciones es capacitarlos en la planificación de las clases. Las orquestaciones involucran una serie de pequeñas acciones que juntas constituyen prácticas de enseñanza adecuadas y efectivas para el uso de recursos convencionales y digitales a la vez que enfocan la enseñanza en el alumno. El detalle de estas acciones garantiza que los elementos implícitos del proceso de aprendizaje (como las interacciones y los tipos de preguntas) se vuelvan tan esenciales como los elementos explícitos (tiempo, recursos, contenido).

Para desarrollar estas habilidades entre los maestros en servicio, se sugiere una metodología basada en una serie de preguntas como las del cuadro 8.1. Estas preguntas llevan a los docentes a reflexionar y tomar decisiones pedagógicas, cuyo resultado es una orquestación. Usando tales preguntas y un ejemplo de orquestación (como el del anexo 8.2), una comunidad escolar puede desarrollar sus propias orquestaciones.

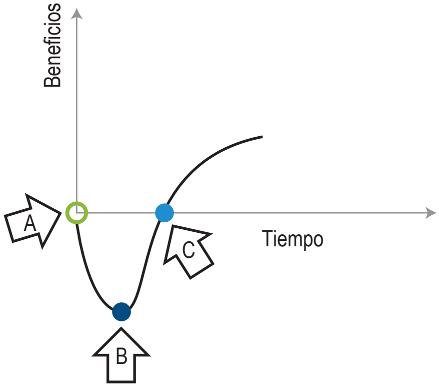
8.6 ¿Cómo puede maximizarse el impacto esperado del programa?

8.6.1 El proceso de apropiación de tecnología

Al diseñar e implementar las orquestaciones, se debe considerar el proceso de adopción de tecnología para los maestros, a fin de maximizar los impactos esperados. La apropiación puede verse como un proceso de transiciones dinámicas. Los docentes que adoptan la tecnología tempranamente y pasan una cantidad significativa de su tiempo en el aula integrando tecnología educativa en su enseñanza, tienen más probabilidades de adoptar nuevas tecnologías, independientemente de lo complejas que estas sean. Sin embargo, los maestros que adoptan más tardíamente la tecnología y la usan poco en sus clases, tienen menos probabilidades de adoptar nuevas tecnologías y son propensos a abandonar la adopción en ciertos puntos identificados (Aldunate y Nussbaum 2013).

Este proceso se muestra en el gráfico 8.2, donde se pueden identificar tres puntos críticos. El primero de ellos (punto *A*) representa el estado inicial en el que los usuarios todavía no han logrado dominar la tecnología y su experiencia empeora gradualmente hasta el punto *B*. Desde aquí (*B*), los usuarios comienzan a dominar la tecnología, pero hasta que cruzan el eje (punto *C*), su experiencia es peor que antes de que se introdujera la tecnología. La orquestación debe reconocer estos puntos críticos y proporcionar el apoyo necesario a través del *coaching* para superarlos.

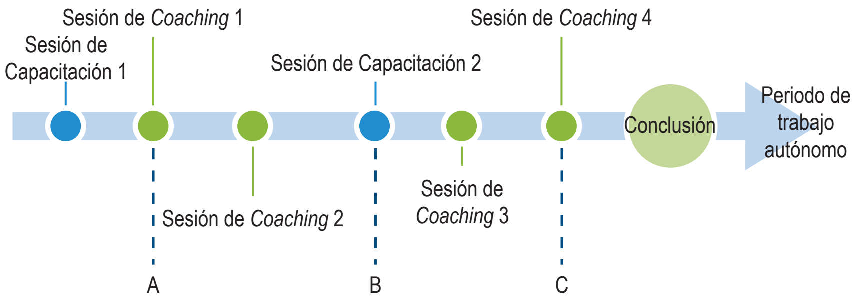
GRÁFICO 8.2
PROCESO DE ADOPCIÓN DE TECNOLOGÍA



Fuente: Aldunate y Nussbaum (2013).

Por su parte, el gráfico 8.3 muestra el gráfico 8.1 que se presentó para el estudio de Colombia, y que fue analizado anteriormente, incluidos los tres puntos críticos del gráfico 8.2. Por lo tanto, el gráfico 8.3 muestra que el punto *A* del gráfico 8.2 se relaciona con la capacitación inicial que inicia el proyecto. El punto *B* del gráfico 8.2 es un momento crítico: es cuando el maestro ve el valor más bajo en el uso de las orquestaciones. Por lo tanto, este momento requiere *coaching*, no solo para resolver las dudas del docente, sino también para reforzar todas las áreas donde se puedan observar las debilidades en el trabajo en el aula. El punto *C* representa el momento en que el maestro comienza a ver los beneficios de usar las orquestaciones. Hasta este punto, el maestro recibe apoyo a través del

GRÁFICO 8.3
MODELO DE CAPACITACIÓN Y *COACHING* BASADO EN LAS ORQUESTACIONES EN COLOMBIA



Fuente: Elaboración propia.

coaching en el aula. Este punto señala el comienzo del período de autonomía para el docente y está marcado por una reunión de recapitulación para el proyecto.

8.6.2 Apoyo pedagógico

El apoyo pedagógico que normalmente se incluye en las políticas de tecnología educativa suele enfocarse en aspectos técnicos de la tecnología y, rara vez, en aspectos pedagógicos. Solo en una minoría de casos este apoyo vincula ambos aspectos con la práctica docente real.

La orquestación puede ser vista como un primer paso para proporcionar apoyo pedagógico a los maestros. Esto se debe a tres razones principales. Primero, las habilidades tecnológicas docentes están relacionadas con su conocimiento y habilidades utilizando diferentes recursos tecnológicos. En segundo lugar, las habilidades pedagógicas les permiten utilizar estos recursos al diseñar y desarrollar un programa de estudios, así como en sus planes de clases (Suárez et al. 2013). En tercer lugar, se ha encontrado que las creencias constructivistas de los maestros tienen un efecto positivo en su uso de la tecnología, mientras que las creencias tradicionales tienen un efecto negativo (Hermans et al. 2008).

La orquestación vincula los elementos logísticos y técnicos de un aula con el potencial pedagógico que se puede proporcionar mediante el uso adecuado de las metodologías en el aula. Sin embargo, como se indicó anteriormente, la introducción gradual de orquestaciones dentro de una escuela debe ir acompañada de un proceso de capacitación y *coaching* (tanto en el aula como durante la planificación). Esto brindará oportunidades para el desarrollo profesional continuo en términos tanto del currículo como de la metodología, y se centrará en las propias prácticas del maestro. El apoyo pedagógico que vincula tanto el proceso de capacitación como el proceso de los docentes que reflexionan sobre sus propias prácticas conduce a resultados significativos de aprendizaje. Esto se debe a que estos resultados provienen de las propias experiencias de los maestros, que a su vez pueden recibir el apoyo continuo de la orquestación.

8.6.3 Apertura al cambio

Cuando se diseñan planes de apoyo o mejora para las escuelas, es esencial tener en cuenta la apertura al cambio. Resulta útil concebir el proceso de cambio en las escuelas como un proceso con hitos esperados (Murillo y Krichesky 2012). Este ciclo de cambio incluye las siguientes etapas:

0. *Fase de iniciación*. Tiene lugar cuando un grupo de personas demuestra interés en iniciar o promover un cambio en la práctica pedagógica en contextos donde la tecnología está disponible para el trabajo en el aula. Se llevan a cabo reuniones con la comunidad escolar para identificar sus expectativas y necesidades. Esta fase incluye el diagnóstico.
1. *Fase de planificación*. Se inicia cuando se define la dirección general del proyecto y los próximos pasos. Durante este período, el grupo que está interesado en comenzar un programa de mejora/apoyo docente trabaja con la comunidad escolar para planificar los elementos que se incluirán en la orquestación. En esta etapa, es importante que el proceso de cambio tenga sentido tanto para el equipo de administración como para los maestros. Las orquestaciones se desarrollan en función a la información recopilada durante el proceso de detección de necesidades y expectativas.
2. *Fase de implementación*. Durante esta fase se ponen en práctica las estrategias o acciones. La implementación de las orquestaciones comienza en el aula, cuando los maestros ponen en práctica las estrategias y acciones sugeridas por el guion pedagógico (orquestación). Este período empieza con la capacitación e incluye sesiones de *coaching* en el aula para acompañar a los maestros y aconsejarles sobre cómo utilizar de manera efectiva las orquestaciones.
3. *Fase de reflexión o evaluación*. Este es el período al final del programa piloto para implementar orquestaciones en un entorno educativo. Se basa en la reflexión y la evaluación de los procesos de cambio que se experimentaron en términos de aprendizaje de los alumnos, práctica pedagógica y gestión de los recursos tecnológicos dentro de la escuela.
4. *Fase de difusión*. Esta etapa tiene lugar cuando las innovaciones más exitosas se expanden a otros grados o áreas y se institucionalizan. La información sobre los cambios que se han implementado y los resultados de estos cambios se comparten en toda la escuela. Se pone especial énfasis en cómo estos esfuerzos se han traducido en estrategias que han demostrado ser particularmente eficaces.

8.7 Conclusiones y recomendaciones

Las ideas y evidencia presentadas en este capítulo se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Los niños no están aprendiendo y las computadoras compradas por los sistemas educativos no se están utilizando. Esto se debe a la falta de apoyo pedagógico para los maestros en términos de pautas que les permitan integrar la tecnología y las necesidades de aula en la enseñanza.

- Los maestros necesitan apoyo y la orquestación les proporciona un andamiaje. Lo hace coordinando la información pedagógica, curricular y tecnológica. Al unir estos tres elementos, la orquestación se establece como el eslabón perdido de las políticas para proporcionar tecnología educativa a los sistemas escolares.
- Las orquestaciones pueden ser proporcionadas a los maestros o desarrolladas internamente por las escuelas. En este sentido, una serie de preguntas orientadoras y un diagnóstico del contexto específico de la escuela pueden ayudar a las comunidades escolares a desarrollar sus propias orquestaciones.
- Las clases pueden ser total o parcialmente orquestadas, lo cual depende de las herramientas, los conocimientos y las habilidades del maestro.
- Independientemente de si una escuela ha recibido orquestaciones o las ha desarrollado internamente, su implementación requiere ciertas condiciones sociales y de infraestructura que ayudan a los maestros a superar los desafíos que enfrentan.
- La orquestación ha probado ser una herramienta eficaz, no solo para enseñar matemática, sino también en otras áreas del currículo.

Finalmente, el cuadro 8.5 resume las conclusiones centrales de este capítulo, sus implicancias de política pública y las recomendaciones a seguir.

CUADRO 8.5
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO E IMPLICANCIAS DE POLÍTICA Y RECOMENDACIONES

Conclusión		Implicancia de política o recomendación
El aprendizaje en las escuelas no mejora y las computadoras provistas no se utilizan.	→	Cambiar el enfoque de la introducción de tecnología en las escuelas para priorizar el apoyo pedagógico.
Falta de apoyo pedagógico para integrar la tecnología en la enseñanza.	→	Centrarse en el apoyo pedagógico, teniendo en cuenta los aspectos culturales del aula más que los aspectos tecnológicos.
Necesidad de orquestaciones para estructurar y apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje.	→	Las pautas de orquestación, capacitación y *coaching* para maestros deben tomar en consideración la realidad de la escuela donde se implementan.

Fuente: Elaboración propia.

ANEXO 8.1
MARCO QUE DETALLA LOS ELEMENTOS DE UNA ORQUESTACIÓN[a]

Micro preguntas	Elemeno[b]	Categoría	Descripción	Ejemplo[c]
¿Qué grado se enfocará?	Grado o curso seleccionado para la actividad	Pedagógica	Grado o clase a la que se dirige la actividad pedagógica.	*5to grado*
¿Qué materia se enfocará?	Área del currículo	Pedagógica	Área del currículo al que pertenece la actividad pedagógica.	*Matemática*
¿Qué tema específico se enfocará?	Nombre de la unidad	Pedagógica	Tema específico al que pertenece la actividad pedagógica.	*Fracciones*
¿Cuánto tiempo realmente hay para enseñar este tema?	Tiempo dedicado a la clase	Logística	Tiempo aproximado requerido para llevar a cabo la actividad pedagógica.	*45 minutos*
¿Qué aspecto del tema se cubrirá en la primera semana, la segunda, la tercera y las siguientes?	Semana en la que se tratará el tema	Logística	Semana, mes, etc. de la actividad pedagógica, según el sistema de la escuela.	*Primera semana, segunda unidad (depende del sistema de la escuela)*
¿Cómo se dividirá el tiempo que tengo disponible para la clase en diferentes experiencias de aprendizaje?	Actividades de clase: tiempo asignado a cada actividad.	Logística	Tiempo sugerido para cada actividad, visualizando la distribución del tiempo disponible.	*10 minutos para la fase de apertura* *30 minutos para la fase de enseñanza* *5 minutos para la fase de cierre*
¿Para qué momento de la clase se prepararán estas experiencias de aprendizaje?	Momento de tiempo de clase: fase de apertura, fase de enseñanza y fase de cierre	Logística	Identifica el momento ideal para llevar a cabo la actividad pedagógica (fase de apertura, de enseñanza o de cierre).	*Fase de enseñanza*

(continúa en la página siguiente)

ANEXO 8.1 *(continuación)*

MARCO QUE DETALLA LOS ELEMENTOS DE UNA ORQUESTACIÓN[a]

Micro preguntas	Elemeno[b]	Categoría	Descripción	Ejemplo[c]
¿En qué habilidad cognitiva se enfocarán las experiencias de aprendizaje de esta clase?	Proceso cognitivo: recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar o crear	Pedagógica	La habilidad cognitiva en la que se centrará la actividad pedagógica.	*Recordar (depende del plan de estudios)*
¿Qué objetivo de aprendizaje deseo que logren mis alumnos al final de esta unidad?	Objetivo específico de la unidad	Pedagógica	Objetivo de aprendizaje asociado a la unidad. Esto puede tomarse literalmente del currículo o adaptarse al plan de la escuela.	*Leer, escribir y representar gráficamente varias fracciones, así como identificar situaciones en las que se usan en la vida diaria.*
¿Cuál es el objetivo de aprendizaje específico que mis alumnos deben lograr después de la clase 1, 2, 3, etc. en la primera, la segunda, la tercera semana, etc.?	Objetivo de la clase	Pedagógica	Objetivo específico de las actividades pedagógicas para la clase particular. Junto con otras clases, esto ayudará a lograr el objetivo de la unidad.	*Trabajar de manera individual a través de prueba y error en los contenidos cubiertos anteriormente mediante el uso de tecnología y completando una planilla de cálculo.*
¿Qué conocimientos previos necesitan mis alumnos para que las experiencias de aprendizaje que he diseñado sean útiles en función del objetivo de la clase?	Aprendizaje previo requerido para el desarrollo de la clase	Pedagógica	Conocimiento requerido para que los alumnos puedan completar la actividad pedagógica.	*Partes de una fracción; concepto de grupo y subgrupo; entender qué son los números cardinales y ordinales.*
¿Qué metodologías seguirán mis alumnos para estas experiencias de aprendizaje? ¿Qué tipo de coherencia hay entre ellas?	Habilidades y actitudes para desarrollar	Logística	Metodología propuesta para los alumnos durante el desarrollo de la actividad pedagógica.	*La clase se dividirá en dos grupos (iguales); uno de ellos trabajará con tecnología y el otro con actividades en papel para elaborar los contenidos.*

(continúa en la página siguiente)

ANEXO 8.1 *(continuación)*

MARCO QUE DETALLA LOS ELEMENTOS DE UNA ORQUESTACIÓN[a]

Micro preguntas	Elemeno[b]	Categoría	Descripción	Ejemplo[c]
¿Cómo deberían trabajar mis alumnos para que las experiencias de aprendizaje avancen adecuadamente?	Criterio para mantener el control del entorno de aprendizaje	Pedagógica	Dinámica del aula al realizar la actividad pedagógica.	*La dinámica se basa en la labor individual; cada alumno trabaja en los problemas de matemática, ya sea en formato digital o en papel. Aunque la clase se divide en dos grupos, esto solo determina si el grupo usa tecnología o lápiz y papel. Salvo en la fase de cierre, los alumnos no trabajan juntos como grupo.*
¿Cómo organizar el espacio para llevar a cabo las experiencias de aprendizaje?	Actividades de la clase: indicaciones generales sobre la organización de los alumnos	Logística	Especificación del diseño del aula durante la actividad pedagógica.	*El aula se organizará de modo de asignar un lugar a la mitad de la clase que trabajará con lápiz y papel, y otro lugar a los alumnos que utilizarán netbooks. Esto ayudará a la forma en que el maestro supervisa el aula y proporciona a los alumnos un aprendizaje diferenciado (personalización).*
¿Qué instrucciones específicas debo dar a mis alumnos sobre el uso de recursos (tecnológicos y convencionales)?	Actividades de la clase: orientación en el uso de los recursos para cada actividad	Logística	Guías logísticas relacionadas con el uso de los recursos durante la actividad pedagógica.	*Una vez que todos los alumnos tengan su netbook en su lugar, pídales que escojan su nombre de la lista disponible y que seleccionen el modo "Trabajo en grupo", Tema 1. (Este trabajo es complementario y coherente con el realizado en papel por el resto de la clase.)*

(continúa en la página siguiente)

ANEXO 8.1 *(continuación)*

MARCO QUE DETALLA LOS ELEMENTOS DE UNA ORQUESTACIÓN[a]

Micro preguntas	Elemeno[b]	Categoría	Descripción	Ejemplo[c]
¿Qué instrucciones debo dar a mis alumnos para que comprendan las experiencias de aprendizaje?	Actividades de la clase: descripción de las actividades planificadas, refiriéndose a las acciones específicas del maestro e indicando explícitamente lo que se espera de los alumnos	Logística	Descripción de los pasos que los alumnos y/o el maestro deben seguir al llevar a cabo la actividad pedagógica.	*Para la actividad digital, ofrezca las siguientes instrucciones:* • *Cuando se muestra una representación gráfica de una fracción, debes elegir la fracción que representa.* • *Cuando se muestra una fracción, debes elegir el dibujo que la representa.* • *Cuando se muestra una fracción en palabras, debes elegir la imagen que la representa.*
¿Qué recursos debo preparar para que las experiencias de aprendizaje puedan tener lugar de manera óptima? ¿Qué tipo de coherencia hay entre estos recursos?	Recursos	Logística	Recursos físicos (planillas de cálculo, actividades interactivas en la computadora, presentaciones con/sin soporte audiovisual, actividades complementarias/tareas, recursos en línea).	• *Planilla de cálculo impresa para cada alumno.* • *Planilla de cálculo impresa para el maestro.* • *Netbook con software (1–2–1).*
¿Cómo interactuaré con mis alumnos a medida que tengan lugar las experiencias de aprendizaje? Y, ¿cómo puedo promover la interacción entre mis alumnos a medida que tienen lugar las experiencias de aprendizaje?	Visibilidad: maestro a alumno; entre pares; alumno a maestro	Pedagógica	Monitoreo e interacción del alumno sugerido al llevar a cabo la actividad pedagógica.	*Durante el trabajo digital, se espera que el maestro camine por la sala y ayude a los alumnos con su trabajo. Se recomienda detener la actividad cada 10 minutos para aclarar cualquier duda general que pueda surgir.*

(continúa en la página siguiente)

ANEXO 8.1 *(continuación)*

MARCO QUE DETALLA LOS ELEMENTOS DE UNA ORQUESTACIÓN[a]

Micro preguntas	Elemeno[b]	Categoría	Descripción	Ejemplo[c]
¿Qué recursos usaré para monitorear los avances de mis alumnos, y cómo y cuándo los usaré?	Pautas de evaluación formativa: herramientas	Logística	Recursos que se utilizarán para la evaluación formativa. Esto puede ser digital o no digital.	*Sitio web en línea*[d]
¿Qué preguntas les haré a mis alumnos para asegurarme de que entienden cada explicación que doy y cada ejemplo que muestro? **¿Cómo me aseguraré de que mis alumnos cumplan con los objetivos de aprendizaje establecidos para las clases 1, 2, 3, etc. en la primera, la segunda, la tercera semana, etc.?**	Pautas de evaluación formativa: preguntas específicas para los alumnos y respuestas esperadas	Pedagógica	Preguntas sugeridas para que el maestro verifique si la actividad pedagógica está beneficiando a los alumnos.	*Guíe a sus alumnos con preguntas como:* • *¿Qué nos dice el denominador de una fracción?* • *¿Qué nos dice el numerador de una fracción?*

Fuente: Elaboración propia.

[a] Los elementos que se incluyen en este tipo de orquestación fueron propuestos por Nussbaum y Díaz (2013). Estos se clasifican como logísticos o pedagógicos, con una breve descripción y un ejemplo para cada uno.

[b] La presencia de cada elemento dependerá del sistema escolar en el que se utiliza la orquestación (por ejemplo, las características del currículo). La disposición de los elementos es flexible. A veces, la enseñanza contendrá más de un elemento, o un elemento podría dividirse aún más en función de las especificaciones requeridas por la gama de recursos que se integrarán. El formato de la orquestación es flexible.

[c] Los ejemplos han sido tomados de una orquestación que formó parte de un proyecto llevado a cabo en Barranquilla, Colombia en 2013 y financiado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID). La orquestación de la clase presentada en los ejemplos se puede encontrar en el apéndice 8.2.

[d] Véase la página http://odas.educarchile.cl/objetos_digitales_NE/ODAS_Matematica/Ed_Matematica/fracciones_orden/player/start_fs.html?idx=0 (solo disponible en español).

ANEXO 8.2
GUÍAS PARA ENSEÑAR EL TEMA 2

Grado: 5to grado	**Materia:** Matemática	**Unidad:** Fracciones
Tiempo asignado: 8 horas	**Nº de clases:** 8 clases	

Tema: Tipos de fracciones y fracciones de orden.

Resultados de aprendizaje esperados: Comprender, representar, comparar y ordenar fracciones propias e impropias, números mixtos y fracciones equivalentes a un entero.

Objetivos: Leer, escribir, representar, clasificar y ordenar fracciones propias e impropias, números mixtos y fracciones equivalentes a un entero.

Conocimientos previos requeridos para esta actividad:
1. Concepto de fracciones.
2. Partes de una fracción.
3. Lectura y representación de fracciones.
4. Concepto de enteros y conjuntos.

CLASE 1: INTRODUCCIÓN DEL CONTENIDO

<table>
<tr><th>TIEMPO</th><th>GUÍA DEL DOCENTE</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td>10 minutos</td><td>
ACTIVIDAD 1

OBJETIVO: Recordar con los alumnos los conocimientos previos para ayudarlos a comprender el nuevo contenido que se cubrirá en clase (reconocer tipos de fracciones y ordenar fracciones).
RESULTADO ESPERADO: Se espera que los alumnos recuerden conceptos básicos relacionados con las fracciones, con el objetivo de estudiarlos con mayor detalle más adelante en la clase.
DINÁMICAS DE LA CLASE: Actividad grupal (toda la clase), donde el grupo discutirá los conceptos, y los conocimientos previos que surjan se escribirán en la pizarra.
INICIO: Comience la clase explicando el objetivo del día a sus alumnos: “Aprenderemos sobre diferentes tipos de fracciones, las clasificaremos y las ordenaremos de acuerdo con diferentes criterios”. Luego, agregue que, para cumplir con dicho objetivo, los alumnos comenzarán recordando conocimientos previos que les ayudarán a entender el nuevo contenido. Para recuperar el conocimiento previo sugerido al inicio del plan, se recomiendan las siguientes preguntas:

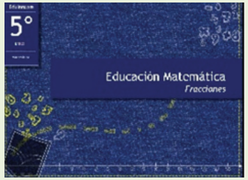
Conocimiento previo 1: “¿Qué son las fracciones?” (Un número que expresa la distribución o una parte de algo).
Conocimiento previo 2: “¿Cuáles son las partes de una fracción?” (Numerador y denominador).
Conocimiento previo 3: “¿Qué representa cada parte de una fracción?” (El denominador muestra la cantidad de partes en que se divide una totalidad y el numerador la cantidad de partes que tomamos de ella).
Conocimientos previo 4: “¿En qué ejemplos de fracciones podemos pensar?” (Invite a algunos alumnos a escribir ejemplos de fracciones en la pizarra).
Conocimiento previo 5: “¿Cómo podemos representar estas fracciones usando enteros y conjuntos?” (Sugiera la representación de algunas fracciones como números enteros, aclarando que primero se divide el total en el número de partes indicado por el denominador y luego se toma el número indicado por el numerador. Luego, siga el mismo procedimiento usando conjuntos).

Además de recordar este elemento conceptual de las fracciones, también es importante enfatizar el uso de las fracciones y cómo las utilizamos en la vida diaria.
Una vez que se haya recuperado esta información, invite a sus alumnos a conocer los contenidos: “Tipos de fracciones y cómo ordenar fracciones”.
</td><td>• Pizarra</td></tr>
</table>

(continúa en la página siguiente)

(continuación)

CLASE 1: INTRODUCCIÓN DEL CONTENIDO

TIEMPO	GUÍA DEL DOCENTE	RECURSOS
30 minutos	 **ACTIVIDAD 2** **OBJETIVO:** Entender y clasificar los tipos de fracciones, así como también ordenarlas. **RESULTADO ESPERADO:** Se espera que los alumnos identifiquen las características, clasifiquen y comparen fracciones propias e impropias, números mixtos y fracciones equivalentes a un entero para que puedan ordenarlas. **DINÁMICA DE LA CLASE:** Actividad grupal (clase completa) donde se introducirá el contenido. Se alentará a todos los alumnos a participar respondiendo preguntas oralmente y por escrito, y a proponer ejemplos reales utilizando papel y comparando fracciones. **INSTRUCCIONES:** Invite a sus alumnos a participar de la presentación que se tratará en clase. El material introduce el contenido a través de una situación contextualizada, donde dos nadadores hablan sobre una competencia importante para la cual deben prepararse. Una gran parte de esta preparación consiste en comer sano. Con esto en mente, revelan una receta para el tipo de alimentos que ingieren, en este caso una "ensalada de frutas". Al presentar la receta, se recomiendan las siguientes preguntas: • ***¿Cuáles son las características de este texto? (Muestra los ingredientes y los pasos para hacer una ensalada de frutas.)*** • ***¿Qué ingredientes necesitas para hacer esta receta? (Los incluidos en el Power Point).*** Después de presentar la receta, se muestra una diapositiva que invita a los alumnos a recordar las clases anteriores. Deje que los alumnos cuenten con espacio para pensar y recordar lo que se les pregunta. A continuación, muéstreles las respuestas, que están escritas en rojo (esto se repetirá a lo largo de toda la presentación). Una vez que los alumnos hayan identificado que los ingredientes se expresan como fracciones, se los invitará a pensar cómo podrían representarse. La presentación incluye recuadros con frases como "inténtalo en tu libro de ejercicios" y "escribamos algunas ideas en la pizarra". La idea es que cuando estas consignas aparezcan, se les den unos minutos a los alumnos para que hagan lo que se les pide. Todos los ingredientes requeridos para la receta se tratarán de esta manera, uno por uno. Cuando sea el momento de representar la naranja como una fracción, los alumnos se darán cuenta de que el numerador es mayor que el denominador.	• Computadora para el docente con PPT 01. – Introducción (tipos de fracciones y cómo ordenar fracciones) • Proyector • Cuadrados de papel • Libro de ejercicios/ cuaderno

(continúa en la página siguiente)

(continuación)

CLASE 1: INTRODUCCIÓN DEL CONTENIDO

TIEMPO	GUÍA DEL DOCENTE	RECURSOS
30 minutos	En ese momento, haga preguntas como: • ***"¿Qué podemos hacer en este caso?" (Necesitamos más naranjas).*** • ***"Si el numerador dice que tomo siete porciones pero la naranja se divide en dos, ¿qué puedo hacer?" (Divida las naranjas enteras en dos hasta que haya siete porciones para tomar).*** La idea es guiar a los alumnos hasta la conclusión de que cuando el numerador es mayor que el denominador, se necesita más de un entero. Luego, realice un ejemplo similar utilizando el plátano. Dado que ya han visto lo que sucede con la naranja, anime a los alumnos a aplicar lo que han aprendido. Posteriormente, se muestra una diapositiva que explica lo que los alumnos acaban de observar. Esta vez, se revela que las fracciones que se han representado corresponden a fracciones propias e impropias, así como a fracciones equivalentes a un todo. Lea las definiciones con sus alumnos, pídales que den otros ejemplos y luego solicíteles que escriban estas definiciones en sus cuadernos. Entonces será el momento de representar el yogur como una fracción. Este será un ingrediente que se expresa como una fracción mixta (o número mixto). Cuando muestre esto, haga preguntas como: • ***"¿Qué características tiene este número?" (Está compuesto por un número entero y una fracción).*** • ***"¿Qué creen que representa esto?" (Anímelos a compartir cualquier idea que tengan al respecto).*** Después de esto, la presentación muestra cómo se puede representar esta fracción (el yogur). Al igual que en los casos anteriores, se explica que este tipo de fracción se denomina "fracción mixta" y se muestra cómo se leen y representan las fracciones mixtas. Muestre otros ejemplos de una fracción mixta, pida a los alumnos que lean y luego que los representen. Finalmente, indíqueles que escriban la definición en sus cuadernos. Una vez que se haya explicado esta forma de clasificar las fracciones, se mostrarán una serie de fracciones que los alumnos deben clasificar como propias, impropias, mixtas o equivalentes a un todo. Invite a sus alumnos a participar y comente sobre lo que hacen sus compañeros de clase, si están en lo correcto o incorrecto y por qué. Cuando ya se ha mostrado la receta y se han representado las fracciones, los nadadores explican que ahora están listos para competir. Es en esta parte de la presentación donde, en función de la competencia, se explica cómo comparar y ordenar fracciones.	

(continúa en la página siguiente)

(continuación)

CLASE 1: INTRODUCCIÓN DEL CONTENIDO

<table>
<tr><th>TIEMPO</th><th>GUÍA DEL DOCENTE</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td>30 minutos</td><td>
El presentador de la competencia comentará cómo le está yendo a cada nadador. Al principio, el presentador dice que uno de ellos ha cubierto “un quinto”, mientras que el otro ha cubierto “un sexto”, y pregunta cuál de ellos ha nadado más. En esta parte de la clase, es importante que anime a sus alumnos a decir cuál creen que es la respuesta y explicar por qué. Luego, se ofrecerá una explicación de cómo comparar dos fracciones representándolas en forma de imagen. Para ello, formule la siguiente pregunta:
“¿Qué características deben tener los enteros para poder compararlos?” (Deben ser iguales)
Cuando los alumnos respondan esta pregunta, use la presentación para mostrar cómo se representan y comparan las fracciones utilizando imágenes. Este ejercicio se repite varias veces a lo largo de la presentación a medida que se brindan actualizaciones sobre el progreso de los competidores y los alumnos deben determinar quién está ganando. Al mismo tiempo, se muestra a los alumnos cómo representar números en una recta numérica. Para esto, formule las siguientes preguntas:
“¿Qué es una recta numérica?” (Es una línea que se divide en partes iguales y en cada una de estas partes hay un número).
“¿Qué representa cada número en la recta numérica?” (Cada número representa un entero.)
Explique que, al igual que en el caso anterior, para comparar dos fracciones, los números enteros ubicados en la recta numérica deben ser del mismo tamaño y estar divididos en el número de partes indicado por el denominador. Con esto, se puede tomar el número de porciones indicado por el numerador. Muestre otros ejemplos de representación de fracciones en una recta numérica, para asegurarse de que los alumnos hayan entendido el procedimiento. Luego, dígales que escriban en sus cuadernos cómo comparar dos fracciones.
A medida que los nadadores avanzan, el presentador indica qué distancia ha cubierto cada uno. En una de sus actualizaciones, explica que uno de ellos ha cubierto “tres sextos” y el otro “una mitad”. Entonces se les pide a los alumnos que representen dichas fracciones para determinar qué nadador está al frente. Al hacer este ejercicio, los alumnos notarán que están empatados y que las fracciones representan la misma cosa. El presentador explica que tales fracciones se llaman fracciones equivalentes. Se recomienda detenerse por un momento durante esta parte de la clase para explicar este tipo de fracción. Muestre algunas estrategias para encontrar fracciones equivalentes, como duplicar tanto el numerador como el denominador. También puede aclararse a los alumnos que cuando se desea ver si dos fracciones son equivalentes, se las multiplica, y si los numeradores son iguales, entonces las fracciones son equivalentes.
</td><td></td></tr>
</table>

(continúa en la página siguiente)

(continuación)

CLASE 1: INTRODUCCIÓN DEL CONTENIDO

TIEMPO	GUÍA DEL DOCENTE	RECURSOS
30 minutos	Sugiera algunas fracciones e invite a los alumnos a aplicar lo que han aprendido determinando qué fracciones son equivalentes. Finalmente, se presenta el resultado de la competencia y se les pide a los alumnos que apliquen lo que han aprendido para determinar cuál de los nadadores ha ganado.	
5 minutos	**ACTIVIDAD 3** **OBJETIVO:** Mostrar que los alumnos han comprendido las ideas principales de la clase. **RESULTADO ESPERADO:** Se espera que los alumnos respondan preguntas sobre las ideas principales de la clase, demostrando así que han entendido el tema “Tipos de fracciones y cómo ordenar fracciones”. **DINÁMICA DE LA CLASE:** Actividad grupal (toda la clase), donde se harán preguntas que resuman y evalúen el tema tratado en la clase del día. Debe fomentarse la participación de los alumnos para evaluar su aprendizaje. **CIERRE:** Termine su clase resumiendo las ideas principales de la misma. Para hacerlo, se recomienda que se formulen preguntas como las siguientes: • **“¿Qué hicimos hoy?” (Vimos una presentación que explicaba los tipos de fracciones y cómo compararlas antes de ordenarlas.)** • **“¿Qué tan útil es lo que aprendimos hoy?” (Sirve para comprender las características de las fracciones propias e impropias, de los números mixtos y de las fracciones equivalentes, de modo que sepamos cómo identificarlas, representarlas, compararlas y ordenarlas.)** • **“¿Para qué fracciones necesito solamente un entero a fin de representarlas?” (Para las fracciones propias y las fracciones equivalentes a un entero.)** • **“¿Para qué fracciones necesito más de un entero a fin de representarlas?” (Para las fracciones impropias y los números mixtos.)** • **“¿Cuáles son los pasos por seguir para comparar dos o más fracciones?” (Dibujar un entero o una recta numérica que sea del mismo tamaño, dividirla en el número de partes determinado por el denominador y tomar las partes indicadas en el numerador. La cifra que cubra más será la mayor de las fracciones.)** Termine la clase felicitando a los alumnos por el trabajo que han realizado.	• Pizarra

Referencias

Aldunate, R. y M. Nussbaum. 2013. Teacher Adoption of Technology. *Computers in Human Behavior* 29(3): 519–24.

Álvarez, C., S. Salavati, M. Nussbaum y M. Milrad. 2013. Collboard: Fostering New Media Literacies in the Classroom through Collaborative Problem Solving Supported by Digital Pens and Interactive Whiteboards. *Computers and Education* 63: 368–79.

Area, M. 2010. El proceso de integración y uso pedagógico de las TIC en los centros educativos. Un estudio de casos. *Revista de Educación* 352: 77–97.

Auwarter, A. y M. Aruguete. 2008. Effects of Student Gender and Socioeconomic Status on Teacher Perceptions. *The Journal of Educational Research* 101(4): 242–46.

Auzende, O., H. Giroirey y F. Le Calvez. 2009. Using Competencies to Search for Suitable Exercises. Ponencia presentada en la Novena Conferencia de Advanced Learning Technologies de IEEE International.

Beetham, H. y R. Sharpe (eds.). 2013. *Rethinking Pedagogy for a Digital Age: Designing for 21st Century Learning*. Nueva York y Oxon: Routledge.

Black, P. y D. Wiliam 2009. Developing the Theory of Formative Assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability* 21(1): 5–31.

Burton, L. 2002. Children's Mathematical Narratives as Learning Stories. *European Early Childhood Education Research Journal* 10(2): 5–18.

Chamberlain, M., C.B. Williams, F. Cowan y F. Mistree. 2001. Orchestrating Learning in a Graduate Engineering Design Course. Ponencia Núm. DETC 2001/DTM-2037 presentada en la 13era Conferencia Design Theory and Methodology de ASME, Pittsburgh, 9 al 12 de septiembre.

Cheung, A. y R. Slavin. 2013. The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-analysis. *Educational Research Review* 9: 88–113.

Claro, M., M. Nussbaum, X. López y A. Díaz. 2013. Introducing 1 to 1 in the Classroom: A Large-scale Experience in Chile. *Journal of Educational Technology & Society* 16(3).

Díaz, A., M. Nussbaum e I. Varela. 2015. Orchestrating the XO Computer with Digital and Conventional Resources to Teach Mathematics. *Journal of Computer Assisted Learning* 31(3): 202–19. (doi:10.1111/jcal.12081.)

Díaz, A., V. Cabezas, M. Nussbaum, C. Barahona y C. Infante. 2015a. Teacher and Student Views Regarding the Educational Process: How Aligned Are They? (Documento inédito.)

Díaz, A., M. Nussbaum, H. Ñopo, C. Maldonado y J. Corredor. 2015b. Orchestration: Providing Teachers with Scaffolding to Address Curriculum Standards and Students' Pace of Learning. *Educational Technology and Society* 18(3): 226–39.

Dillenbourg, P., S. Järvelä y F. Fischer. 2009. The Evolution of Research in Computer-supported Collaborative Learning: From Design to Orchestration. En: N. Balacheff, S. Ludvigsen, T. de Jong, A. Lazonder y S. Barnes (eds.), Technology-Enhanced *Learning*. Nueva York: Springer.

Donoso, G. 2010. Enlaces en el sistema escolar chileno: evolución de sus cifras. En: A. Bilbao y A. Salinas (eds.), *El Libro Abierto de la Informática Educativa: Lecciones y Desafíos de la Red Enlaces*. Santiago de Chile: Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación.

Drijvers, P., M. Doorman, P. Boon, H. Reed y K. Gravemeijer. 2010. The Teacher and the Tool: Instrumental Orchestrations in the Technology-rich Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics* 75(2): 213–34.

Falck, D., M. Kluttig y C. Peirano. 2013. TIC y Educación: La experiencia de los mejores: Corea, Finlandia y Singapur. Washington, D.C.: BID y Santillana. Disponible en http://conocimientoeducativo.com/wp-content/uploads/2014/11/Final-BAJA-GE-Estudio-Educaci%C3%B3n-y-Tecnolog%C3%ADa1–1.pdf.

Ferguson, R. y S. Buckingham. 2012. Towards a Social Learning Space for Open Educational Resources. En: A. Okada y T. Connolly, *Collaborative Learning 2.0: Open Educational Resources*. Hershey, PA: IGI Global.

Ganimian, A. y R. Murnane. 2016. Improving Education in Developing Countries: Lessons from Rigorous Impact Evaluations. *Review of Educational Research* 86(3): 719–55.

Goodyear, P. y Y. Dimitriadis. 2013. In Medias Res: Reframing Design for Learning. *Research in Learning Technology* 21.

Guzmán, A. y M. Nussbaum. 2009. Teaching Competencies for Technology Integration in the Classroom. *Journal of Computer Assisted Learning* 25(5): 453–69.

Hermans, R., J. Tondeur, J. van Braak y M. Valcke. 2008. The Impact of Primary School Teachers' Educational Beliefs on the Classroom Use of Computers. *Computers and Education* 51(4): 1499–1509.

Huang, T., Y. Liu y H. Chang. 2012. Learning Achievement in Solving Word-based Mathematical Questions through a Computer-assisted Learning System. *Educational Technology and Society* 15(1): 248–59.

Jara, I., M. Claro, J. E. Hinostroza, E. San Martín, P. Rodríguez, T. Cabello, A. Ibieta y C. Labbé. 2015. Understanding Factors related to Chilean Students' Digital Skills: A Mixed Methods Analysis. *Computers and Education* 88: 387–98.

Jenkins, H., R. Purushotma, K. Clinton, M. Weigel y A. Robison. 2006. *Confronting the Challenges of Participatory Culture: Media Education for the 21st Century*. Chicago: The MacArthur Foundation.

Jung, I. 2005. ICT-Pedagogy Integration in Teacher Training: Application Cases Worldwide. *Educational Technology and Society* 8(2): 94–101.

Kennedy, M. 2005. *Inside Teaching: How Classroom Life Undermines Reform.* Londres y Cambridge, MA: Harvard University Press.

Kiemer, K., A. Gröschner, A. K. Pehmer y T. Seidel. 2015. Effects of a Classroom Discourse Intervention on Teachers' Practice and Students' Motivation to Learn Mathematics and Science. *Learning and Instruction* 35: 94–103.

Knight, J. y C. van Nieuwerburgh. 2012. Instructional Coaching: A Focus on Practice. *Coaching: An International Journal of Theory, Research and Practice* 5(2): 100–12.

Koehler, M. y P. Mishra. 2009. What Is Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education* 9(1): 60–70.

Kozma, R. 2008. Comparative Analysis of Policies for ICT in Education. En: J. Voogt y G. Knezek (eds.), *International Handbook of Information Technology in Primary and Secondary Education*. Boston: Springer.

Kretlow, A., N. Cooke y C. Wood. 2012. Using In-service and Coaching to Increase Teachers' Accurate Use of Research-based Strategies. *Remedial and Special Education* 33(6): 348–61.

Lamschtein, S. 2016. Do Digital Skills Amplify Social Inequalities? Ponencia presentada en E-Learn: World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education, Association for the Advancement of Computing in Education, noviembre.

Lawless, K. y J. Pellegrino. 2007. Professional Development in Integrating Technology into Teaching and Learning: Knowns, Unknowns, and Ways to Pursue Better Questions and Answers. *Review of Educational Research* 77: 575–614.

Leithwood, K., K. Seashore, S. Anderson y K. Wahistrom. 2004. *How Leadership Influences Student Learning.* Ontario: Ontario Institute for Studies in Education at the University of Toronto y Center for Applied Research and Educational Improvement.

Luckin, R., B. Bligh, A. Manches, S. Ainsworth, C. Crook y R. Noss. 2012. *Decoding Learning: The Proof, Promise and Potential of Digital Education*. Londres: Nesta.

Lupton, R. 2005. Social Justice and School Improvement: Improving the Quality of Schooling in the Poorest Neighborhoods. *British Educational Research Journal* 31(5): 589–604.

Mishra, P. y M. Koehler. 2006. Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Integrating Technology in Teacher Knowledge. *Teachers College Record* 108(6): 1017–1054.

Mo, D., J. Swinnen, L. Zhang, H. Yi, Q. Qu, M. Boswell y S. Rozelle. 2013. Can One-to-One Computing Narrow the Digital Divide and the Educational Gap in China? The Case of Beijing Migrant Schools. *World Development* 46: 14–29.

Mo, D., L. Zhang, R. Luo, Q. Qu, W. Huang, J. Wang, Y. Qiao, M. Boswell y S. Rozelle. 2014. Integrating Computer-assisted Learning into a Regular Curriculum: Evidence from a Randomized Experiment in Rural Schools in Shaanxi. *Journal of Development Effectiveness* 6(3): 300–23.

Murillo, F. y G. Krichesky. 2012. El proceso del cambio escolar. Una guía para impulsar y sostener la mejora de las escuelas. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación* 10(1).

Narciss, S., S. Sosnovsky, L. Schnaubert, E. Andrès, A. Eichelmann, G. Goguadze y E. Melis. 2014. Exploring Feedback and Student Characteristics Relevant for Personalizing Feedback Strategies. *Computers and Education* 71: 56–76.

Niramitranon, J., M. Sharples y C. Greenhalgh. 2010. Orchestrating Learning in a One-to-One Technology Classroom. En: M. Khine e I. Saleh (eds.), *New Science of Learning*. Nueva York: Springer.

Nishizawa, H., T. Yoshioka, M. E. Pesonen y A. Viholainen. 2012. Interactive Worksheets for Learning the Connection between Graphic and Symbolic Object Representations. En: *Proceedings of the 17th Asian Technology Conference in Mathematics*.

Nussbaum, M. y A. Díaz. 2013. Classroom Logistics: Integrating Digital and Non-Digital Resources. *Computers and Education* 69(0): 493–95.

Nussbaum, M., C. Alcoholado y T. Buchi 2015. A Comparative Analysis of Interactive Arithmetic Learning in the Classroom and Computer Lab. *Computers in Human Behavior* 43: 183–88. Disponible en http://dx.doi.org/10.1016/j.chb.2014.10.031.

Nussbaum, M., P. Dillenbourg, Y. Dimitriadis y J. Roschelle. 2013. Guest Editors: Classroom Orchestration. *Computers and Education* 69(0): 485–523.

Nussbaum, M., M. Claro, R. Frohlich, F. Claro, T. Cabello, M. Santana, E. San Martín y C. Matus. 2017. Curricular Achievement under a Sequential Learning System. (Documento inédito.)

OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). 2009. Teaching and Learning International Survey. Creating Effective Teaching and Learning Environments. First Results from TALIS. París: OCDE.

Patterson, R. W. y R. M. Patterson. 2017. Computers and Productivity: Evidence from Laptop Use in the College Classroom. *Economics of Education Review* 57: 66–79.

Penuel, W., C. Singleton y J. Roschelle. 2011. Classroom Network Technology as a Support for Systemic Mathematics Reform: The Effects of TI MathForward on Student Achievement in a Large, Diverse District. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 30(2): 179–202.

Perrotta, C. y M. Evans. 2013. Instructional Design or School Politics? A Discussion of 'Orchestration' in TEL Research. *Journal of Computer Assisted Learning* 29(3): 260–69.

Prieto, L., M. Dlab, I. Gutiérrez, M. Abdulwahed y W. Balid. 2011a. Orchestrating Technology-enhanced Learning: A Literature Review and a Conceptual Framework. *International Journal of Technology Enhanced Learning* 3(6): 583–98.

Prieto, L., S. Villagrá, A. Jorrín, I. Martínez y Y. Dimitriadis. 2011b. Recurrent Routines: Analyzing and Supporting Orchestration in Technology-enhanced Primary Classrooms. *Computers and Education* 57(1): 1214–1227.

Recker, M., L. Sellers y L. Ye. 2013. Teacher Design Using Online Learning Resources: A Comparative Case Study of Science and Mathematics Teachers. *Education Research International* Núm. 243248. Disponible en http://dx.doi.org/10.1155/2013/243248.

Riquelme, C. T. M. 2017. El papel de la educación en la conformación de patrones de usos y desarrollo de habilidades relacionadas con la innovación tecnológica: la construcción de la ciudadanía digital en la escuela chilena. Disertación de PhD, Universidad Complutense de Madrid.

Russo, A. 2004. School-based Coaching. *Harvard Education Letter* 20(4): 1–4.

Salinas, A., M. Nussbaum, O. Herrera, M. Solarte y R. Aldunate. 2017. Factors Affecting the Adoption of Information and Communication Technologies in Teaching. *Education and Information Technologies* 22(5): 2175–2196.

Sharples, M. 2013. Shared Orchestration Within and Beyond the Classroom. *Computers and Education* 69: 504–06.

Sharples, M., E. Scanlon, S. Ainsworth, S. Anastopoulou, T. Collins, C. Crook, A. Jones, L. Kerawalla, K. Littleton, P. Mulholland y C. O'Malley. 2015. Personal Inquiry: Orchestrating Science Investigations Within and Beyond the Classroom. *Journal of the Learning Sciences* 24(2): 308–41.

Shechtman, N. y J. Knudsen. 2009. Bringing Out the Playful Side of Mathematics: Using Methods from Improvisational Theater in Professional Development for Urban Middle School Math Teachers. Play and Culture Series Vol. 11. Menlo Park, CA: SRI International.

Slavin, R. 2006. *Educational Psychology: Theory and Practice (8th edition).* Boston: Allyn and Bacon.

Slavin, R. y C. Lake. 2008. Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research* 78(3): 427–515.

Suárez Rodríguez, J., G. Almerich, B. Gargano Lopez y F. Aliaga. 2013. The Competencies of Teachers in ICT: Basic Structure. *Educación XX1* 16(1): 39–61.

Thrupp, M. y R. Lupton. 2006. Taking School Contexts More Seriously: The Social Justice Challenge. *British Journal of Educational Studies* 54(3): 308–28.

Valverde, J., M. Garrido y R. Fernández. 2010. Enseñar y aprender con tecnologías: Un modelo teórico para las buenas prácticas educativas con TIC. *Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información* 11(1): 203–29.

Vanderlinde, R., K. Aesaert y J. van Braak. 2014. Institutionalised ICT Use in Primary Education: A Multilevel Analysis. *Computers and Education* 72: 1–10.

Watts, M. 2003. The Orchestration of Learning and Teaching Methods in Science Education. *Canadian Journal of Math, Science and Technology Education* 3(4): 451–64.

Yang, Y., L. Zhang, J. Zeng, X. Pang, F. Lai y S. Rozelle. 2013. Computers and the Academic Performance of Elementary School-aged Girls in China's Poor Communities. *Computers and Education* 60(1): 335–46.

El comienzo del siglo XXI ha sido testigo de una explosión de cambios tecnológicos que han revolucionado la forma en que viajamos, compramos, interactuamos y jugamos. La tecnología también puede transformar la educación al aumentar la motivación, personalizar la enseñanza, facilitar el trabajo en equipo, permitir la retroalimentación y facilitar la supervisión en tiempo real. Sin embargo, existe una brecha entre el impacto potencial de la tecnología y los resultados reales de las iniciativas públicas. Este libro reúne a destacados expertos regionales e internacionales en la materia para arrojar luz sobre la forma en que los gobiernos pueden aprovechar mejor el potencial de la tecnología para mejorar el aprendizaje de los alumnos.

Específicamente, el libro se centra en la matemática, un área crítica de aprendizaje en la que la mayoría de los alumnos de la región no alcanzan ni siquiera los niveles básicos de competencia. La primera parte del libro presenta un diagnóstico exhaustivo de los principales desafíos para el aprendizaje de la matemática en la región. La segunda parte del libro describe una serie de modelos tecnológicos y evalúa su capacidad para afrontar los desafíos y producir mejoras en el aprendizaje. Mediante la combinación de enfoques teóricos y empíricos, la revisión de iniciativas innovadoras y la extracción de lecciones de psicología, educación y economía, el libro pretende convertirse en una referencia para los responsables de la formulación de políticas que quieran hacer realidad la promesa de la tecnología en la educación para todos los alumnos de la región.

BID

ISBN 978-1-59782-385-2